МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М. В. ЛОМОНОСОВА

Научно-исследовательский институт ядерной физики
имени Д. В. Скобельцына

Е. А. Строковский

ЛЕКЦИИ ПО ОСНОВАМ КИНЕМАТИКИ ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ПРОЦЕССОВ

УДК 539.171
ББК 22.383.5
С86

Строковский Е. А.
С86 Лекции по основам кинематики элементарных процессов : учебное пособие / Е. А. Строковский. — М. : Университетская книга, 2010. — 298 с. : табл., ил.
ISBN 978-5-91304-154-8

Пособие основано на материалах лекций, прочитанных для студентов четвертого курса ядерного отделения физического факультета МГУ им. М.В. Ломоносова, специализирующихся как в области физики атомного ядра и квантовой теории столкновений, так и физики элементарных частиц. Оно адресовано студентам старших курсов университетов и аспирантам, изучающим физику микромира.

УДК 539.171
ББК 22.383.5

Учебное издание
Евгений Афанасьевич Строковский
Лекции по основам кинематики элементарных процессов
Учебное пособие

Подп. в печать 15.12.2010. Формат 60×84 $^{1}/_{16}$. Бумага офсетная.
Печать цифровая. Тираж 40 экз. Заказ № Т-279.

Отпечатано с диапозитивов, предоставленных автором, в типографии «КДУ».
Тел./факс (495) 939-44-91; www.kdu.ru; e-mail: press@kdu.ru

© МГУ, 2010.
© НИИЯФ МГУ, 2010.
© Строковский Е. А., 2010.
© Издательство КДУ, обложка, 2010.

ISBN 978-5-91304-154-8

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Научно-исследовательский институт ядерной физики
имени Д.В.Скобельцына

Е.А. Строковский

Лекции по основам кинематики элементарных процессов

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Научно-исследовательский институт ядерной физики
имени Д.В.Скобельцына

Е.А. Строковский

Лекции по основам кинематики элементарных процессов

Москва

2010

УДК
ББК
ISBN 978-5-

Е.А. Строковский

Лекции по основам кинематики элементарных процессов

Пособие основано на материалах лекций, прочитанных для студентов четвертого курса ядерного отделения физического факультета МГУ им. М.В. Ломоносова, специализирующихся как в области физики атомного ядра и квантовой теории столкновений, так и физики элементарных частиц. Оно адресовано студентам старших курсов университетов и аспирантам, изучающим физику микромира.

© МГУ
© НИИЯФ МГУ
© Е.А. Строковский

Оглавление

Вступление **7**

I Лекции 1 и 2 **11**

1 Введение **12**

2 Классификация ветвей физики частиц **19**
2.1 Физика элементарных частиц в целом. 19
2.2 Энергетические области: специфика. 22
2.2.1 Зависимость сечений рассеяния от энергии. . . . 22
2.2.2 Полные сечения в зависимости от быстроты. . . 29
2.3 Особенности разных энергетических областей. 30
2.3.1 Физика низких энергий. 30
2.3.2 Физика высоких энергий. 31
2.3.3 Физика переходной области энергий. 32
2.4 Предмет современной физики промежуточных энергий. 33
2.4.1 Зачем ускорять ядра? 35
2.4.2 Физика релятивистских тяжелых ионов. 37

II Лекции 3 и 4 **44**

3 Кинематика реакций: первая встреча **45**
3.1 Классификация реакций рассеяния. 46
3.2 Начальные сведения о кинематике. 48
3.2.1 Переменные Мандельстама. 48
3.2.2 Пороги реакций. 51
3.2.3 Относительная скорость. 56

3.2.4 Инварианты и энергии (импульсы) частиц. . . . 58
3.2.5 Эллипсоид импульсов и его применение. 60
3.2.6 Представление о кумулятивных процессах. . . . 64
3.2.7 Другие "пороги" неупругих реакций. 65

III Лекции 5 и 6 **67**

4 Глубоконеупругое рассеяние **68**
4.1 Партонная модель: первое знакомство. 68
4.2 Понятие о квантовой механике на световом фронте. . . 69
4.3 Дейтрон: основные свойства. 72
4.4 Развал дейтрона как модель фрагментации адронов. . 73
4.5 Кинематика глубоконеупругого рассеяния. 82
4.5.1 Физический смысл x. 84
4.5.2 О некоторых терминах. 85

IV Лекции 7 и 8 **86**

5 Переменные для "инклюзивных" измерений **87**
5.1 Переменная Фейнмана x_F. 87
5.2 Быстрота и псевдобыстрота. 90
5.3 Связь быстроты и переменной x_F. 92

6 Двухчастичные распады **94**
6.1 Нерелятивистский случай (распад в системе покоя). . . 95
6.2 Углы вылета. 96
6.3 Углы разлета. 98

7 Применения кинематики (специальные случаи) **101**
7.1 Критерий Арментероса-Подолянского. 101
7.2 Рождение частиц "без отдачи". 104
7.3 Особенности кинематики при фиксированном угле. . . 109
7.4 Кинематика квазиупругого рассеяния. 110

V Лекции 9 и 10 **117**

8 Сечения реакций рассеяния **118**
8.1 Сечения реакций. 119
8.1.1 Определение сечения рассеяния. 119
8.1.2 Как измерять поперечные сечения? 121

8.2 Обобщенная схема измерений. 122
8.3 Трансмиссионный метод: детали. 124
8.4 Характерные области углов рассеяния. 127

9 Сечения и фазовый объем 130
9.1 Сечения и матрица рассеяния. 130
9.2 Понятие о фазовом объеме. 134

VI Лекции 11 и 12 142

10 Диаграммы Далица и Чу-Лоу 143
10.1 Трехчастичные конечные состояния. 143
10.1.1 Распад $1 \to 3$. 143
10.1.2 Диаграммы Далица. 144
10.1.3 Специальные случаи диаграмм Далица. 147
10.1.4 Конфигурации импульсов на диаграмме Далица. 150
10.2 Диаграммы Далица и симметрии: примеры. 151
10.3 Диаграмма Чу и Лоу. 155
10.3.1 Границы и фазовая плотность. 157
10.3.2 Фазовая плотность и отношение потоков. 159

VII Лекции 13 и 14 162

11 Диаграммы Далица и дискретные симметрии 163
11.1 Симметрии и распределение событий 163
11.1.1 Распад мезона со спином 0 на три пиона. 165
11.1.2 Распад векторного мезона на три пиона. 166
11.1.3 Распад псевдовекторного мезона на три пиона. . 167
11.2 Классификация диаграмм Далица. 169

12 Экспериментальная физика и моделирование 171
12.1 Псевдослучайные числа. 172
12.2 Генерация событий по заданному закону. 173

VIII Заключение 177

13 Перспективы ядерной физики средних энергий 178
13.1 Наши "органы чувств". 178
13.2 Ближайшие перспективы современной физики релятивистских ядер. 186

13.3 Заключение. 191

IX Приложения 194

14 Инструментальная база физики частиц и ядер 195
14.1 Ускорители для физики высоких энергий. 199
14.2 Циклические ускорители для физики переходной области. 204
14.2.1 Действующие в России ускорители. 204
14.2.2 Действующие вне России ускорители. 211
14.2.3 Ускорители недавнего прошлого. 221
14.3 Проект коллайдера НИКА в ОИЯИ. 223

15 Для любознательных 226
15.1 Преобразования систем координат. 226
15.2 3π система с изоспином 0. 240
15.3 Симметрии решений. 241
15.4 "Инвариантная масса"? 244

X Задачи и упражнения 245

16 Задачи и упражнения по теме курса 246
16.1 Введение. 246
16.2 Инварианты и системы координат. 247
16.3 Задачи к лекциям 5 и 6. 252
16.4 Задачи к лекциям 7 и 8. 254
16.5 Фазовый объем. 256
16.6 Задачи к лекциям 11 и 12. 257
16.7 Задачи к лекциям 13 и 14. 259
16.8 Разные задачи. 261
16.9 Распознавание событий в детекторах. 265

17 Советы, указания, решения 268

XI Рекомендуемая литература 285

18 Книги и статьи общего характера 286

19 Литература к отдельным темам 290

Вступление

... и предал я сердце мое тому, чтобы исследовать и испытать мудростью все, что делается под небом: это тяжелое занятие дал Бог сынам человеческим, чтобы они упражнялись в нем.

Екклезиаст

Анализ кинематики реакций с участием элементарных частиц и ядер – основа основ в физике элементарных частиц. С него начинается обсуждение почти любого вопроса; без него фактически невозможно не только получить физический результат эксперимента, но даже ясно сформулировать предмет обсуждения. Вопросы релятивистской кинематики нечасто становятся исключительной темой монографий, но весьма часто рассеяны в оригинальных статьях.

Говоря о кинематике в мире элементарных частиц и ядер, можно понимать ее в узком смысле, как анализ следствий строгих законов сохранения энергии-импульса и лоренцевой инвариантности. Полученные при этом результаты являются точными.

Закон сохранения углового момента также является строгим, а элементарные частицы и ядра, как правило, обладают внутренним угловым моментом (спином). Результаты, получаемые как следствия закона сохранения углового момента, также являются точными и не зависят от моделей. Поэтому вполне допустимо понимать кинематику элементарных частиц в широком смысле, как дисциплину, рассматривающую следствия строго выполняющихся законов, основанных на точных симметриях нашего мира. Однако, как правило, вопросы, связанные со спином, в этом курсе не рассматриваются. Иными словами, считается, что состояние частиц полностью харак-

теризуется только их 4-импульсом и массой. Вместе с тем, в ряде случаев, например, при обсуждении трехчастичных распадов частиц, все же придется вспоминать о других квантовых числах, определяющих состояния частиц, и исходить из расширенного понимания кинематики.

Поскольку этот курс адресован студентам старших курсов университетов, подразумевается, что основные представления специальной теории относительности и физики элементарных частиц читателю известны. В частности, ему должны быть хорошо знакомы такие понятия, как четырехмерное пространство событий, 4-вектор энергии-импульса частицы, преобразования Лоренца а также понятие о релятивистских инвариантах. Предполагается также знакомство с основами квантовой механики и представлениями о координатном и импульсном пространствах. Такие вопросы философского характера, как смысл понятия физического пространства, в котором происходят физические события, смысл понятий времени и пространственных координат, равно как и способов арифметизации пространства (определения пространственных и временной координат физических событий) здесь не обсуждаются, так как они не относятся к предмету кинематики ни в узком, ни в широком смысле.

* * *

Рекомендуемые книги и статьи по кинематике и физике элементарных частиц.

Книги А.М.Балдина, В.И.Гольданского, В.М.Максименко и И.Л.Розенталя [1], Г.И.Копылова [2], Е.Бюклинга и К.Каянти [3], В.И.Гольданского, Ю.П.Никитина и И.Л.Розенталя [4] давно уже стали настольными справочниками любого физика, работающего в физике элементарных частиц и релятивистской ядерной физике. В них рассмотрены разные аспекты релятивистской кинематики элементарных процессов, и все четыре книги, имея много общего, взаимно дополняют друг друга. В этом ряду выделяется прекрасная книга Г.И.Копылова своим живым и поэтичным стилем изложения и в частности – яркой характеристикой предмета кинематики.

Книга П.К.Рашевского [5] полезна начинающим физикам во многих отношениях: как для углубления понимания специальной теории относительности, так и в качестве введения в общую теорию относительности. Может показаться, что она не имеет прямого отношения в собственно кинематике, но это – только на первый взгляд.

Статья Л.Б.Окуня [6], где обсуждается физический смысл понятия массы частицы, очень важна для понимания принципиальной разницы между понятием энергии (компоненты 4-вектора энергии-импульса) и инвариантной величиной, связанной с этим 4-вектором: его скалярного произведения на самого себя, которое имеет смысл квадрата его "длины" в четырехмерном пространстве и обозначается как m^2. К сожалению, в последние десятилетия для величины m вошел в обиход совершенно неправильный и физически бессмысленный термин "инвариантная масса". Этот термин подразумевает, что кроме "инвариантной массы" есть и не инвариантная масса. Но ведь такого понятия нет!

Статья Р.Фейнмана [7] дана в списке общей литературы потому, что в ней очень ясно изложены основы партонной картины взаимодействия частиц.

* * *

В курсе лекций по основам кинематики элементарных процессов для студентов, специализирующихся в области физики элементарных частиц и ядерной физики, представляется уместным дать некоторые рекомендации по литературе, вводящей в эту область физики. Соответствующий список дан в хронологическом порядке.

Знакомство с книгами [8] – [12] весьма полезно, хоть они во многих аспектах уже довольно старомодны (особенно, когда речь идет об обсуждении моделей элементарных процессов или о численных значениях фундаментальных или феноменологических постоянных). Вместе с тем, в них достаточно детально обсуждается ряд важных вопросов, которые в современных книгах обычно пропускаются как общеизвестные, хотя начинающим физикам знакомство с ними необходимо для понимания происхождения и физического смысла многих современных терминов или моделей.

Книги [16] – [25] дают хорошее введение и общее представление о современной физике элементарных частиц и используемой в ней терминологии. Книги [9], [10], [13], [15] вводят читателя в круг понятий, идей и аппарата современной теории физики частиц, имея разный уровень сложности. Различные аспекты современной физики элементарных частиц, классифицированные по типу взаимодействий, обсуждаются также в книгах [14]– [19].

Материал пособия сгруппирован по тематическому принципу. Принятое разделение на части, соответствующие одной паре лекций, достаточно условно: объем отдельной части не обязательно соответствует по времени четырем академическим часам, если в них

не выделено время на разбор задач по теме курса.

Первая, вводная, часть по своему содержанию ближе всего к очерку состояния физики частиц и ядерной физики в конце первой декады 21-го столетия с акцентом на область промежуточных энергий. Ее основное предназначение – дать студенту-старшекурснику минимальное представление о том круге идей и проблем, с которым ему, возможно, предстоит встретиться при вступлении в самостоятельную научную жизнь и в каком контексте ему (возможно) придется применять свои знания релятивистской кинематики.

Вполне очевидно, что тематика этой части наиболее субъективна и отражает научные интересы автора в первую очередь.

О сборниках задач по физике элементарных частиц и ядерной физике.

Удивительно, но оказывается, что современного специализированного отдельного задачника по основам релятивистской кинематики практически нет, хотя во всех рекомендованных книгах по кинематике есть задачи и упражнения практически ко всем их главам. То же самое можно сказать и по отношению к сборникам задач по физике ядра и частиц, хотя все же есть несколько интересных задачников довольно почтенного возраста [26]–[27].

Представляется уместным дать в отдельном разделе подборку не слишком сложных задач и упражнений именно по материалу курса. Они составляют его неотъемлемую часть и сгруппированы в соответствии с темами лекций. Все же для серьезных упражнений и тренировки весьма полезно не ограничиваться только ими, а использовать еще и материал из книг [1, 2, 3, 4].

* * *

Соглашения о единицах измерений и обозначениях.

Здесь приняты обычные для физики элементарных частиц соглашения о том, что энергии частиц измеряются в ГэВ, импульсы – в ГэВ/c, массы – в ГэВ/c^2, углы – в радианах. Скорости частиц измеряются в единицах скорости света (то есть, скорость света в пустоте принята за 1).

Как правило, все неинвариантные величины, взятые в системе центра масс, отмечаются звездочкой *. Обозначения трехмерных векторов даются жирным шрифтом, обозначения четырехмерных векторов обычно даны заглавными буквами в курсивном шрифте.

Часть I

Лекции 1 и 2

Глава 1

Введение

Кинематические события в физике элементарных частиц и ядер происходят в четырехмерном импульсном пространстве. Оно является достаточно организованным множеством, имеющим вполне определенные геометрические свойства. Положение каждой точки в этом пространстве может быть охарактеризовано четырехмерным радиус-вектором $\mathcal{P}$, проведенным в нее из начала системы координат; координаты конца этого вектора и есть координаты точки.

Каждая точка импульсного пространства соответствует состоянию движения некоторой реальной частицы с определенной массой m. При изменении ее состояния движения частица оказывается в другой точке импульсного пространства, однако при этом никак не изменяется "длина" соответствующего ей 4-вектора. Иными словами, состояния движения реальной частицы с определенной массой m заселяют в четырехмерном импульсном пространстве некоторую гиперповерхность, определяемую условием $\mathcal{P}^2 = const = m^2$.

Координаты конца 4-вектора $\mathcal{P}$ определяются величиной кинетической энергии частицы (T) и ее привычным трехмерным вектором импульса $\mathbf{p}$. Однако только в начале прошлого века стало понятным, что гораздо более важной характеристикой, чем кинетическая энергия, является сумма $E = T + m$, называемая полной энергией частицы, или – кратко – энергией. Именно E и $\mathbf{p}$ являются компонентами 4-вектора $\mathcal{P}$, а его "длина" определяется массой частицы:

$$\mathcal{P}^2 = E^2 - \mathbf{p}^2 = m^2 \tag{1.1}$$

Для реальных частиц, которые могут быть зарегистрированы детектором, полная энергия всегда положительна, а условие (1.1) всегда выполняется. Таким образом, состояния реальной частицы с массой m в импульсном пространстве заполняют гиперповерхность, выделенную двумя условиями: $\mathcal{P}^2 = m^2$ и $E \geq m$.

Какие бы события взаимодействия частиц ни происходили, они происходят так, что сохраняется не только привычный полный трехмерный импульс, но и полная энергия. Поэтому сохраняется и "длина" вектора полного 4-импульса:

$$\sum_{i=1}^{n} \mathcal{P}_i = \sum_{j=1}^{N} \mathcal{P}_j \ , \quad \left(\sum_{i=1}^{n} \mathcal{P}_i \right)^2 = \left(\sum_{j=1}^{N} \mathcal{P}_j \right)^2 \ , \tag{1.2}$$

где $\mathcal{P}_i$ есть 4-импульс i-й частицы начального состояния, n есть число частиц в начальном состоянии, N – число частиц после взаимодействия (оно не обязательно равно n), $\mathcal{P}_j$ ($\mathcal{P}_i$) – 4-импульс отдельной частицы соответствующего состояния.

Именно анализ следствий этого закона является основной задачей релятивистской кинематики элементарных процессов.

* * *

Согласно специальной теории относительности, законы природы одинаковы во всех инерциальных системах отсчета. В применении к кинематике это означает, что для описания кинематических событий необходимо, во-первых, знать законы преобразования компонент 4-импульса при переходе от одной системы отсчета к другой, и во-вторых, необходимо стремиться к описанию этих событий в терминах таких переменных, которые не изменяются при переходе от одной системы отсчета к другой (такие переменные называются лоренц-инвариантными; при обсуждении вопросов кинематики их часто называют просто "инварианты").

Напомним элементарные свойства 4-векторов, под которыми понимается совокупность четырех величин A^0, A^1, A^2, A^3, испытывающих при преобразованиях четырехмерных координат изменения согласно *преобразованиям Лоренца* [9]. Принято записывать такую совокупность как A^μ, $\mu = 0, 1, 2, 3$ или $\mathcal{A} = \left(A^0, A^1, A^2, A^3\right)$ или $\mathcal{A} = \left(A^0, \mathbf{A}\right)$. Квадрат величины $\mathcal{A}$ (аналог квадрата модуля привычного трехмерного вектора) определяется как

$$\mathcal{A}^2 = \left(A^0\right)^2 - \left(A^1\right)^2 - \left(A^2\right)^2 - \left(A^3\right)^2 \ .$$

В зависимости от знака величины $\mathcal{A}^2$ множество 4-векторов расщепляется на 3 класса: при $\mathcal{A}^2 > 0$ они принадлежат классу времени-подобных 4-векторов, класс 4-векторов с $\mathcal{A}^2 < 0$ называется пространственно-подобным, а 4-векторы, для которых $\mathcal{A}^2 = 0$, составляют класс изотропных 4-векторов. Эта классификация релятивистски инвариантна. Свободно движущиеся частицы с ненулевой массой имеют времени-подобный вектор 4-импульса, а частицы с нулевой массой – изотропный. *Обсуждая кинематику физических процессов, экспериментатор имеет дело, как правило, с реальными частицами, поэтому соответствующие 4-импульсы физических реальных частиц времени-подобны или изотропны* (если масса частицы нулевая, как у фотона). Для виртуальных частиц их 4-импульс может принадлежать любому из классов.

В дальнейшем обсуждении вопросов кинематики элементарных процессов подразумевается, что речь идет о массивных частицах (например, при обсуждении 4-скорости); специальные случаи кинематики с участием фотонов оговариваются отдельно.

Запись вида A^μ соответствует т. н. *контравариантному* 4-вектору $\mathcal{A}$. Если определить новый 4-вектор с компонентами

$$A_0 = A^0 \ , \quad A_1 = -A^1 \ , \quad A_2 = -A^2 \ , \quad A_3 = -A^3 \tag{1.3}$$

и записать их как A_μ, то величину $\mathcal{A}^2$ можно переписать в форме

$$\mathcal{A}^2 = \sum_{\mu=0}^{4} A^\mu A_\mu = A^0 A_0 + A^1 A_1 + A^2 A_2 + A^3 A_3,$$

что принято записывать просто как $A^\mu A_\mu$, опуская знак суммирования, но подразумевая, что по совпадающим индексам, встречающимся и вверху, и внизу, производится суммирование.

Можно убедиться, что закон преобразования *ковариантного* вектора A_μ почти такой же, как в формулах (1.8, 1.11), отличаясь только знаком Γ в них, противоположным по отношению к знаку Γ в формулах преобразования для контравариантного вектора A^μ.

Скалярное произведение двух 4-векторов $\mathcal{A}$ и $\mathcal{B}$ определяется как

$$\begin{aligned} \mathcal{A} \cdot \mathcal{B} \ &\equiv \ \mathcal{A}\mathcal{B} = A^\mu B_\mu = A_\mu B^\mu = \\ &= \ A_0 B^0 + A_1 B^1 + A_2 B^2 + A_3 B^3 = A_0 B^0 - \mathbf{AB} \ . \end{aligned} \tag{1.4}$$

Можно легко убедиться непосредственным вычислением, что величина $(\mathcal{A} \cdot \mathcal{B})$ действительно инвариантна относительно преобразований Лоренца, т. е. является скаляром в пространстве определенных здесь 4-векторов.

Важную роль в исчислении четырех-векторов играет *метрический тензор* $g^{\mu\nu} = g_{\mu\nu}$, до сих пор не встречавшийся здесь, но с которым при чтении рекомендованной литературы читатель непременно встретится. Подозревая, что читатель с ним уже знаком и помня, что "лучше поздно, чем никогда", напомним и о нем.

Метрический тензор $g^{\mu\nu}$ представляется в виде матрицы

$$g = (g^{\mu\nu}) = (g_{\mu\nu}) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} = g^{-1}. \qquad (1.5)$$

С его помощью можно, например, переводить контравариантные 4-векторы в ковариантные и наоборот:

$$A_\mu = g_{\mu\nu} A^\nu \ , \quad A^\mu = g^{\mu\nu} A_\nu \ . \qquad (1.6)$$

(Здесь использовано данное выше соглашение о суммировании повторяющихся индексов.) Скалярное произведение двух 4-векторов с помощью этого тензора записывается очень просто:

$$(\mathcal{AB}) = A^\mu g_{\mu\nu} B^\nu \ . \qquad (1.7)$$

Почему тензор $g^{\mu\nu}$ называется "метрическим", любопытствующий читатель может узнать из литературы, например, из книги [5].

Более подробное рассмотрение свойств 4-векторов можно найти, в частности, в книгах [5, 9] и многих других.

* * *

Итак, компоненты 4-вектора $\mathcal{P} = (E, \mathbf{p})$ при переходе от одной системы отсчета к другой испытывают преобразования Лоренца. Настала пора их напомнить.

Пусть в какой-то системе отсчета S частица имеет импульс $\mathbf{p}$ и энергию E. Пусть другая система отсчета S' движется относительно S со скоростью $\boldsymbol{\beta}$ так, как показано на рисунке 1.1.

Тогда импульс $\mathbf{p}'$ и энергия E' этой же частицы в системе отсчета S' будут связаны с $\mathbf{p}$ и E в системе S соотношениями

$$\begin{aligned} E' &= \gamma E - \Gamma p_\parallel \ , \\ p'_\parallel &= \gamma p_\parallel - \Gamma E \ , \\ p'_\perp &= p_\perp \ , \\ \mathbf{p}' &= (p'_\perp, 0, p'_\parallel) \ , \end{aligned} \qquad (1.8)$$

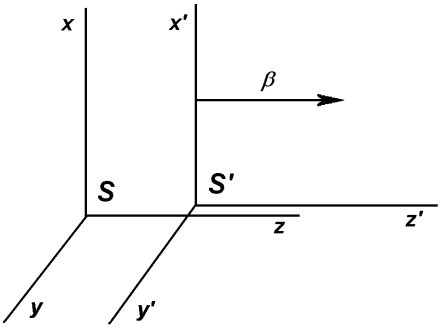


Рис. 1.1. Штрихованная система движется относительно нештрихованной со скоростью $\boldsymbol{\beta}$. Соответственно, система S относительно системы S' движется со скоростью $-\boldsymbol{\beta}$.

где $p_{\parallel}$ и $p'_{\parallel}$ – компоненты соответствующих импульсов, параллельные вектору скорости $\boldsymbol{\beta}$ (вдоль которой направлены, например, оси Z и Z' систем координат обеих систем отсчета), $p_{\perp}$ и $p'_{\perp}$ – компоненты этих импульсов, перпендикулярные вектору скорости $\boldsymbol{\beta}$ (вдоль этого перпендикуляра направлены, например, оси X и X' принятых нами систем координат), а величины γ и Γ есть

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}\ , \quad \Gamma = \frac{\beta}{\sqrt{1-\beta^2}}\ . \tag{1.9}$$

Здесь для произведения $\gamma\beta$ использовано удачное обозначение Γ из книги Г.И.Копылова [2], благодаря которому преобразование Лоренца (1.8) записывается в легко запоминающейся форме.

Если частица в системе отсчета S имеет импульс $\mathbf{p}$ и энергию E, то ее система покоя движется относительно S-системы с той же скоростью, что и эта частица, а именно:

$$\boldsymbol{\beta} = \frac{\mathbf{p}}{E}\ , \quad \gamma = \frac{E}{m}\ , \quad \Gamma \equiv \gamma \cdot \beta = \frac{p}{m}\ . \tag{1.10}$$

Преобразование (1.8) можно записать для любого 4-вектора $\mathcal{A} = (A^0, \mathbf{A}) \equiv (A^0, A^1, A^2, A^3) \equiv (A^0, A_x, A_y, A_z)$. То есть, при переходе из нештрихованной системы S (рис. 1.1) в штрихованную его компо-

ненты преобразуются согласно

$$\begin{aligned} A'^0 &= \gamma\left(A^0 - \beta A^3\right) = \gamma A^0 - \Gamma A^3 \ , \quad A'^1 = A^1 \ , \ \gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \ , \\ A'^2 &= A^2 \ , \ \ A'^3 = \gamma\left(A^3 - \beta A^0\right) = \gamma A^3 - \Gamma A^0 \ . \end{aligned} \tag{1.11}$$

В матричной записи это преобразование выглядит следующим образом:

$$\begin{pmatrix} A'^0 \\ A'^1 \\ A'^2 \\ A'^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma & 0 & 0 & -\Gamma \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -\Gamma & 0 & 0 & \gamma \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} A^0 \\ A^1 \\ A^2 \\ A^3 \end{pmatrix} \ . \tag{1.12}$$

Примечательно, что если ввести 4-вектор[1] $\mathcal{G} = (\gamma, \mathbf{\Gamma})$, имеющий свойство $\mathcal{G}^2 = \gamma^2 - \mathbf{\Gamma}^2 = 1$, то формулы (1.11) можно переписать в виде

$$\begin{aligned} A'^0 &= \mathcal{A}\cdot\mathcal{G} \ , \quad A'^1 = A^1 \ , \ A'^2 = A^2 \ , \\ A'^3 &= \frac{1}{\gamma}\left(A^3 - \Gamma(\mathcal{A}\cdot\mathcal{G})\right) = \frac{1}{\gamma}\left(A^3 - \Gamma A'^0\right) \ . \end{aligned} \tag{1.13}$$

* * *

В современной физике частиц характеристики их взаимодействий описываются, как правило, в терминах лоренц-инвариантных кинематических переменных. О них речь пойдет позже. Широко употребляются также безразмерные переменные, одной из которых является *быстрота* (или относительная быстрота; ранее для нее использовался термин гиперскорость [2]). Напомним ее определение.

Как известно, если сделать два последовательных преобразования вида (1.11) с параметрами β_1 и β_2 при условии, что направления движения систем отсчета S_1 и S_2 параллельны (обозначения здесь очевидны), то полученный результат будет эквивалентен одному преобразованию с параметром β_3 вдоль того же направления:

$$\beta_3 = \frac{\beta_1 + \beta_2}{1 + \beta_1\cdot\beta_2} \ , \quad \gamma_3 = \gamma_1\cdot\gamma_2\cdot(1 + \beta_1\cdot\beta_2) = \gamma_1\cdot\gamma_2 + \Gamma_1\cdot\Gamma_2 \ , \tag{1.14}$$

[1] Фактически, 4-вектор $\mathcal{G} = (\gamma, \mathbf{\Gamma})$ есть не что иное, как 4-скорость. Это понятие будет рассмотрено позже.

что можно переписать в симметричном виде как

$$\gamma_3 = \gamma_1 \cdot \gamma_2 + \Gamma_1 \cdot \Gamma_2 \ , \quad \Gamma_3 = \Gamma_1 \gamma_2 + \gamma_1 \Gamma_2 \ . \tag{1.15}$$

Определим *быстроту* η (или гиперскорость) согласно

$$\beta = \tanh \eta \ , \quad \gamma = \cosh \eta \ , \quad \Gamma \equiv \beta \cdot \gamma = \sinh \eta \ ; \tag{1.16}$$

после этого нетрудно убедиться, что соотношения (1.15) в терминах быстрот означают, что

$$\eta_3 = \eta_1 + \eta_2 \ . \tag{1.17}$$

Иными словами, *при параллельных друг другу преобразованиях Лоренца быстроты складываются*.

Более подробное обсуждение этой переменной будет проведено позже; можно также обратиться за деталями к рекомендованным книгам по кинематике[2]. Здесь важно подчеркнуть именно это *свойство аддитивности быстрот* при параллельных преобразованиях Лоренца.

Матричная запись преобразования (1.12) при использовании быстроты η выглядит следующим образом:

$$\begin{pmatrix} A'^0 \\ A'^1 \\ A'^2 \\ A'^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cosh\eta & 0 & 0 & -\sinh\eta \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -\sinh\eta & 0 & 0 & \cosh\eta \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} A^0 \\ A^1 \\ A^2 \\ A^3 \end{pmatrix} \ . \tag{1.18}$$

Наконец, из соотношений (1.16), (1.18) становится почти очевидным, что рассмотренные здесь преобразования Лоренца фактически есть не что иное, как преобразования вращения в 4-мерном пространстве. Появление гиперболических функций вызвано тем, что это пространство не является евклидовым. Однако более подробное обсуждение этих вопросов выходит за рамки данного курса.

[2] Об определении быстроты для фотонов - см. [2].

Глава 2

Классификация ветвей физики частиц

2.1 Физика элементарных частиц в целом.

В самом широком смысле, физика элементарных частиц призвана ответить на вопросы типа "как устроен наш мир и почему он таков, каким мы его сегодня наблюдаем?"

Более конкретно – какова структура элементарных частиц, как они взаимодействуют друг с другом, почему они имеют ту или иную массу, что такое "физический вакуум", все ли типы частиц и их взаимодействий нам известны и т. п.?

Поиски ответов на эти, и многие другие вопросы, в зависимости от их характера идут в разных направлениях. Соответственно, используются разные (часто похожие) методы экспериментального и теоретического исследования.

Например, мы знаем о 4-х типах взаимодействий: **гравитационном, слабом, электромагнитном и сильном**. В физике элементарных частиц внимание концентрировалось, до недавнего времени, только на последних трех.

Наиболее понятным и изученным сегодня представляется элек-

тромагнитное взаимодействие. Здесь есть теория (квантовая электродинамика), позволяющая многое рассчитать. Но есть и нерешенные вопросы.

Довольно хорошо понято слабое взаимодействие. Уже понятно, что оно тесно связано с электромагнитным (теория электрослабого взаимодействия, основоположниками которой стали Стивен Вайнберг и Абдус Салам). Но нерешенных вопросов много и здесь.

Гораздо хуже понято сильное взаимодействие элементарных частиц. Здесь многого не удается рассчитать "из первых принципов". Теоретическое описание явлений в сильной степени феноменологическое; количественные расчеты требуют знания большого количества параметров, извлекаемых из экспериментальных данных.

Эксперименты, в которых внимание концентрируется на выбранном отдельном типе взаимодействий, по своей методике и набору аппаратуры иногда отличаются весьма сильно. То же самое можно сказать и о теоретических методах.

Вместе с тем, экспериментальные и теоретические методы исследований можно подразделять на различные направления **по признаку характерных исследуемых расстояний** более или менее независимо от типа взаимодействия. Легче всего можно увидеть это на примере сравнения электромагнитных и сильных взаимодействий. Общим для них является то, что элементарные частицы являются квантовомеханическими объектами и по своей природе обладают волновыми свойствами. Соответственно, их дебройлевская длина волны определяет масштаб расстояний, которые могут быть существенны при их взаимодействии.

Но это не означает, что чем выше импульс частицы, тем меньшие расстояния будут "прощупываться". Правильнее было бы сказать, что тем меньшие расстояния **могут** "прощупываться": например, в экспериментах по рассеянию частиц определяющую роль играет не начальный импульс (или длина волны частиц в начальном состоянии) сам по себе, а величина его изменения при рассеянии. (Интуитивно это понятно, если вспомнить соотношение неопределенностей Гейзенберга.)

И опять, исследования процессов, происходящих на малых или больших (по сравнению с размерами частиц) расстояниях требуют разных экспериментальных и теоретических подходов и методов.

Наконец, поскольку в подавляющем большинстве экспериментов в физике элементарных частиц речь идет о рассеянии (упругом или же с рождением других частиц, т. е. неупругом), то полная энергия

в системе центра масс сталкивающихся частиц (или импульс одной из них (снаряда) в системе покоя другой (мишени), т. е. длина волны снаряда) является тем простым количественным параметром, по которому также разделяются методы и подходы, применяемые в теоретических и экспериментальных исследованиях.

На этой (энергетической) классификации стоит остановиться подробнее. Когда устраивается столкновение "снаряда" с 4-импульсом $\mathcal{P}_{proj}$ и "мишени" с 4-импульсом $\mathcal{P}_{targ}$, полный 4-импульс $\mathcal{P}_{tot}$ этой системы есть

$$\begin{aligned} \mathcal{P}_{tot} &= \mathcal{P}_{proj} + \mathcal{P}_{targ} \ , \quad \text{т. е.} \\ & (E_{tot}, \mathbf{p}_{tot}) = (E_{proj} + E_{targ}, \mathbf{p}_{proj} + \mathbf{p}_{targ}) \ , \end{aligned} \tag{2.1}$$

и взяв все величины в системе центра масс сталкивающихся частиц (чтобы подчеркнуть это, они помечены звездочкой), имеем:

$$\mathcal{P}_{tot} = (E^*_{tot}, \mathbf{p}^*_{tot}) = \left(E^*_{proj} + E^*_{targ}, (\mathbf{p}^*_{proj} + \mathbf{p}^*_{targ} = 0)\right) \ . \tag{2.2}$$

Поскольку квадрат 4-импульса есть релятивистский инвариант, то при покоящейся в лабораторной системе мишени ($\mathbf{p}_{targ} = 0$) имеем

$$\begin{aligned} \mathcal{P}^2_{tot} &= (E^*_{tot}, \mathbf{p}^*_{tot})^2 = (E_{proj} + E_{targ}, \mathbf{p}_{proj})^2 = \\ &= \left(E^*_{proj} + E^*_{targ}\right)^2 \ . \end{aligned} \tag{2.3}$$

Квадрат полного 4-импульса двух сталкивающихся частиц, имеющий физический смысл квадрата полной энергии в системе их центра масс, играет важную роль в кинематических расчетах и для него принято специальное обозначение s:

$$s \equiv \mathcal{P}^2_{tot} = m^2_{proj} + m^2_{targ} + 2m_{targ} \cdot E_{proj} = \left(E^*_{proj} + E^*_{targ}\right)^2 \ . \tag{2.4}$$

Здесь раскрыта скобка $(E_{proj} + E_{targ}, \mathbf{p}_{proj})^2$ и учтено, что для свободной частицы $E^2 - \mathbf{p}^2 = m^2$ (буквой m обозначена масса частицы).

Величина s **входит в число весьма широко используемых в физике частиц релятивистски инвариантных переменных** (называемых переменными Мандельстама).

Если вспомнить определение порога реакции (см. например [25]), то станет ясно, что величина s для гипотетической реакции типа $a + b \to X$ с рождением некоторой частицы X определяет максимально возможную массу такой частицы: она не может быть выше $\sqrt{s}$. (Как известно, на пороге неупругой реакции типа $a + b \to c + d + X$ все частицы в конечном состоянии *покоятся в системе центра масс*: вся полная энергия E^*_{tot} тратится на массы рожденных частиц).

2.2 Энергетические области: специфика.

Даже беглый взгляд на одну из важнейших характеристик взаимодействия частиц (полное сечение рассеяния) взятую в зависимости от энергии сталкивающихся частиц, позволяет заметить, что в области энергий снаряда выше порога неупругости (мишень считаем покоящейся в лабораторной системе отсчета), а именно – от нескольких сотен МэВ до десятка ГэВ, взаимодействия элементарных частиц за счет "ядерных сил" имеют характер, отличный от того, который они имеют при меньших энергиях или при достаточно больших энергиях (где возможно рождение либо большого числа других частиц, либо рождение весьма тяжелых частиц).

2.2.1 Зависимость сечений рассеяния от энергии.

Действительно, из данных о полных сечениях рассеяния частиц (рис. 2.1-2.6), взятых либо в зависимости от импульса снаряда в лабораторной системе отсчета (л.с.), либо от $\sqrt{s}$ – полной энергии в системе центра масс (с.ц.м.) видно, что при малых энергиях они плавно и довольно быстро уменьшаются с ее ростом, а при больших – наоборот, плавно растут, хотя и достаточно медленно.

В области промежуточных энергий (импульсы снаряда лежат в интервале 0.2-10 ГэВ/с) поведение полных сечений рассеяния совсем иное: видны хорошо заметные колебания величины сечений, похожие на резонансные кривые, причем величина, форма и число таких колебаний различны для различных пар сталкивающихся частиц. В целом, это напоминает эффект Рамзауэра в атомной физике, наводя на подозрение о сходстве причин этих эффектов. И действительно, довольно глубокое сходство в самом деле есть. Однако эти колебания величины сечений проявляются при разных энергиях снарядов, в зависимости от их типа (барионы, пионы, каоны). Поэтому границы области, где сечения рассеяния нерегулярны, единым образом определить на энергетической шкале трудно. Совсем иная ситуация возникает, если эти же сечения представлять в зависимости от быстроты снаряда, как это сделано в следующем параграфе.

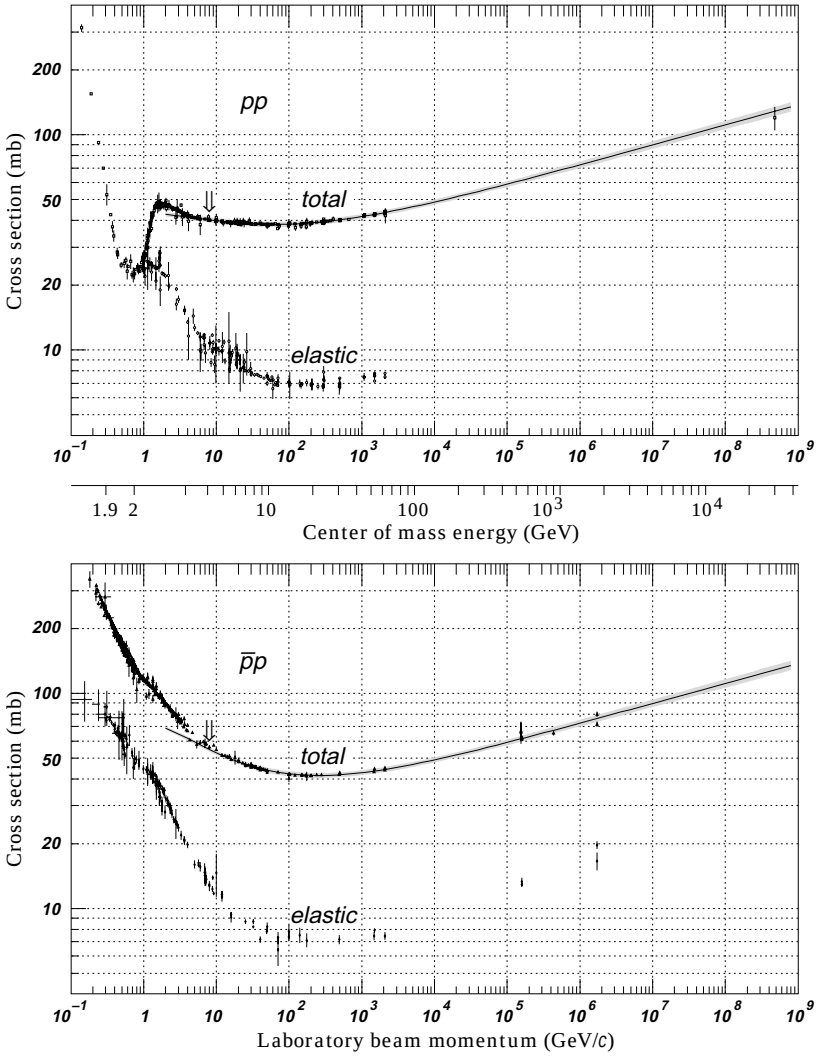


Рис. 2.1. Энергетическая зависимость полных сечений взаимодействия протонов и антипротонов с протонами [29].

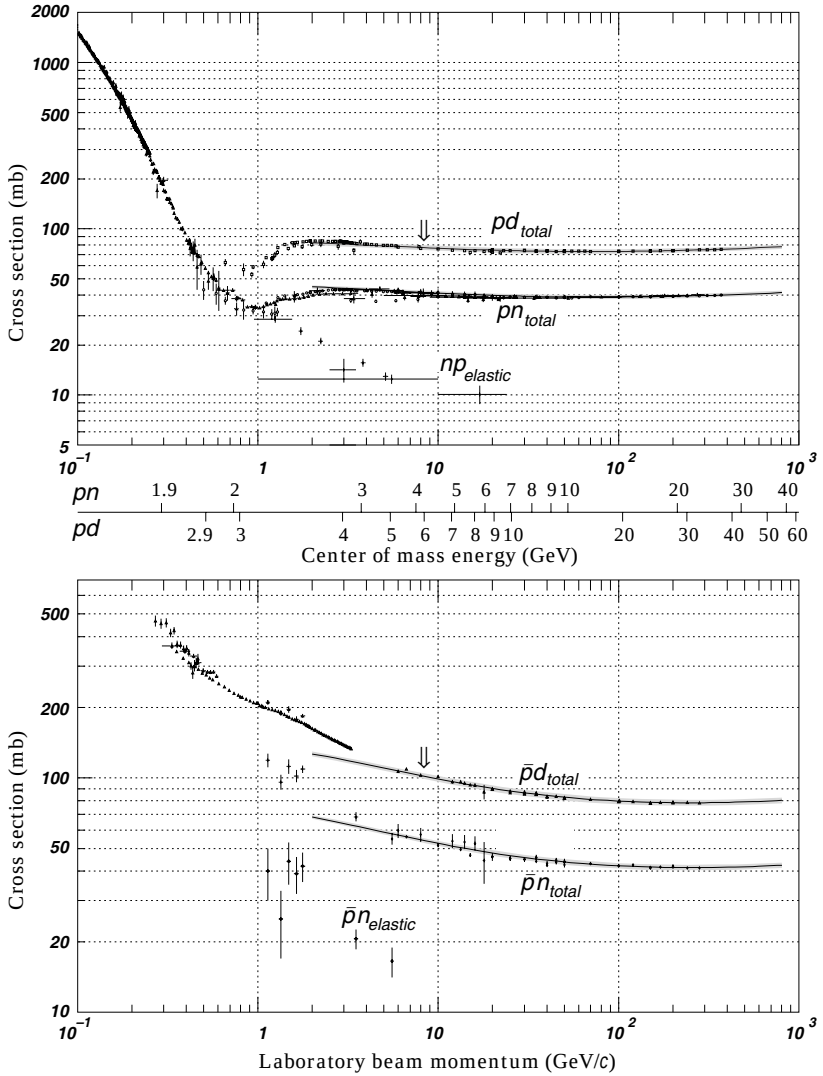


Рис. 2.2. Энергетическая зависимость полных сечений взаимодействия протонов и антипротонов с дейтронами и нейтронами [29].

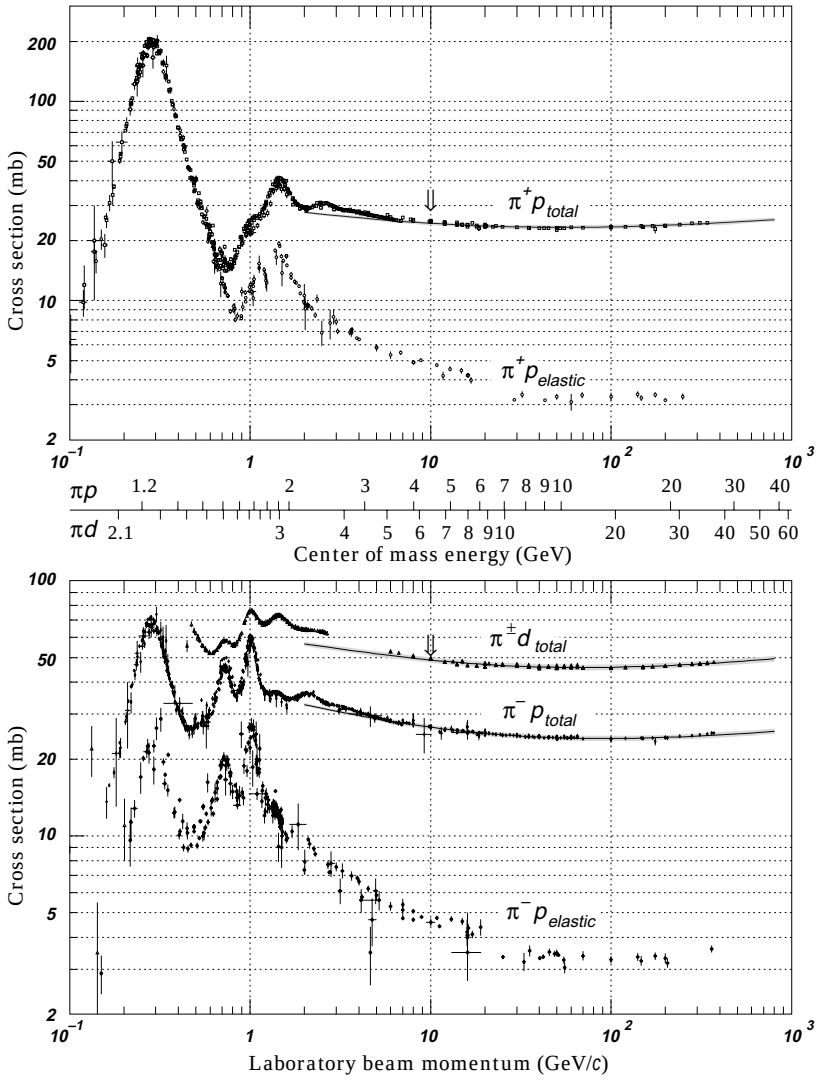


Рис. 2.3. Энергетическая зависимость полных сечений взаимодействия пионов с протонами и дейтронами [29].

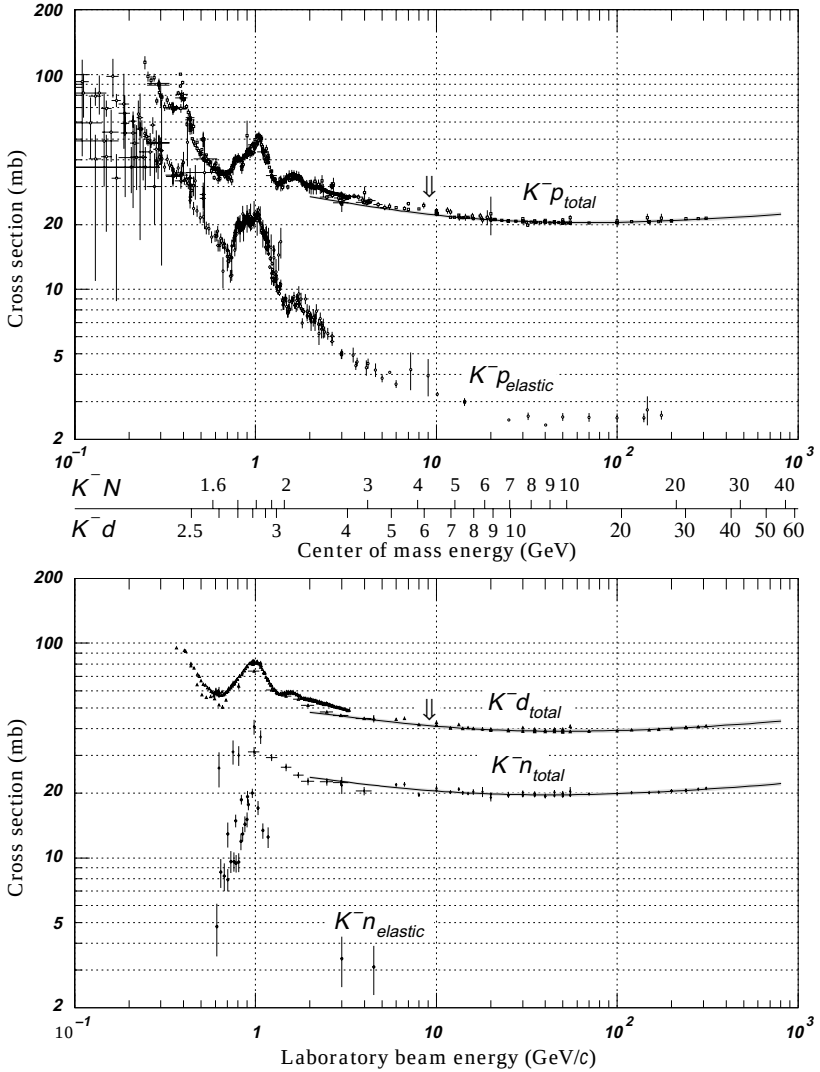


Рис. 2.4. Энергетическая зависимость полных сечений взаимодействия отрицательных каонов с протонами, нейтронами и дейтронами [29].

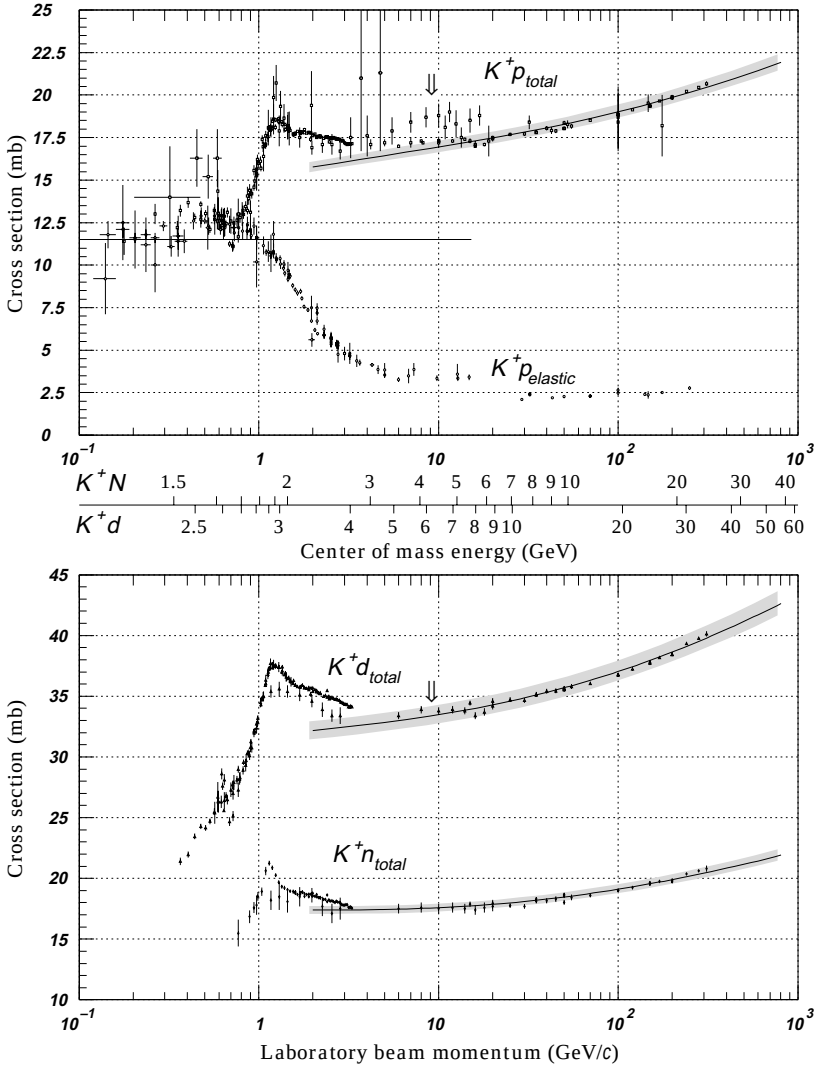


Рис. 2.5. Энергетическая зависимость полных сечений взаимодействия положительных каонов с протонами, нейтронами и дейтронами [29].

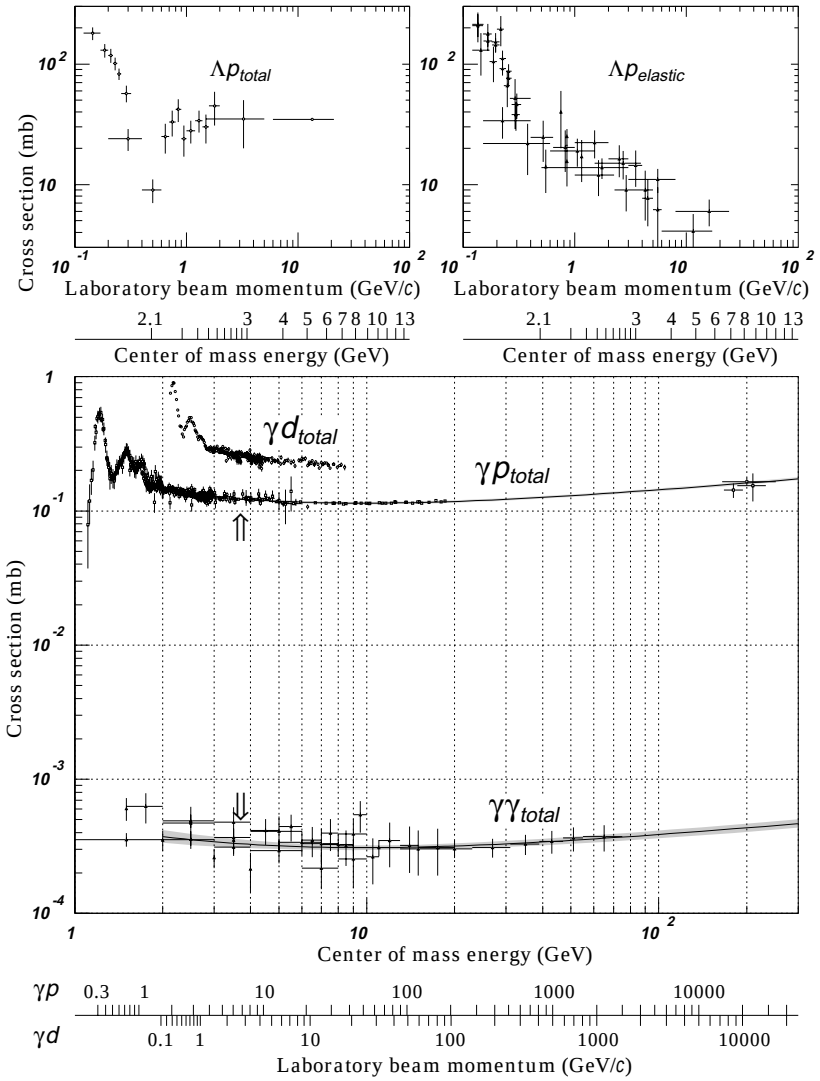


Рис. 2.6. Энергетическая зависимость полных сечений взаимодействия гиперонов и фотонов с протонами и дейтронами. Приведены также данные о фотон-фотонных сечениях [29].

2.2.2 Полные сечения в зависимости от быстроты.

Рассмотрим сечения взаимодействия частиц, представленные на рисунках 2.1–2.5 в зависимости от быстроты снаряда (считая, что мишень находится в покое относительно лабораторной системы отсчета). Полученные результаты показаны на рис. 2.7.

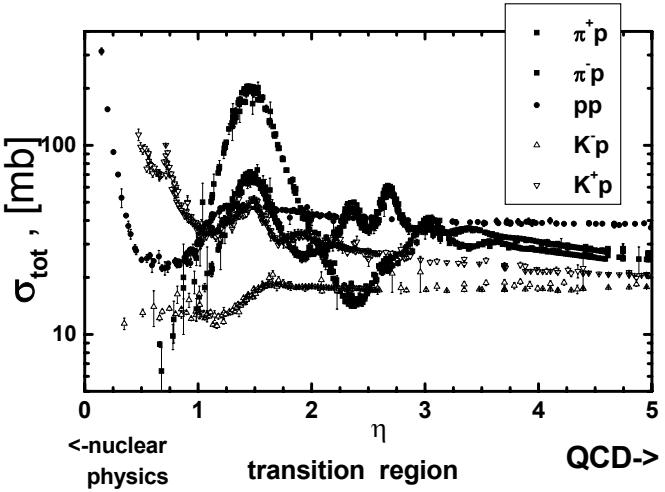


Рис. 2.7. Зависимость полных сечений от быстроты η снаряда (по А.А.Балдину).

Из этого рисунка видно, что сильная, резонансно-подобная зависимость сечений взаимодействия разных частиц имеет место только при быстроте соответствующих снарядов, лежащей **в одном и том же интервале от 1 до 3 единиц** независимо от сорта снаряда. При более высоких быстротах сечения меняются плавно и медленно, при быстротах менее 1 – плавно, но довольно быстро. Сходство поведения сечений рассеяния различных частиц здесь видно много лучше, чем на рисунках 2.1–2.6, где они были показаны в зависимости от полной энергии в системе центра масс или импульса снаряда в лабораторной системе.

Другая безразмерная, релятивистски инвариантная переменная, близко связанная с быстротой, была предложена А.М.Балдиным при изучении явления "кумулятивного" рождения частиц. Для пары час-

тиц 1 и 2 он ввел переменную $b_{12} = -(u_1 - u_2)^2$, где u_i–4-скорость[1]. Считая частицу 1 снарядом, а частицу 2 мишенью, можно вычислить квадрат разности 4-скоростей снаряда (*projectile*) и мишени (*target*), т. е. b_{tp}, и увидеть, что в системе покоя мишени $\gamma_p = 1 + b_{tp}/2$. Переменную b_{tp} можно также связать с быстротой снаряда (см. (1.16)).

2.3 Особенности разных энергетических областей.

Итак, говоря о физике элементарных частиц, можно выделить три характерных области энергий, в которых как предмет, так и экспериментальные и теоретические методы исследования заметно различаются. Именно:

- низкие энергии (ниже порога рождения пионов, как легчайших адронов), где разность быстрот снаряда и мишени заметно меньше 1; это более-менее хорошо определенная граница;
- промежуточные (переходные, или резонансные) энергии: выше порога образования мезонов (пионов, прежде всего), но ниже порога рождения частиц, содержащих тяжелые кварки второго и третьего поколений; эта (верхняя) граница довольно условна, но в терминах быстроты это область тех энергий, где разность быстрот снаряда и мишени лежит в интервале от 1 до (3-4).
- высокие энергии: все, что выше верхней границы переходной области. Здесь разность быстрот снаряда и мишени более (3-4) и может быть заметно выше. (Может быть, в недалеком будущем в этой области появится новый разделительный "маяк", которым может стать, например, порог рождения бозона Хиггса.)

2.3.1 Физика низких энергий.

В этой области физики частиц хорошо определено понятие потенциала взаимодействия, релятивистские эффекты имеют характер поправок, существует множество феноменологических констант но

[1] Понятие 4-скорости будет подробнее обсуждено позже.

разработаны достаточно точные (в ряде случаев) методы расчетов. Машинные вычисления, необходимые для теоретических расчетов, нередко долгие и сложные.

Экспериментальные установки для измерений в этой области энергий обычно достаточно простые; жизненный цикл экспериментов (идея→установка→измерения→результат) относительно короткий (его характерная длительность исчисляется месяцами). Именно поэтому в этой области многое делается в университетах или исследовательских институтах при университетах.

2.3.2 Физика высоких энергий.

Характерные особенности физики высоких энергий: преобладает феноменологическое или даже качественное описание явлений, число каналов неупругих реакций очень велико, реакции отличаются высокой множественностью частиц в конечном состоянии.

Существует множество теоретических моделей одних и тех же явлений, степень разброса надежности теоретических предсказаний очень велика (от точных до совсем неопределенных). Теория постоянно нуждается в "подсказках" (зачастую качественного характера) от эксперимента для снятия неопределенностей и отбора жизнеспособных моделей. К счастью, уже создана единая схема описания и систематизации наблюдаемых фактов и явлений (электрослабая теория, Стандартная модель). *Кварк-партонная картина* сильных взаимодействий дает основу для анализа и интерпретации экспериментальных данных. В этой картине при рассмотрении внутренней структуры элементарных частиц вместо их волновой функции используется понятие *структурных функций*.

Благодаря свойству асимптотической свободы квантовой хромодинамики (КХД), ряд явлений, происходящих при больших переданных импульсах, допускает количественный анализ и интерпретацию наблюдений методами теории возмущений.

Вместе с тем, эксперименты в этой области требуют больших затрат как времени, так и материальных ресурсов и поэтому тоже нуждаются в "подсказках" от теории для выбора перспективных и актуальных направлений исследований. Экспериментальные установки обычно сложные и дорогие, имеют длинный (десяток лет или более) жизненный цикл, создаются и обслуживаются большими коллективами. И экспериментаторы, и теоретики предпочитают получать качественные результаты, особенно – не укладывающиеся в

сложившуюся картину.

Характерными чертами исследований в этой области в последние десятилетия является то, что наиболее яркие экспериментальные результаты имеют, как правило, высокую статистическую и систематическую точность, а разработанные для экспериментов в физике высоких энергий методы и устройства довольно быстро находят широкое применение в самых разных областях человеческой деятельности, (причем не только в науке, технике и промышленности).

2.3.3 Физика переходной области энергий.

В переходной области энергий сталкиваются и сосуществуют два основных типа теоретических подходов и два языка:

- Язык потенциалов, представление о потенциальном рассеянии и волновых функциях составных объектов (ядер или элементарных частиц). Такой подход характерен при экстраполяции из области низких энергий в область промежуточных энергий вблизи ее нижней границы. При этом понятие потенциала теряет строгость и "размывается".

- Язык диаграмм Фейнмана, эффективные мезон-нуклонные полевые теории с феноменологическими формфакторами и эмпирическими константами. При экстраполяции из области высоких энергий в переходную область вблизи ее верхней границы структурными элементами при анализе элементарных частиц являются "конституентные" кварки, отличные от "токовых" кварков и глюонов кварк-партонной картины процессов при высоких энергиях.

Такая двойственность обусловлена тем, что при промежуточных (переходных) энергиях нельзя проводить КХД расчеты методами теории возмущений: характерные константы связи в квантовой хромодинамике растут с ростом характерных расстояний. Это свойство КХД называют свойством *конфайнмента*; оно отражает тот экспериментальный факт, что в свободном состоянии кварки не наблюдаются. Именно причины и механизм конфайнмента в настоящее время являются основными проблемами физики частиц и ядер в переходной области энергий.

Дополнительная трудность при теоретическом анализе явлений в рассматриваемой области энергий связана с тем, что здесь реляти-

вистские эффекты уже существенны, но в кинематических расчетах, даже в приближенных, нельзя пренебрегать массами и (порой) даже энергиями связи частиц в ядерных системах.

Эксперименты в переходной области не так сложны и длительны, как в области высоких энергий, но все же требуют заметно больших затрат как времени, так и материальных ресурсов, чем при низких энергиях и поэтому тоже нуждаются в "подсказках" от теории для выбора перспективных и актуальных направлений исследований. Соответствующие экспериментальные установки умеренно сложные и дорогие, но их жизненный цикл все же измеряется годами (а не десятками лет). Слишком большие коллективы специалистов для создания и обслуживания этих установок не требуются.

2.4 Предмет современной физики промежуточных энергий.

В последние 2-3 десятилетия происходила постепенная смена тематики исследований в области физики промежуточных энергий, в результате чего сменился ее предмет. Вместо "охоты за резонансами", актуальной в 60–70-е годы, когда основная масса экспериментальных и теоретических работ была посвящена взаимодействиям элементарных частиц (нуклонов с нуклонами, мезонов с нуклонами), внимание физиков переместилось на проблемы взаимодействия частиц с ядрами и проблемы проявления кварковых степеней свободы в ядрах. Произошло сближение тем, считавшихся "чистой физикой элементарных частиц" и "чистой ядерной физикой"; ядерная физика "вошла" в область промежуточных энергий и стало возможным говорить о ядерной физике промежуточных энергий или релятивистской ядерной физике (правда, последний термин после ускорения ядер в ЦЕРН и запуска коллайдера RHIC в Брукхейвене включает в себя и ядерную физику высоких энергий).

Проблематика ядерной физики промежуточных энергий сформировалась как при движении из области низких энергий к более высоким при решении проблем традиционной ядерной физики, так и при движении от физики взаимодействия элементарных частиц друг с другом к рассмотрению их взаимодействия с ядрами. Большую роль здесь сыграл успех теории Глаубера-Ситенко в описании

взаимодействия частиц с ядрами.

Основные направления (предмет) современных исследований по физике промежуточных энергий можно представить следующим образом (двигаясь от проблем традиционной ядерной физики к проблемам физики частиц в узком смысле).

- Структура ядер и ядерная материя (нуклонная):
  - Распределение вещества в ядрах (протонов, нейтронов); распределение электрического заряда; распределение электрических токов.
  - Механизмы возбуждения ядерных уровней. Функции отклика на разные типы возбуждений разными пробниками (селективное возбуждение ядерных уровней).
  - Свойства ядерной материи при высоких плотностях вещества, высоких температурах и т. д. Создание условий для образования и исследования свойств барионной (не обязательно нуклонной) материи (обогащенной мезонами и адронными резонансами в том числе). Уравнение состояния барионной материи, ее фазы и фазовые переходы.
- "Экзотические" ядра, в том числе – ядра с протяженной нуклонной оболочкой; гипер-ядра; ядра с возбужденными нуклонами (например, ядра с Δ-возбуждениями) или мезонами (η-ядра); системы, пограничные между атомами и ядрами: глубоко связанные K-кластеры и т. п.
- Проявления ненуклонных степеней свободы ядерной материи, в т. ч. кварк-глюонных. Отклик ядерного вещества на высокие возбуждения, проявления внутренней структуры частиц при малых расстояниях между ними.
- Ядерные силы при "средних" и "малых" расстояниях между нуклонами. Многонуклонные силы и их природа.
- Релятивистские составные системы и проблема их теоретического описания. Экспериментальные методы и подходы к изучению структуры ядер при малых, по сравнению с размером нуклона (~ 0.8 Фм), расстояниях между ними.
- Свойства частиц и резонансов в ядерной среде.

- Механизмы рождения частиц (мезонов, барионов) на связанных нуклонах; коллективные (в широком и узком смысле) явления.
- Механизмы рождения частиц вблизи их порогов.
- Изучение взаимодействия нестабильных частиц при малых относительных энергиях с другими (стабильными) частицами и ядрами путем анализа взаимодействия в конечном состоянии вблизи порогов их рождения.
- Спектроскопия элементарных частиц; экзотические частицы.
- Задачи метрологического характера (определение численных значений феноменологических констант, необходимых как для традиционной ядерной физики, так и для физики высоких энергий).

2.4.1 Зачем ускорять ядра?

Ответ на этот вопрос неоднозначен. Он зависит от того, из какой области энергий начинается движение в переходную область. Если входить в нее из области высоких энергий, то можно сказать, что ускорение ядер дает возможность поставить и решать такие вопросы, которые ранее вообще не рассматривались. Некоторые из них обсуждаются в разделе 2.4.2.

Если же искать ответ на этот вопрос, отталкиваясь от проблематики, характерной для области низких энергий и проблем традиционной ядерной физики, т. е. двигаясь из области низких энергий, то этом случае бросаются в глаза новые инструментальные возможности, которые ускорение ядер дает для решения традиционных проблем. Эти возможности возникают благодаря следующим обстоятельствам.

Во-первых, благодаря релятивистскому эффекту "растяжения" времени, процессы внутреннего движения конституентов в ядрах и распада релятивистских нестабильных ядер (в частности, гипер-ядер), наблюдаемые из лабораторной системы отсчета, "замедляются". В частности, за время жизни нестабильного ядра τ_0 в собственной системе отсчета, в установке оно пролетает путь порядка $\gamma\beta c\tau_0$, вполне макроскопический и достаточно легко измеряемый. Иными словами, время жизни конвертируется в пройден-

ный путь. В сущности, этот же эффект лежит как в основе кварк-партонной картины взаимодействия частиц, так и в основе фрагментационного метода изучения структуры легких ядер, краткое обсуждение которого будет дано позже.

Во-вторых, те частицы, которые появились при взаимодействии релятивистского ядра A с мишенью b и были "медленными" в системе покоя этого ядра, оказываются вполне релятивистскими в лабораторной системе, что в ряде случаев существенно облегчает их экспериментальное наблюдение. Иными словами, некоторые каналы реакций типа $b + A$ гораздо удобнее изучать в т. н. "инверсной" кинематике, когда снарядом является ядро A, чем в "прямой", когда снарядом является частица b. Это бывает особенно важно при изучении класса явлений, запрещенных законами сохранения энергии-импульса для столкновений частица+(свободный нуклон), то есть для т. н. подпороговых реакций или кумулятивных реакций.

Итак, ускорение ядер открывает новые методические возможности в следующих направлениях:

- исследования структуры ядер (легчайших в первую очередь) и проявлений ненуклонных степеней свободы ядер (здесь эксплуатируется релятивистское "растяжение" времени);
- свойства гипер-ядер (конверсия "время жизни $\rightarrow$ пройденный путь");
- исследование кумулятивных и подпороговых явлений;
- поиск эффектов многонуклонных (трехчастичных) сил в атомных ядрах.

Кроме того, пучки ускоренных тяжелых ионов необходимы для решения таких задач, как

- получение нейтронных пучков и пучков "экзотических" ядер (в первую очередь – вблизи границ области стабильности) а также ядер с протонным или нейтронным гало для исследования их свойств;
- прикладные исследования (радиационная стойкость микроэлектроники, радиобиология, астрофизические приложения).

Наконец, ряд традиционных задач физики частиц в переходной области либо вообще невозможны без использования пучков легких

ядер, либо при выполнении измерений в "инверсной" кинематике легче поддаются экспериментальному решению. К ним относятся, например,

- изучение механизмов рождения и свойств адронных резонансов (Δ, Роперовский резонанс, мезонные резонансы) при вариации квантовых чисел начальных состояний (это было реализовано при изучении реакций типа $(^3He, t)$, (d, d'), (α, α'));

- изучение свойств элементарных частиц и адронных резонансов в ядерной среде. Здесь особенно полезна "инверсная" кинематика, что довольно очевидно: ведь для наблюдения сигнала о влиянии среды на свойства появившихся в ней частиц необходимо создать условия, при которых эти частицы достаточно долго пребывают в ядерном окружении, т.е. движутся достаточно "медленно" относительно среды.

2.4.2 Физика релятивистских тяжелых ионов.

Изучение сильно взаимодействующей адронной (КХД) материи становится главным предметом исследования в физике тяжелых ионов высоких энергий, что отражается в общей тенденции последних десятилетий к унификации программ исследований в физике частиц и в ядерной физике.

Прежде всего, это подразумевает понимание диаграмм состояний (фазовых диаграмм) ядерной материи и установления границ, разделяющих разные фазы (т. е. границ, где происходят фазовые переходы – если они вообще происходят, что пока не установлено).

Согласно современным теоретическим представлениям, ожидается, что существуют следующие различные фазы сильно взаимодействующего КХД вещества: адронное вещество, плотное барионное вещество, кварк-глюонная плазма. Возможно, есть и другие фазы.

При низких энергиях исследуется обычная ядерная материя при нормальной (или низкой) плотностях и ее уравнение состояния.

Намного меньше исследована область больших плотностей и/или высоких температур. Именно эта область может быть прощупана с помощью тяжелых ионов высоких энергий. Особо интригующей темой сегодня является вопрос о том, существует ли критическая точка на диаграмме состояний сильно взаимодействующей адронной (КХД) материи (см. рис. 2.8), одна ли она, есть ли нечто вроде тройной точки на фазовой диаграмме.

Эволюция барионной (адронной) материи может заканчиваться на стадии появления "ароматизированного" барионного вещества, обогащенного гиперонами и странными мезонами. Здесь стоит отметить, что стабилизирующая роль странности в ядерной материи сегодня является одной из наиболее интересных и не слишком исследованных тем; яркий пример дают нейтроноизбыточные легчайшие гипер-ядра.

Главный, доступный ныне метод экспериментального изучения сильно взаимодействующей КХД материи – ее образование в процессах неупругого рассеяния ядер. Можно выделить три характерные стадии развития таких процессов во времени (см. рис. 2.10):

1. образование сильно взаимодействующей адронной (КХД) материи,

2. ее эволюция (например, от горячего и плотного состояния к разреженному и холодному, где уже могут появиться адроны),

3. адронизация кварков и конденсация КХД материи в адронную и/или ядерную материю.

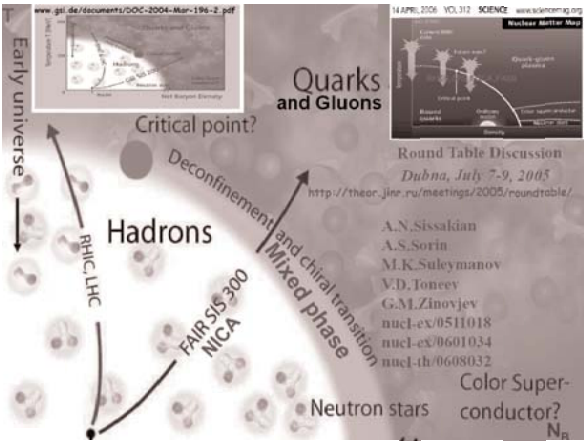


Рис. 2.8. Эволюция представлений о фазовой диаграмме для сильно взаимодействующей КХД материи. Врезка слева вверху – представление теоретиками фазовой диаграммы в 2004 году; врезка справа вверху – та же диаграмма в конце 2005 года; основной рисунок – один из вариантов ожидаемой фазовой диаграммы в середине 2005 года. Абсцисса: чистая барионная плотность, ордината: температура системы (МэВ).

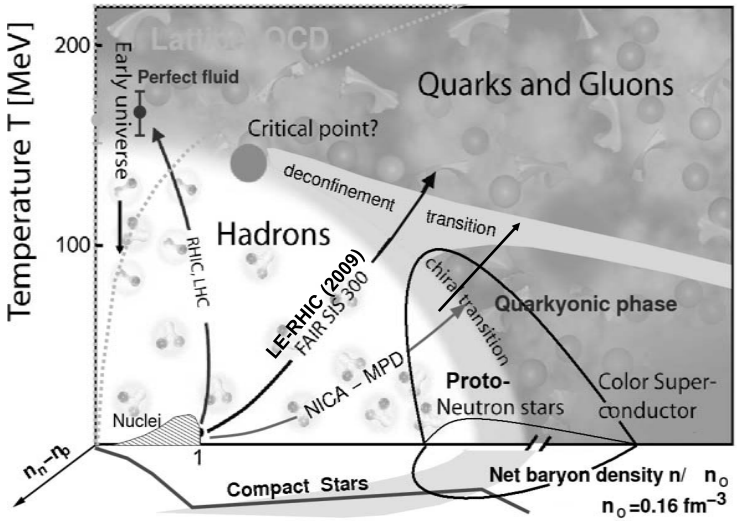


Рис. 2.9. Эволюция представлений о фазовой диаграмме для сильно взаимодействующей КХД материи: результаты расчетов на решетках для фазовой диаграммы (осень 2009 г.). Абсцисса: чистая барионная плотность в относительных единицах, ордината: температура системы в МэВ.

При смене стадий возможны различные фазовые переходы. Так например, многие теоретические модели, включая вычисления на решетке, указывают, что в области энергий (в системе центра масс, в расчете на нуклон) $\sqrt{s_{NN}} = 4 \div 9$ ГэВ для столкновений, например, Au-Au или U-U, может находиться критическая точка.

Общей для всех этих стадий особенностью является то, что при теоретическом рассмотрении каждой из них с неизбежностью приходится иметь дело с проблемами непертурбативного характера. В разных типах реакций приходится иметь дело с разными аспектами этих трех стадий.

Например, в любом неупругом рассеянии, рождение частиц происходит в различном окружении. В столкновениях "частица-частица" образование новых частиц происходит в области, погруженной в физический вакуум, тогда как в ядро-ядерных столкновениях оно происходит в областях, погруженных в сильно взаимодействующую КХД среду (где, кстати, некоторые спонтанно нарушенные симметрии могут оказаться восстановленными). Поэтому изме-

развития во времени процессов неупругого взаимодействия ядер следует добавить стадию "предварительной подготовки" ядерной материи к собственно сильному взаимодействию (рис. 2.10), на которой протонная и нейтронная составляющие каждого из ядер, участвующих в столкновении, разделяются (из-за кулоновского расталкивания) и поляризуются (из-за появления сверхсильных магнитных полей и разного знака магнитных моментов нейтронов и протонов). Какие эффекты могут возникать при этом на начальной стадии образования сильно взаимодействующей КХД материи, равно как и при ее эволюции в присутствии сверхсильных электромагнитных полей, пока неясно. Более того, далеко не очевидно, что здесь применимы традиционные пертурбативные подходы к рассмотрению электромагнитных взаимодействий (см. в этой связи книгу [21]).

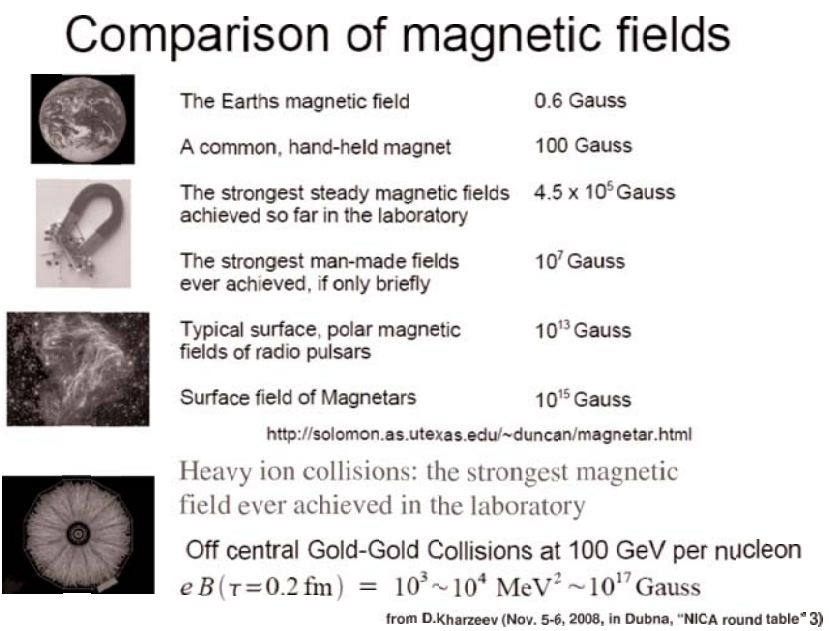


Рис. 2.11. Характерные напряженности магнитного поля в природных объектах.

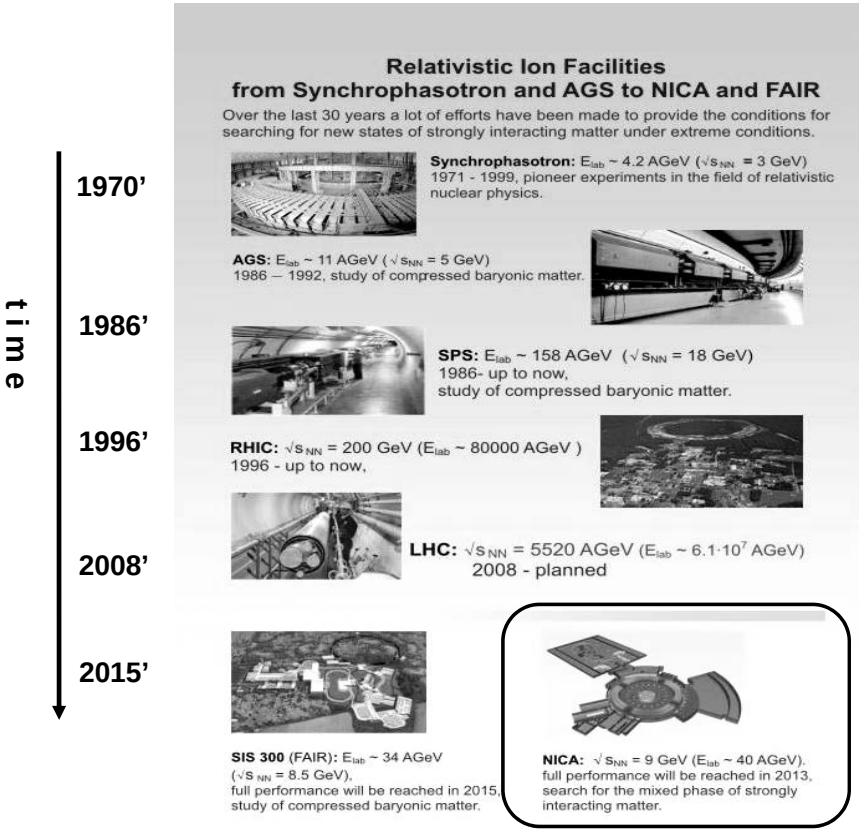


Рис. 2.12. Инструменты для релятивистской ядерной физики (или физики релятивистских тяжелых ионов): от Синхрофазотрона ОИЯИ до LHC (ЦЕРН), НИКА (ОИЯИ), FAIR (GSI).

Т. о. главные темы исследований в области тяжелых ионов высоких энергий в настоящее время представляются следующими:

- исследование свойств адронов в ядерной и плотной барионной (адронной) среде,
- определение уравнения состояния адронной материи,
- поиск фазовых переходов и возможной КХД-критической точки (или точек),

- свойства ядерной (адронной) материи при высоких плотностях вещества и энергии,

- поиск возможных сигналов деконфайнмента и/или восстановления киральной симметрии,

- исследование электродинамических явлений в сверхсильных электромагнитных полях, возникающих при столкновениях тяжелых ядер.

Можно с уверенностью утверждать, что экспериментальное изучение в ядро-ядерных столкновениях горячей и плотной, сильно взаимодействующей материи с поиском сигналов о смешанной фазе и критической точке (или точках) будет в ближайшие десятилетия главным стратегическим направлением в физике тяжелых ионов высоких энергий и физике элементарных частиц.

Это направление естественным образом выросло из исследований, начатых в ОИЯИ еще на Синхрофазотроне (рис. 2.12) и продолжающихся в других центрах.

Часть II

Лекции 3 и 4

Глава 3

Кинематика реакций: первая встреча

Основной метод изучения свойств и взаимодействий элементарных частиц и ядер – исследование реакций их рассеяния и/или распада. Как правило, при столкновении достаточно энергичных частиц происходит рождение других, так что частицы начального (до столкновения, или реакции) и конечного (после реакции) состояний могут различаться. Существенная разница между начальным и конечным состояниями состоит в том, что экспериментатор до определенной степени контролирует и может управлять начальным состоянием (в том, что касается кинематики, практически полностью), тогда как сам набор конечных частиц, равно как и их квантовомеханические состояния, определяются характером и динамикой реакции.

Рассмотрим реакцию взаимодействия двух частиц a и b, о которой известно, что в конечном состоянии обязательно имеются частицы c и d (которые могут быть зарегистрированы) и группа частиц, о которых ничего не известно кроме того, что эта группа уносит с собой какую-то часть полных импульса и энергии. Для обозначения таких реакций принято использовать разные формы записи:

$$a + b \to c + d + X \ , \text{ или } \quad b(a, c)dX \text{ или } b(a, c) \ . \tag{3.1}$$

Первое обозначение типично для физики элементарных частиц высоких энергий. Второе типично для ядерной физики или физики низких и промежуточных энергий. Оно в ряде случаев более информативно; в скобках обычно указываются: до запятой - снаряд, после запятой – регистрируемые экспериментатором частицы; перед скобкой указывается частица-мишень, после скобки – нерегистрируемые частицы, о которых, тем не менее известно, что они есть в конечном состоянии. Символом X обычно обозначают нерегистрируемую систему неизвестного числа частиц неизвестного сорта, которая уносит полный 4-импульс $\mathcal{P}_X$. В этом случае $\mathcal{P}_X$ называется *недостающим импульсом*, а величина $M_X = \sqrt{\mathcal{P}_X^2}$ называется *недостающей массой*: ведь $\mathcal{P}_X$ находится из закона сохранения энергии-импульса, а не из прямого измерения 4-импульсов входящих в эту систему частиц.

3.1 Классификация реакций рассеяния.

Упругое рассеяние. Это - простейшая реакция рассеяния и частный случай т. н. *бинарной* (т. к. и в начальном, и в конечном состоянии имеются лишь 2 частицы) реакции. При упругом рассеянии в результате столкновения меняются только импульсы и состояния поляризации частиц, но все другие характеристики (масса, тип) не меняются. Однако в бинарной неупругой реакции массы и типы частиц в конечном состоянии иные, чем в начальном (хотя бы для одной из частиц). **Квазиупругое рассеяние**. Термин применяется к случаю рассеяния "более элементарной" частицы на составной (т. е. "менее элементарной", например, рассеяние протонов или пионов на ядрах), когда кинематика рассеяния близка к кинематике упругого рассеяния такой же частицы-снаряда на свободной (не связанной в ядре-мишени) частице-конституенте мишени; при этом конечное состояние ядра-мишени не обязательно совпадает с начальным: оно может перейти в одно из своих состояний дискретного, квазидискретного или непрерывного спектра. Реакции на ядрах с рождением частиц также часто называются *квазисвободными*, если их кинематика близка к кинематике аналогичной реакции на свободной частице-конституенте мишени. Таким образом, основное отличие квазиупругих реакций от истинно упругих обусловлено тем, что снаряд рассеивается не на покоящейся (в л. с.) свободной мишени, а на движущейся (из-за ферми-движения конституентов в составной системе). При этом необходимо помнить, что масса свободного кон-

ституента отлична от его массы (точнее – величины $m^2 = E^2 - \mathbf{p}^2$), когда он находится в составе более сложной системы в связанном состоянии. Поэтому иногда можно *верить* в то, что характеристики "элементарного" взаимодействия можно извлечь из данных о квазиупругом рассеянии, а иногда - нет: надо специально исследовать, когда эффектами связи в ядре (т. е. ферми-движением "элементарной" мишени) или влиянием окружающей среды на его свойства можно пренебречь.

Фрагментация ядер (или частиц). Это специальный и достаточно интересный тип столкновений с переходом ядра-мишени в состояния квази-дискретного типа; возможно также рождение частиц. Интенсивно изучаются разные классы реакций этого типа, например, т. н. полное разрушение ядра-мишени, когда освобождаются все нуклоны, или т. н. "мультифрагментация", когда образуются множество легких ядер-фрагментов, и т. д. Отдельное место занимает фрагментация легких ядер (например, дейтрона). Она позволяет извлечь информацию о волновых функциях связанных состояний легчайших ядер. В случае элементарных частиц к этому же классу относят процессы с рождением частиц, причем те из образовавшихся частиц, быстроты которых близки к быстроте снаряда или мишени, называют "фрагментами" снаряда или мишени соответственно.

Множественное рождение частиц. Этот термин обычно применяется к неупругим реакциям при достаточно высоких энергиях, когда число рожденных частиц довольно велико: намного больше, чем 2 или 3. В этом случае число переменных, характеризующих событие, слишком велико для того, чтобы можно было бы детально проанализировать всю кинематику реакции или даже зарегистрировать все частицы конечного состояния. С другой стороны, как и в статистической механике например, появляется возможность применить статистические подходы и найти специфические для таких реакций закономерности.

Инклюзивные и эксклюзивные типы экспериментов. Термин появился при изучении процессов множественного рождения. Класс **эксклюзивных** экспериментов содержит такие опыты, в которых регистрируются все частицы-продукты реакции в ее конечном состоянии, хотя не обязательно, чтобы были измерены все кинематические характеристики всех частиц. Соответственно, к **инклюзивному** типу относят такие эксперименты, в которых регистрируется несколько (обычно одна-две), **но не все** частицы-продукты реакции; зато их кинематические характеристики измеряются настолько

полно, насколько это вообще возможно. В области промежуточных и высоких энергий основная часть экспериментов последних десятилетий относится к инклюзивному типу.

Легко видеть, что в экспериментах инклюзивного типа регистрируется некоторый набор элементарных реакций, тогда как в эксклюзивных экспериментах выделяется одна и только одна элементарная реакция. Тем не менее, укоренились жаргонные выражения, которые не следует понимать буквально: "инклюзивная" или "эксклюзивная" реакции.

3.2 Начальные сведения о кинематике.

3.2.1 Переменные Мандельстама.

Кроме уже рассмотренной ранее переменной s, имеющей смысл квадрата полной энергии в системе центра масс реакции, одной из важнейших переменных в физике частиц является переменная t, называемая квадратом переданного 4-импульса. В случае бинарных реакций есть и третья переменная, обычно обозначаемая как u; тройка этих переменных, s, t, u взятая вместе, известна как *переменные Мандельстама.*

Чтобы яснее представить себе их физический смысл, рассмотрим бинарную реакцию

$$a + b \to c + d \ , \text{ или } b(a,c)d \tag{3.2}$$

частным случаем которой является упругое рассеяние, когда частицы c и d тождественны частицам начального состояния a и b, но имеют, вообще говоря, другие импульсы и энергии, допустимые законом сохранения энергии-импульса. Пусть $\mathcal{P}_i$ – 4-импульс одной из частиц реакции упругого рассеяния типа (3.2) . Инвариантная величина $s = (\mathcal{P}_a + \mathcal{P}_b)^2 = (\mathcal{P}_c + \mathcal{P}_d)^2$ уже была рассмотрена; ее численное значение не зависит от системы отсчета.

Другой инвариант, то есть не зависящая от выбора системы отсчета величина, есть $t = (\mathcal{P}_a - \mathcal{P}_c)^2$. Она называется *квадратом переданного от частицы a системе $(b+d)$ 4-импульса.* Очевидно, что с равным успехом ее можно интерпретировать как квадрат переданного от частицы b системе $(a+c)$ 4-импульса, поскольку $t = (\mathcal{P}_a - \mathcal{P}_c)^2 = (\mathcal{P}_b - \mathcal{P}_d)^2$.

Третий инвариант, который можно построить из $\mathcal{P}_a$, $\mathcal{P}_b$, $\mathcal{P}_c$, $\mathcal{P}_d$ есть $u = (\mathcal{P}_a - \mathcal{P}_d)^2 = (\mathcal{P}_b - \mathcal{P}_c)^2$; других нетривиальных инвариантов для бинарной реакции нет. Более того, для бинарной реакции (3.2) даже эти три инварианта не являются независимыми:

$$s + t + u = m_a^2 + m_b^2 + m_c^2 + m_d^2 \ . \tag{3.3}$$

Внимательно вглядевшись в определения переменных Мандельстама, нетрудно заметить, что все они вытекают из закона сохранения энергии-импульса:

$$\mathcal{P}_a + \mathcal{P}_b = P_c + \mathcal{P}_d \ .$$

Возведя обе части этого уравнения в квадрат получим инвариант s. Перенеся $\mathcal{P}_b$ в правую часть, а $\mathcal{P}_c$ в левую и возведя обе части полученного уравнения в квадрат, получим инвариант t. Наконец, если вместо $\mathcal{P}_b$ перенесем в правую часть $\mathcal{P}_a$, а вместо $\mathcal{P}_c$ в левую часть перенесем $\mathcal{P}_d$ и затем возведем обе части полученного уравнения в квадрат, то получим инвариант u. Другие подобные преобразования уравнения, представляющего закон сохранения 4-импульса, с переносом только одного 4-вектора из какой-то части в другую, оставят в одной из частей только один 4-вектор и после возведения в квадрат в ней появится фиксированное число (т. е. "тривиальный" инвариант), равное квадрату массы соответствующей частицы .

С точки зрения чистой кинематики, любую реакцию $a + b \to 1 + 2 + 3 + ... + n$ *всегда можно рассматривать как бинарную реакцию (3.2), представляя себе, например, систему из* $(n-1)$ *частиц конечного состояния как некую одну частицу, например,* $(2+3+...+n) \equiv X$, *с эффективной массой* $M_{eff}^2 \equiv M_X^2 = \left(\sum_{i=2}^n \mathcal{P}_i\right)^2$. Это нетривиальный инвариант, т. к. его значение нефиксировано и зависит от сорта частиц в системе X и их 4-импульсов.

Чтобы почувствовать физический смысл переменной Мандельстама t, обратимся к упругому рассеянию, когда в реакции (3.2) $m_a = m_c$, $m_b = m_d$. Поскольку величина t лоренц-инвариантна, вычислим ее в системе центра масс реакции (3.2) (это удобно, так как в с.ц.м. абсолютная величина импульсов частиц (и значит, их энергии) при упругом рассеянии не меняется, а меняются только направления импульсов конечных частиц по отношению к направлению импульсов начальных). Для упрощения выкладок, когда это будет удобно, будем считать, что углы рассеяния ϑ невелики (что не ограничивает

общности рассуждений), так что приближение $\sin\vartheta \approx \vartheta$ достаточно хорошее. Величины, взятые в с.ц.м., как всегда будем помечать символом *. Имеем:

$$t = (\mathcal{P}_a - \mathcal{P}_c)^2 = (E_a^* - E_c^*)^2 - (\mathbf{p}_a^* - \mathbf{p}_c^*)^2 \quad = \\ = -2\,(\mathbf{p}^*)^2 + 2\,(\mid \mathbf{p}^* \mid)^2 \cos\vartheta^* = -2\,(\mid \mathbf{p}^* \mid)^2 (1 - \cos\vartheta^*) \quad = \\ = -4\,(\mid \mathbf{p}^* \mid \sin\vartheta^*/2)^2 \simeq -\,(\mid \mathbf{p}_a^* \mid \cdot\vartheta^*)^2 \simeq -\,(\mathbf{p}_\perp)^2 \ . \qquad (3.4)$$

(Здесь стоит напомнить, что поперечный импульс $\mathbf{p}_\perp \simeq \mathbf{p}_a^* \cdot \vartheta^*$ не меняется при переходе из лабораторной системы в с.ц.м., поэтому в последнем равенстве формулы (3.4) можно не указывать символ *.)

Из формулы (3.4) видно, что для бинарной реакции (3.2) переменная Мандельстама $\mid t \mid$ есть не что иное, как квадрат переданного поперечного импульса и она связана с углом рассеяния ϑ. Вспомнив знаменитое квантовомеханическое соотношение неопределенности Гейзенберга, легко увидеть, что *величина t характеризует степень пространственного разрешения деталей структуры объекта, на котором произошло рассеяние, в его поперечном сечении: чем выше $\mid t \mid$, тем более мелкие структурные неоднородности могут быть замечены.*

Причины, по которым переменные Мандельстама нашли широчайшее применение в физике частиц, станут ясны позднее; впрочем, намек на них можно увидеть, если вспомнить курс оптики, а именно – раздел *дифракции.*

Из оптики известно, что угловая зависимость амплитуды световой волны, испытавшей дифракцию на абсолютно черном диске радиуса R, дается выражением

$$f \ \sim \ \frac{R}{2\sin\vartheta/2} \cdot J_1\,(2kR\sin\vartheta/2) = \frac{Rk}{2k\sin\vartheta/2} \cdot J_1\,(2Rk\sin\vartheta/2) \ . \quad (3.5)$$

Здесь J_1-функция Бесселя. Имея в виду (3.4), заменим $2k\sin\vartheta/2$ на $\sqrt{-t}$ и получим

$$f \ \sim \ \frac{Rk}{\sqrt{-t}} \cdot J_1\left(R\sqrt{-t}\right) \ . \qquad (3.6)$$

Вспомнив, что интенсивность света определяется квадратом амплитуды, видим, что

$$\frac{d\sigma}{d\Omega^*} \sim \mid f \mid^2 \sim \ \frac{R^2k^2}{-t} \cdot J_1^2\left(R\sqrt{-t}\right) \ , \qquad (3.7)$$

а поскольку $d\Omega^* = d\phi d\cos\vartheta^* = d\phi 2k^2 d\cos\vartheta^*/2k^2 = d\phi dt/2k^2$ (см. (3.4)), то из (3.7) немедленно видим, что

$$\frac{d\sigma}{d\Omega^*} = \frac{k^2}{\pi}\frac{d\sigma}{dt} \sim \mid f \mid^2 \sim \frac{R^2k^2}{-t} \cdot J_1^2\left(R\sqrt{-t}\right) \ . \tag{3.8}$$

Перейдя от углов к мандельстамовской переменной t, получим дифференциальное сечение $d\sigma/dt$ для дифракционного рассеяния света на абсолютно черном диске

$$\frac{d\sigma}{dt} \sim \frac{\pi R^2}{-t} \cdot J_1^2\left(R\sqrt{-t}\right) \ . \tag{3.9}$$

Иными словами, **зависимость дифференциального сечения (упругого) рассеяния от квадрата переданного 4-импульса имеет универсальный характер, независимо от начальной энергии** (и того, в какой системе отсчета это сечение рассматривается); его величина определяется только поперечным размером диска, на котором происходит дифракция. Это не так, если сечение берется в зависимости от угла рассеяния (см. (3.5)).

Поскольку в микромире все ядра и элементарные частицы обладают волновыми свойствами, а любая волна на препятствии дифрагирует, то и в мире ядер, и в мире элементарных частиц существует явление дифракции, а следовательно, можно ожидать, что представление дифференциальных сечений упругого рассеяния элементарных частиц в зависимости от переменной Мандельстама t будет иметь такие же характерные особенности, как и (3.9). И это действительно имеет место быть.

3.2.2 Пороги реакций.

Законы сохранения энергии и импульса известны всем, кто когда-либо учился в школе и поднялся выше уровня начальных классов[1]. Известно также, что он может быть записан в форме

$$\mathcal{P}_{init} = \mathcal{P}_{final} \ , \text{т. е. } (E_{init}, \mathbf{p}_{init}) = (E_{final}, \mathbf{p}_{final})) \ , \tag{3.10}$$

где $\mathcal{P}_{init}$ – полный 4-импульс начального, а $\mathcal{P}_{final}$ – конечного состояний, E и $\mathbf{p}$ – полные энергия и импульс соответствующих состояний.

[1] По крайней мере они **должны были бы быть** известны.

Известно также, что квадрат полной энергии в системе центра масс, т. е. величина

$$s \equiv (\mathcal{P}_{init})^2 = (\mathcal{P}_{final})^2 \ . \tag{3.11}$$

не зависит от системы отсчета (это уже не раз подчеркивалось).

Для системы из нескольких (например, n) частиц часто используется (тоже уже упомянутое) понятие *эффективной массы*, определенное как

$$\begin{aligned} M^2_{eff} = \mathcal{P}^2 &= \left(\sum_{i=1}^{n} \mathcal{P}_i\right)^2 = \\ &= \left(\sum_{i=1}^{n} E_i\right)^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} \mathbf{p}_i\right)^2 \geq \left(\sum_{i=1}^{n} m_i\right)^2 \ , \end{aligned} \tag{3.12}$$

где m_i – массы этих частиц. Если n равно числу частиц начального (или конечного) состояния, то s и M^2_{eff} совпадают.

С учетом соотношения (3.12) очевидно, что для рассматриваемой реакции $b(a,c)dX$ (см. (3.1))

$$s \geq s_{min} \equiv \max\left\{(m_a + m_b)^2 \ , \ (m_c + m_d + M_X)^2\right\} \ , \tag{3.13}$$

где s_{min} – минимальное значение величины s, при котором реакция (3.1) еще разрешена законом сохранения энергии-импульса. Оно часто называется просто *порогом реакции* (3.1). Ясно, что для достижения порога реакции энергия снаряда (в данном случае - частицы a) должна быть не меньше некоторого значения, достаточного для выполнения условий (3.13). Эта энергия называется *пороговой энергией*; обычно при этом имеют в виду кинетическую энергию $T_{thresh} = E_{thresh} - m_a$. Напомним, что обозначение T обычно используется для кинетической энергии, а обозначение E – для полной энергии $E = T + m$ (если иное не оговорено специально).

Кинематика на пороге.

Рассмотрим кинематику реакции $2 \to 3$ (рис. 3.1).

Возьмем, для примера, неупругую реакцию протон-протонного рассеяния с рождением мезона, т. е. реакцию $pp \to pp + meson$, и вычислим для нее пороговую кинетическую энергию T_{thresh} протонов а также величины t на пороге, имея в виду передачи 4-импульса от снаряда (projectile) к мезону или к одному из протонов конечного состояния.

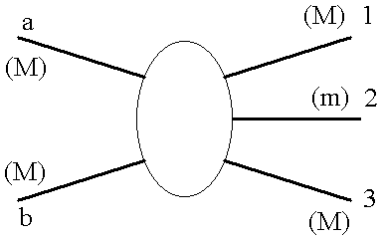


Рис. 3.1. Кинематическая диаграмма для реакции $pp \to pp + meson$ как частного случая реакции типа $2 \to 3$.

Для нахождения T_{thresh} достаточно вспомнить определение порога и вычислить величину s в лабораторной системе отсчета и в системе центра масс, помня о том, что s есть инвариант относительно лоренцевых преобразований. В результате нетрудно получить следующие выражения:

$$\begin{aligned} T_{thresh} &= 2m\left(1+\frac{m}{4M}\right) \ , \\ t_{p\to p} &= (P_a - P_1)^2 = -mM \ , \\ t_{p\to meson} &= (P_a - P_2)^2 = M^2 \cdot \left(1 - 2\cdot\frac{m}{M}\right) \ . \end{aligned} \tag{3.14}$$

Можно обобщить эти формулы на случай реакций типа $pA \to p + A' + meson$, где A' - не обязательно некоторая связанная система (с точки зрения кинематики, принципиальной разницы между рассматриваемыми частными случаями нет). Главное - освободиться от предположения, что масса мишени b такая же, как снаряда и что частица 3 имеет ту же массу, что и частица 1. Иными словами, будем считать, что все частицы, кроме a и 1, участвующие в процессе типа изображенного на рис. 3.1, имеют разные массы. В результате легко увидеть, что

$$\begin{aligned} T^{thresh}_{projectile} &= M_X + \frac{M_X}{M_{targ}}\cdot\left(m_{proj.} + \frac{M_X}{2}\right) \ , \\ M_X &= M_3 + m_2 - M_{targ} \ , \ \ M_1 = M_a \ . \end{aligned} \tag{3.15}$$

Отсюда видно, что чем больше масса мишени, тем меньше порог реакции (при прочих равных условиях). Величину M_X можно назвать, используя жаргон, "рожденной" (или "дополнительной") массой (см. также рис. 3.2).

Возьмем частный случай рождения в pp-взаимодействии мезона (или группы мезонов) в ассоциации с барионом (сюда относятся реакции типа $pp \to p + \Lambda + K^+$), обозначив массу частицы 3 (бариона) через M_Y, а массы мезонов (мезона) через m_i, $i = 1, ...$ Тогда можно увидеть, что

$$t_{p\to p} = -\frac{M_p}{M_p + M_Y + \sum m_i} \cdot \left[\left(M_Y + \sum m_i \right)^2 - M_p^2 \right] , \qquad (3.16)$$

$$t_{p\to mesons} = M_p^2 \cdot \left[1 - \frac{\sum m_i}{M_p} \left(1 + \frac{M_Y}{M_p} \right) \right] , \qquad (3.17)$$

$$t_{p\to Y} = M_p^2 \cdot \left[1 - \frac{M_Y}{M_p} \left(1 + \frac{\sum m_i}{M_p} \right) \right] , \qquad (3.18)$$

где $t_{p\to a}$, $(a = p\,, Y,\, meson)$ есть квадрат переданного между снарядом и частицей a 4-импульса (см. также рис. 3.3).

Из формул (3.14)-(3.18) видно, что чем "тяжелее" рожденная система, тем выше (по модулю) передачи 4-импульса. Обычно считается, что при величине передачи выше $\sim$ 1 ГэВ^2/с^2 в механизме взаимодействия частиц необходим учет кварковых степеней свободы элементарных частиц. Т. о. изучение реакций вблизи порога не обязательно означает работу в области невысоких энергий. (Заметим, что ни на одном из ускорителей, работавших до запуска Большого Адронного Коллайдера (LHC), не был достигнут порог образования бозона Хиггса (если он существует). Иными словами, физика сверхвысоких (по меркам прошлого века) энергий была даже не околопороговой, а подпороговой физикой в некотором смысле.)

Область "вблизи порога" в случае pp рассеяния:

$$(2M + M_X)^2 \le s_{pp} < (2M + M_X + m_\pi)^2 \ . \qquad (3.19)$$

"Подпороговая" область для случая pA рассеяния (см. рис. 3.2) есть зона между границами областей, кинематически разрешенных для нуклон-нуклонного (черная кривая на рис. 3.2) и нуклон-ядерного (например, протон-дейтронного или протон-углеродного неупругих взаимодействий на рис. 3.2):

$$4M^2 \left(1 + \frac{M_X}{2M} \right) \cdot \left(1 + \frac{M_X}{2M_{targ}} \right) \le \tilde{s}_{pp} < (2M + M_X)^2 \ . \qquad (3.20)$$

Ширина "подпороговой" области:

$$s_{pp}^{thresh} - \tilde{s}_{pp}^{\,thresh} = 2M \cdot M_X \cdot \left(1 + \frac{M_X}{2M} \right) \cdot \left(1 - \frac{M}{M_{targ}} \right) \ . \qquad (3.21)$$

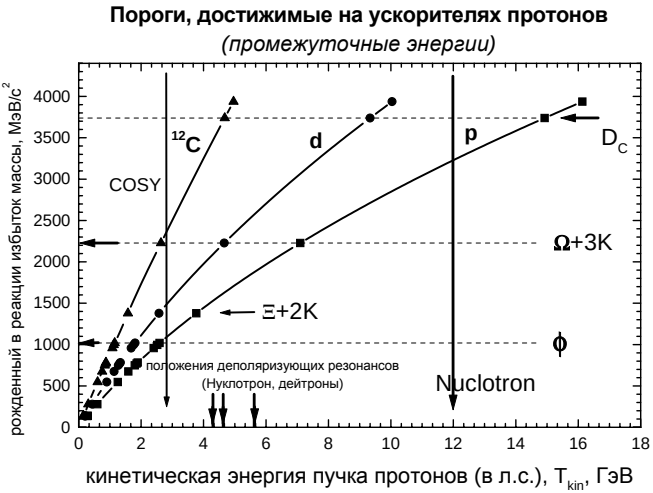


Рис. 3.2. Доступ к порогам рождения частиц в pp, pd и $p\,^{12}C$ взаимодействиях. Абсцисса: лабораторная кинетическая энергия протонного пучка (для пучков ядер (дейтронов и т. п.) это соответствует кинетической энергии ядра, взятой в расчете на один нуклон). Большими вертикальными стрелками указаны максимальные кинетические энергии протонов для ускорителя COSY (слева) и Нуклотрона (справа). Малые стрелки над осью абсцисс указывают положения слабых деполяризующих резонансов в Нуклотроне для поляризованного d пучка (см. работу [100]). Справа от кривых - кинематически разрешенные области для рождения дополнительной массы (превышение над суммой масс протона-снаряда и мишени, взятой как материальная точка); ее величина отложена на оси ординат; области слева от указанных кривых запрещены законом сохранения энергии-импульса.

Подпороговые реакции интересны тем, что в них можно прощупать как эффекты ферми-движения нуклонов в ядрах, так и эффекты, обусловленные многонуклонными (тесными) корреляциями, поскольку такие реакции кинематически возможны только если масса "мишени" больше массы свободного нуклона. Грубо говоря, во взаимодействии необходимо участие более одного нуклона (сравните со статистическим описанием плотного газа, когда необходимо учитывать не только парные, но и тройные столкновения атомов (а м. б. и более высокой кратности).

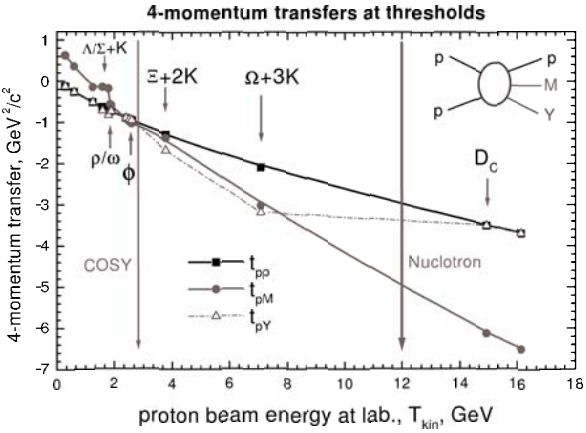


Рис. 3.3. Передачи 4-импульса при рождении частиц на пороге в pp взаимодействиях.

3.2.3 Относительная скорость.

В предыдущей лекции было введено понятие *быстроты* и упоминалось понятие *4-скорости* частицы с массой m: $u = \mathcal{P}/m$, где $\mathcal{P}$ – 4-импульс частицы. Вернемся к этим понятиям снова.

Рассмотрим две системы отсчета S и S', причем система S' движется относительно S с 4-скоростью $u = (\gamma, \gamma\boldsymbol{\beta})$ параллельно оси Z, т. е. $\boldsymbol{\beta} = (0, 0, \beta)$. Как всегда, $\beta = v/c$, $\gamma = 1/\sqrt{1-\beta^2}$, $c = 1$.

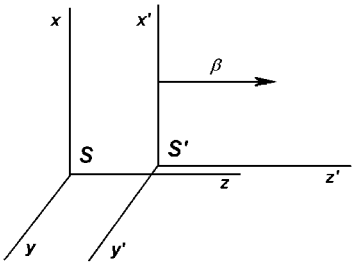


Рис. 3.4. Штрихованная система движется относительно нештрихованной со скоростью β (параллельный перенос).

В Части I уже напоминалось, что при лоренцевом преобразова-

нии из нештрихованной системы S (рис. 3.4) в штрихованную, компоненты 4-вектора $A = (A^0, \mathbf{A}) \equiv (A^0, A^1, A^2, A^3) \equiv (A^0, A_x, A_y, A_z)$ преобразуются согласно уравнениям (1.11):

$$\begin{aligned} A'^0 &= \gamma\left(A^0 - \beta A^3\right) \ , \quad A'^1 = A^1 \ , \quad \beta = \frac{v}{c} \\ A'^2 &= A^2 \ , \quad A'^3 = \gamma\left(A^3 - \beta A^0\right) \ , \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \end{aligned}$$

Быстрота ξ (или гиперскорость) была определена в формуле (1.16):

$$\beta = \tanh\xi \ , \quad \gamma = \cosh\xi \ , \quad \beta\cdot\gamma = \sinh\xi \ ;$$

и было показано (формула (1.17), что при двух последовательных переходах из системы S в S' и затем в S'', когда система S'' движется относительно S' тоже параллельно оси Z, причем скорость системы S' есть β_1 (взята в системе S), а системы отсчета S'' есть β_2 (если она взята в S' и β_3 если она взята в S), то в терминах быстрот:

$$\xi_3 = \xi_1 + \xi_2 \ ,$$

т. е. при последовательно примененных параллельных друг другу преобразованиях Лоренца быстроты складываются, что не имеет места для скоростей β_i. Соответственно, если некоторая физическая величина представлена в зависимости от быстроты, то форма этой зависимости не зависит от того, взята ли она в системе центра масс реакции, или в лабораторной системе, или какой-либо другой системы отсчета.

Оказывается, что с помощью понятия 4-скорости можно не только записать общее преобразование Лоренца в удобном для практического применения виде, но и определить релятивистски-инвариантным образом понятие относительной скорости [30] (здесь и далее, если иное не оговорено специально, речь идет о массивных частицах).

В самом деле, относительная скорость частиц 1 и 2 и в нерелятивистском случае определяется как скорость, например, частицы 1, наблюдаемой из системы покоя частицы 2. Естественно, так же определяется относительная 4-скорость и в релятивистском случае, причем ясно, что разность 4-скоростей u_1 и u_2 не есть 4- скорость, т. к. по определению 4-скорости ее квадрат, т. е. $u_\mu\, u^\mu$, равен единице: $u_\mu\, u^\mu = 1$. Пусть система покоя частицы 2 будет S', а в исходной системе S наши частицы имели 4-скорости u_1 и u_2 . Легко

убедиться, что 4-скорость частицы 1 в системе покоя частицы 2, т. е. относительная 4-скорость u_{12} , есть:

$$\begin{aligned} u^0_{12} &= (u_1 \cdot u_2) \\ \mathbf{u}_{12} &= \mathbf{u}_1 - \mathbf{u}_2 \cdot \frac{u^0_1 + u^0_{12}}{1 + u^0_2} \ . \end{aligned} \tag{3.22}$$

(стоит отметить, что $u^0_1 = E_1/m_1 = \gamma_1$, $\mathbf{u}_1 = \mathbf{p}_1/m_1 = \gamma_1\boldsymbol{\beta}_1$ и т. д.).

Можно убедиться, что общем случае для 4-вектора A, преобразуемого из системы S в S', когда штрихованная система движется относительно S с 4-скоростью u, преобразование (1.11) можно записать в виде:

$$A'^{\,0} = (u \cdot A) \tag{3.23}$$

$$\mathbf{A}' = \mathbf{A} - \mathbf{u} \cdot \frac{A^0 + A'^{\,0}}{1 + u^0} \ . \tag{3.24}$$

(Такая запись во многих случаях весьма удобна; например, именно она используется в стандартной библиотеке программных модулей ЦЕРНа для преобразований Лоренца.)

3.2.4 Инварианты и энергии (импульсы) частиц.

Переменная Мандельстама s имеет, как уже говорилось, смысл полной энергии в системе центра масс сталкивающихся частиц, то есть

$$s = (\mathcal{P}_a + \mathcal{P}_b)^2 = (E^*_a + E^*_b)^2 \ , \tag{3.25}$$

где звездочка в верхнем индексе, как всегда, помечает кинематические величины в системе центра масс. Кроме того, в системе центра масс $\mathbf{p}^*_a = -\mathbf{p}^*_b$. Вспоминая, что $m^2_i = E^2_i - \mathbf{p}^2_i$, а также, что

$$E^*_b = \sqrt{s} - E^*_a \ , \tag{3.26}$$

после возведения в квадрат обеих частей имеем:

$$E^{*2}_a - m^2_a + m^2_b = s + E^{*2}_a - 2E^*_a\sqrt{s} \ \Rightarrow \ E^*_a = \frac{s + m^2_a - m^2_b}{2\sqrt{s}} \ . \tag{3.27}$$

Импульс p^* каждой из частиц a и b в системе центра масс:

$$p^{*2} = E^{*2}_a - m^2_a = E^{*2}_b - m^2_b = \left(\frac{s + m^2_a - m^2_b}{2\sqrt{s}}\right)^2 - m^2_a \ , \tag{3.28}$$

что после честного выполнения всех операций, приводит к выражению

$$p^* = \frac{\lambda^{1/2}\left(s, m_a^2, m_b^2\right)}{2\sqrt{s}} \ , \tag{3.29}$$

где $\lambda\left(s, m_a^2, m_b^2\right)$ –знаменитая кинематическая функция, называемая часто *треугольной функцией*. Понять происхождение (или *этимологию*) этого термина легко тому, кто помнит школьную формулу Герона для площади треугольника:

$$\lambda\left(a, b, c\right) = a^2 + b^2 + c^2 - 2ab - 2bc - 2ac \ . \tag{3.30}$$

Есть разные формы записи этой функции, их легко получить самостоятельно, но приведенная в (3.30) – наиболее симметричная. Часто встречается и следующая запись:

$$\lambda\left(a, b, c\right) = \left(a - b - c\right)^2 - 4bc \ . \tag{3.31}$$

Нетрудно убедиться, что импульс p^* действителен (как и должно быть в кинематически разрешенной области), если $\sqrt{s} \geq m_a + m_b$ (сравните с (3.13)!), так как только при этом условии треугольная функция неотрицательна.

Что изменится в отношении формул (3.29) или (3.27), если для бинарной реакции будет поставлен вопрос об импульсах и энергиях двух частиц конечного состояния c и d? Легко догадаться, что ровным счетом – ничего, кроме замены масс m_a, m_b на массы m_c и m_d. Но разница, все же, может быть. Именно: из (3.29) следует, что при упругом рассеянии $a + b \to a' + b'$ импульс в центре масс реакции не изменяется, но может повернуться на некоторый угол рассеяния ϑ^*. Поскольку здесь речь идет о бинарной реакции, все наши векторы лежат в одной и той же плоскости $(p_\perp^*, p_\parallel^*)$, где $p_\perp^*$ – поперечный (т. е. перпендикулярный направлению начального импульса снаряда в л.с.) импульс в с.м, а $p_\parallel^*$ – продольный импульс рассеянной частицы(параллельный или антипараллельный направлению начального импульса снаряда в л.с.). В этой плоскости конец вектора $\mathbf{p}^*$ будет лежать на окружности радиуса p^*.

Если же случилась неупругая бинарная реакция ($m_c \neq m_a$ или $m_b \neq m_d$, или выполнены оба условия) и начальная энергия выше соответствующего порога, то в с.ц.м. импульс частиц конечного состояния будет на окружности другого радиуса $p_{fin}^* \leq p^*$ (ровно на пороге данной реакции эта окружность вырождается в точку).

3.2.5 Эллипсоид импульсов и его применение.

Итак, формула (3.29) определяет на плоскости $(p^*_\perp, p^*_\parallel)$ границу кинематически разрешенной области значений импульсов частиц конечного состояния. Поскольку, с точки зрения кинематики, любая реакция может быть сведена к бинарной (т. е. внимание исследователя сосредотачивается на одной из них, например, c, а прочие группируются в систему с некоторым полным 4-импульсом $\mathcal{P}_d$ и эффективной (не фиксированной!) массой $m_d^2 = \mathcal{P}^2$), то 3-импульс выделенной исследователем частицы c должен всегда быть **внутри или на** границе этой кинематически разрешенной области. Как будут выглядеть границы разрешенной законами сохранения области, если на них посмотрим из лабораторной системы? (В системе центра масс эта граница, как только что было выяснено, сфера).

Ясно, что параметры преобразований Лоренца (γ и β) для перехода из системы центра масс в лабораторную (или антилабораторную) тоже можно выразить через инварианты. Действительно, скорость с.ц.м. есть

$$\beta_{cm} = \frac{p_a}{E_a + m_b} \approx 1 - \frac{2m_b^2}{s}\ ,\ \gamma_{cm} = \frac{s - m_a^2 + m_b^2}{2m_b\sqrt{s}} \approx \frac{\sqrt{s}}{2m_b}\ . \qquad (3.32)$$

Итак, мы знаем теперь скорость системы центра масс относительно лабораторной системы и знаем импульс частицы c конечного состояния реакции. Знаем также, что вектор импульса частицы c в системе центра масс лежит на окружности радиуса p^*_{fin}, а значение p^*_{fin} можно вычислить согласно (3.29), подставив правильные значения масс. Примем направление импульса снаряда за направление оси z (система центра масс, очевидно, движется параллельно этому направлению). Значит, чтобы найти импульс частицы c в лабораторной системе надо всего лишь сделать преобразование Лоренца для *продольной* компоненты импульса $\mathbf{p}^*_c$, так как *поперечная* компонента этого импульса сохраняется при преобразовании из системы центра масс в лабораторную. Заметив, что в с.ц.м. граница разрешенной кинематикой области есть сфера, а продольное преобразование Лоренца деформирует только одну (продольную) ось координат, видим, что при такой деформации (переходе в лабораторную систему отсчета) сфера переходит в эллипсоид.

В итоге получаем, что в лабораторной системе отсчета конец вектора импульса $\mathbf{p}_c$ частицы c окажется лежащим на некотором **эллипсоиде**, причем возможно, что этот эллипсоид выродится в точ-

ку, если значение s окажется равным порогу рассматриваемой реакции, либо же будет лежать на границе кинематически разрешенной области (тоже эллипсоиде, но максимально возможного размера), если наша реакция есть просто **упругое рассеяние**.

Ясно, что малая полуось эллипсоида будет определяться величиной p_c^*. Осталось найти его большую полуось и положение центра. Заметим, что ориентация вектора поперечного импульса $\mathbf{p}_\perp$ несущественна, а существенными переменными являются его модуль и продольный импульс. Поэтому нашу задачу можно рассматривать на двумерной плоскости $(p_\perp, p_z)$ и вместо эллипсоида иметь дело с **эллипсом** импульсов. Далее будет использован именно этот термин.

Вспоминая преобразования Лоренца, имеем (здесь $p^* \equiv p_c^*$):

$$\begin{aligned} p_\perp &= p_\perp^* \\ p_z &= \gamma_{cm} p_z^* + \gamma_{cm}\beta_{cm} E^* \\ E &= \gamma_{cm} E^* + \gamma_{cm}\beta_{cm} p_z^* \ , \end{aligned} \tag{3.33}$$

причем

$$\left(\frac{p_\perp^*}{p^*}\right)^2 + \left(\frac{p_z^*}{p^*}\right)^2 = 1 \ . \tag{3.34}$$

Второе соотношение из (3.33) можно переписать в виде:

$$p_z^* = \frac{1}{\gamma_{cm}} p_z - \beta_{cm} E^* \ , \tag{3.35}$$

после чего, подставив это в (3.34) вместе с первым из соотношений (3.33), легко получить искомое уравнение эллипса на двумерной плоскости $(p_\perp, p_z)$:

$$\left(\frac{p_\perp^*}{A}\right)^2 + \left(\frac{p_z - H}{B}\right)^2 = 1 \ , \tag{3.36}$$

где:

$$A = p^* \ , \ \ B = \gamma_{cm} p^* \ , \ \ H = \gamma_{cm}\beta_{cm} E^* \ . \tag{3.37}$$

Как видно из (3.35)-(3.37), деформация окружности (3.34) выглядит так: в продольном направлении она растягивается в γ_{cm} раз, не меняя поперечных размеров, а ее центр сдвигается на величину $\gamma_{cm}\beta_{cm}E^*$.

Здесь не обойтись без повторения: многие конкретные детали кинематики конкретной реакции определяются тем, каковы массы начальных и конечных частиц и каков запас начальной энергии. Подробное обсуждение этих вопросов можно найти в книгах [1, 2, 3, 4].

Однако есть один важный момент, который необходимо рассмотреть, а именно: классификация возможных эллипсов (3.36). Она весьма важна при планировании экспериментов или обсуждении их результатов. Ее знание позволяет как экспериментаторам, так и теоретикам избежать грубых промахов.

Обозначим скорость нашей частицы, взятую в системе центра масс, через $\beta^* = p^*/E^*$. Рассмотрим два возможных направления импульса рассматриваемой частицы в с.ц.м.: когда $\mathbf{p}^* = (\mathbf{p}^*_\perp = 0, p^*_z = -p^*)$ и когда $\mathbf{p}^* = (\mathbf{p}^*_\perp = 0, p^*_z = p^*)$. После преобразования в лабораторную систему получим:

$$\mathbf{p}_1 = (0, \gamma_{cm} E^* (\beta_{cm} - \beta^*)) \ , \ \mathbf{p}_2 = (0, \gamma_{cm} E^* (\beta_{cm} + \beta^*)) \ . \quad (3.38)$$

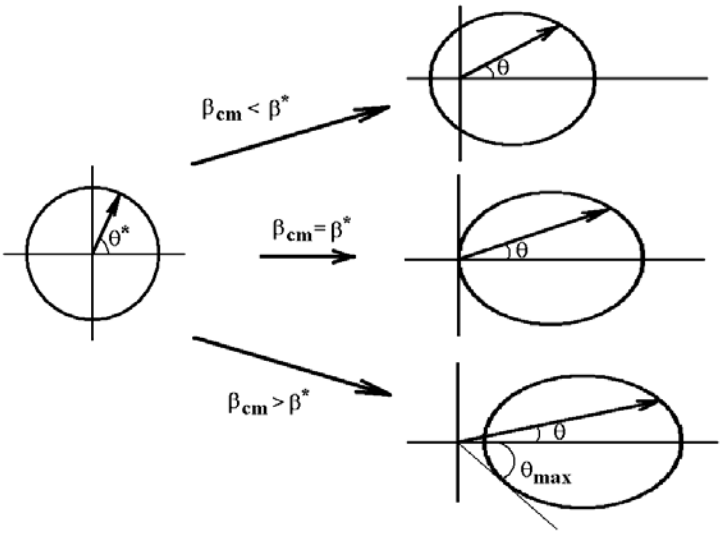


Рис. 3.5. Классификация эллипсов импульсов.

Очевидно, что p_1 и p_2 есть минимальный p_{min} и максимальный p_{max} импульсы частицы в лабораторной системе, причем есть 3 возможных случая (рис. 3.5):

1. $\beta_{cm} < \beta^*$: в лабораторной системе направление импульса $\mathbf{p}_{min}$ частицы противоположно направлению импульса снаряда (т. е. частица в л.с. летит "назад", под углом 180°);

2. $\beta_{cm} = \beta^*$: $\mathbf{p}_{min} = 0$, т. е. частица оказывается в покое относительно лабораторной системы;

3. $\beta_{cm} > \beta^*$: в лабораторной системе направление импульса $\mathbf{p}_{min}$ частицы совпадает с направлением импульса снаряда (т. е. частица в л.с. летит "вперед", под углом $0°$).

Как видно из рис. 3.5, во втором и третьем случаях существует ограничение на максимальный угол между импульсом частицы и направлением оси Z лабораторной системы отсчета: в случае 2) этот угол не более $90°$, а в случае 3) меньше $90°$, причем для любого угла $\theta < \theta_{max}$ есть два возможных значения импульса частицы.

Выразим, например, энергию в с.ц.м. через продольный импульс и энергию в л.с., т. е. выпишем соотношение, обратное последнему выражению из (3.33):

$$E^* = -\gamma_{cm}\beta_{cm}p\cos\theta + \gamma_{cm}E \ , \ \ p_z = p\cos\theta \ . \tag{3.39}$$

Оно поможет нам связать модуль лабораторного импульса, т. е. величину p, с инвариантами и углом рассеяния, что в свою очередь помогает понять рис. 3.5. В самом деле, из (3.39) имеем:

$$E^* + \beta_{cm}\gamma_{cm}p\cos\theta = \gamma_{cm}\left(p^2 + m^2\right)^{1/2} \ . \tag{3.40}$$

Это соотношение можно рассматривать как уравнение для $p(\theta)$.

Решение можно записать в следующем виде ($p^{\pm}$ обозначает два решения уравнения (3.40)):

$$p^{\pm} = m \cdot \frac{\beta_{cm}\gamma^*\cos\theta \pm \left(\beta^{*2}\gamma^{*2} - \beta_{cm}^2\gamma_{cm}^2\sin^2\theta\right)^{1/2}}{\gamma_{cm}\left(1 - \beta_{cm}^2\cos^2\theta\right)} \tag{3.41}$$

или, что то же самое,

$$p^{\pm} = p^* \cdot \frac{\cos\theta\left(g^* \pm \sqrt{D}\right)}{\gamma_{cm}\left(1 - \beta_{cm}^2\cos^2\theta\right)} \ , \tag{3.42}$$

$$D = 1 + \gamma_{cm}^2\left(1 - g^{*2}\right)\tan^2\theta = \frac{\beta^{*2}\gamma^{*2} - \beta_{cm}^2\gamma_{cm}^2\sin^2\theta}{\beta^{*2}\gamma^{*2}\cos^2\theta} \ , \tag{3.43}$$

где

$$g^* = \frac{\beta_{cm}}{\beta^*} \ . \tag{3.44}$$

Нетрудно получить формулы и для энергии $E^{\pm} = \sqrt{(p^{\pm})^2 + m^2}$.

Отметим, что $D = 0$ отвечает случаю $g^* = 1$, или $\beta^* = \beta_{cm}$; тогда $p^+ = p^-$. При $g^* < 1$ величина p^- (модуль импульса!!) оказывается отрицательной, т. е. нефизической, и смысл имеет только решение p^+. При $g^* > 1$ оба решения, p^- и p^+ имеют смысл. Можно показать, что в этом случае максимальный возможный угол рассеяния определяется соотношением

$$\sin\theta_{max} = \frac{\gamma^*\beta^*}{\gamma_{cm}\beta_{cm}} = \frac{\gamma^*}{g * \gamma_{cm}} \ . \tag{3.45}$$

Наконец, можно связать и углы рассеяния в с.ц.м. и в лабораторной системе. Ответ имеет вид

$$\tan\theta = \frac{\sin\theta^*}{\gamma_{cm}\,(\cos\theta^* + g^*)} \ . \tag{3.46}$$

3.2.6 Представление о кумулятивных процессах.

Рассмотрим кинематику рождения одного пиона в нуклон-нуклонном и нуклон-дейтронном неупругом рассеянии.

На рисунке 3.6 показаны предельные эллипсы импульсов пиона для реакций его рождения в NN и dN взаимодействиях (центры соответствующих эллипсов показаны синей и красной точками). Полный импульс пиона $p = \sqrt{p_L^2 + p_T^2}$, где p_L и p_T – продольная (на направление импульса снаряда) и поперечная компоненты. Эти эллипсы ограничивают (из-за сохранения энергии-импульса) возможные значения импульса пиона, рожденного в указанных реакциях. Темным цветом показана область, разрешенная кинематикой реакции $p + p \to p + p + \pi^0$. Светло-серым цветом выделена область, недоступная в этой реакции, но разрешенная кинематикой для реакции $d+p \to d+p+\pi^0$, когда дейтрон кинематически "работает" как единое целое, т. е. как точечная (бесструктурная) частица с массой около двух масс нуклона. Рождение пиона с импульсом, принадлежащим этой области, соответствует **кумулятивному рождению**.

Итак, **под кумулятивной реакцией, в ее простейшем определении, понимается рождение частиц в кинематической области, запрещенной законами сохранения энергии-импульса для свободных "частица-частица" столкновений**.

Например, при столкновении частиц с ядрами или ядер с ядрами, под кумулятивным рождением понимают рождение частиц в кинематической области, запрещенной для свободных NN-столкновений.

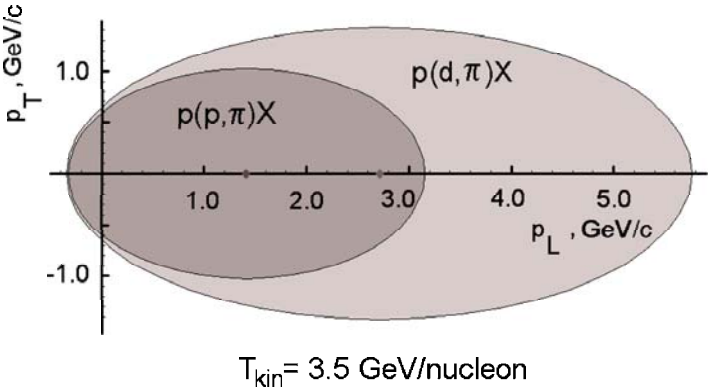


Рис. 3.6. Пример эллипсов импульсов пиона для реакций $p(p,\pi)X$ и $p(d,\pi)X$. Область внутри меньшего эллипса – разрешенная для пиона, рожденного в реакции $p(p,\pi)X$ (оба нуклона - свободные). Граница большего эллипса соответствует реакции $p(d,\pi)X$, когда дейтрон рассматривается как "материальная точка", а эффективная масса системы X минимально возможная (после учета всех законов сохранения и правил отбора). Область импульсов вне большего эллипса – абсолютно запрещена для пиона вследствие законов сохранения энергии и импульса. Между внешним и внутренним эллипсами – "кумулятивная" область, недоступная для реакции $p(p,\pi)X$ вследствие тех же законов сохранения энергии и импульса. Однако, она кинематически доступна для реакции $p(d,\pi)X$.

(Здесь под "свободными" понимаются столкновения этих частиц в пустоте.)

В рамках принятого определения, реакции подпорогового рождения частиц на ядрах являются кумулятивными (например, любая неупругая реакция при таких энергиях пучка, когда она попадает в область между кривыми, помеченными метками p и d на рис. 3.2).

3.2.7 Другие "пороги" неупругих реакций.

Снова вернемся к теме инвариантов и порогов, но уже под иным углом зрения. Рассмотрим снова реакцию типа $2 \to 2$, когда, например, при рассеянии "вперед" частица-мишень превращается в другую, с большей массой. С точки зрения кинематики это процесс типа $\mu + m \to \mu + M$, где μ – масса снаряда, m – масса мишени, M – масса частицы, в которую после рассеяния превратилась частица-мишень.

Имея в виду материал предыдущих разделов, легко догадаться, что если даже энергия снаряда много выше обычного порога такой реакции, все же есть другой "порог", а именно: передача 4-импульса в такой реакции должна быть (по модулю) не ниже некоторой пороговой величины $\mid t_{min} \mid$ (напомним, что для упругого рассеяния такая величина тоже есть и численно она равна нулю). Найдите соответствующую формулу самостоятельно (задача 20).

Часть III

Лекции 5 и 6

Глава 4

Глубоконеупругое рассеяние

4.1 Партонная модель: первое знакомство.

Основные идеи партонной картины взаимодействия адронов высоких энергий прекрасно изложены в небольшой статье Ричарда Фейнмана, опубликованной в 1969 году [7].

Согласно этой картине, можно на мгновение представить себе каждый из взаимодействующих друг с другом адронов в виде "облака" составляющих каждый из адронов частичек, "партонов", не взаимодействующих между собой, имеющих малый поперечный импульс (причем плотность вероятности какому-то из партонов иметь значение поперечного импульса $p_\perp \ll p_i$ соответствует нормальному распределению со средним значением 0), но при этом каждый отдельный партон с плотностью вероятности $F(x)$ несет долю x от полного импульса адрона P_0. Именно самый медленный (например, в лабораторной системе отсчета), т.е имеющий самое малое значение x, партон взаимодействует с мишенью (точнее, самым мед-

ленным партоном адрона-мишени). Таким образом, сечение взаимодействия двух адронов определяется как сечением взаимодействия этих самых медленных партонов друг с другом, так и распределением партонов по величине x, задаваемых структурной функцией $F(x)$. "Облако" партонов когерентно, и если взаимодействие с мишенью не произошло, т. е. ни амплитуды, ни фазы партонных волн не изменились, то когерентная сумма этих волн по-прежнему представляет собой исходный адрон. Если же случилось взаимодействие, то начальная согласованность фаз и амплитуд разрушается и "облако" рассыпается на частицы конечного состояния: вначале – на партоны, которые затем становятся адронами ("адронизуются"), подхватывая другие партоны, недостающие для превращения в полноценный адрон, из вакуумных флуктуаций.

Можно провести аналогию между партонной картиной взаимодействия частиц и фрагментацией ядер, когда доминирует полюсной механизм, например (рис. 4.1). Распределение нуклонов в ядре по импульсам (или по величине x) определяется волновой функцией ядра $\Psi(x)$.

Однако, в применении такой картины к случаю ядер возникает трудность, связанная с описанием составной релятивистской системы: необходимо решить проблему релятивизации волновой функции (нерелятивистского понятия) относительного движения нуклонов в ядре. Эту трудность можно, до некоторой степени, обойти, если поперечный импульс нуклонов конечного состояния невелик (точнее, движение в поперечном направлении можно считать нерелятивистским, т. е. $p_\perp/M \ll 1$, где M – масса нуклона), иными словами, когда процесс фрагментации имеет почти **коллинеарную кинематику** .

4.2 Понятие о квантовой механике на световом фронте.

Один из подходов к решению проблемы релятивизации волновой функции основан на т. н. **формализме динамики на световом фронте**, предложенном Дираком [35]. Этот формализм начал интенсивно развиваться после работы Вайнберга [36]. В статьях и обзорах [36] - [43] рассмотрены общие вопросы этой техники и даны подробные ссылки на основополагающие статьи по ее ключевым про-

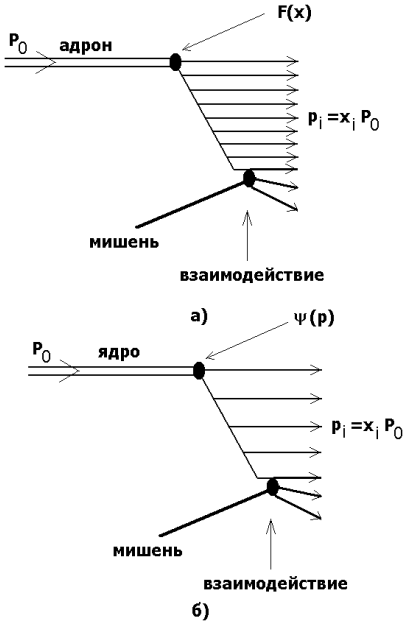


Рис. 4.1. Фрагментация адронов (а) или релятивистских ядер (б) в партонной (спектаторной) картине соответственно. Поперечный импульс партонов считается малым, взаимодействием партонов (одного и того же адрона) между собой можно пренебречь.

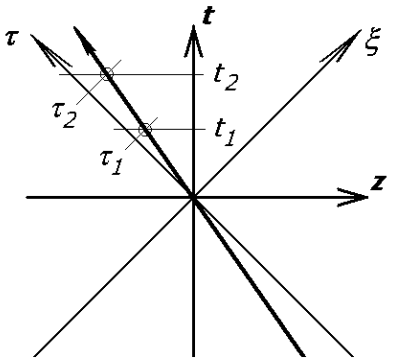


Рис. 4.2. Фрагментация релятивистских дейтронов в партонной картине и основная идея релятивистской динамики на световом фронте.

блемам. Необходимо отметить, что первым, кто задолго до появления работы Дирака указал на возможность описания элементарных процессов в переменных светового фронта, был В.А.Фок.

Поясним основную идею этого формализма на примере свободной частицы, движущейся в направлении оси Z в плоскости $(t,\ x=0,\ y=0,\ z)$ так, что в момент времени $t=0$ ее координата в пространстве-времени есть $(0,0,0,0)$. Мировая линия этой частицы изображается на плоскости (t,z) прямой линией (см. рис. 4.2), лежащей внутри светового конуса, изображенного на рис. 4.2 двумя прямыми, иду-

щими под углами $\pm 45^\circ$ к оси Z. Как известно, чем ближе скорость такой частицы к скорости света, тем ближе ее мировая линия к соответствующей границе светового конуса, и наоборот: когда частица покоится, ее мировая линия совпадает с осью времени t, то есть мировая линия нерелятивистской частицы близка к оси t.

Если состояние $\psi(t_1, z_1)$ частицы (ее волновая функция) известно в момент времени $t = t_1$, то ее состояние $\psi(t_2, z_2)$ в момент времени $t = t_2$ можно получить, подействовав оператором эволюции на $\psi(t_1, z_1)$; для бесконечно малых интервалов времени $\Delta t = t_2 - t_1$ этот оператор эволюции сводится к гамильтониану соответствующей системы. Другими словами, гамильтониан переводит состояние $\psi(t, z_1)$, заданное на в 4-мерном пространстве-времени на гиперповерхности $t = t_1$ в состояние $\psi(t + \Delta t, z_2)$ на гиперповерхности $t_2 = t_1 + \Delta t$. Когда система движется вдоль оси Z нерелятивистским образом, ее мировая линия "прижимается"[1] к оси времени.

Теперь понятно, что для ультрарелятивистской системы, мировая линия которой "прижата" к световому конусу [2], эволюцию состояния системы можно рассматривать по аналогии с нерелятивистским случаем, приняв направление соответствующей образующей светового конуса за ось времени. Обозначим эти новые координаты (τ, ξ) вместо (t, z) (рис. 4.2) как

$$\tau = \frac{1}{\sqrt{2}}\,(t + z)\ ;\ \xi = \frac{1}{\sqrt{2}}\,(t - z) \tag{4.1}$$

П.Дирак [35] показал, что описания динамики системы в переменных $(t, \mathbf{r})$ и $(\tau, \boldsymbol{\rho})$ полностью эквивалентны при условии, что гамильтониан системы правильно записан в соответствующих переменных. (Здесь обычные пространственные координаты (x, y, z) обозначены как вектор $\mathbf{r} = (z, \mathbf{r}_\perp)$, а соответствующие новые координаты – как вектор $\boldsymbol{\rho} = (\xi, \mathbf{r}_\perp)$.) В частности, гамильтониан свободно движущейся нерелятивистской частицы

$$H = \frac{\mathbf{p}^2}{2m} \tag{4.2}$$

для ультрарелятивистской частицы в новых координатах примет вид (например, см. [36])

$$H = \frac{\mathbf{p}_\perp^2 + m^2}{2\eta}\ ;\ \ \eta = \frac{1}{\sqrt{2}}\,(E + p_z)\ . \tag{4.3}$$

[1] То есть, угол между мировой линией и осью времени очень мал.

[2] То есть, теперь угол между мировой линией и образующей светового конуса очень мал.

Аналогия между (4.2) и (4.3) очевидна (стоит обратить внимание на определение величины η и сравнить его с определением быстроты). Другими словами, для описания ультрарелятивистской системы можно пользоваться всем аппаратом нерелятивистской квантовой механики [3], если только поперечные (по отношению к направлению движения системы в целом) импульсы невелики (нерелятивистские). Именно этим и объясняется привлекательность динамики на световом фронте. Дополнительным приятным моментом является то, что (при указанных выше условиях) возможна прежняя, известная из нерелятивистской квантовой механики, классификация состояний составной системы по собственным значениям оператора углового момента. Дело в том, что оператор углового момента в новых координатах светового фронта, вообще говоря, теряет свою простую нерелятивистскую форму; только при $p_\perp/p_\| \ll 1$ она почти точно восстанавливается.

Более подробное и глубокое рассмотрение вопросов описания релятивистских составных систем в динамике на световом фронте выходит за рамки этих лекций; для первоначального знакомства с ними следует обратиться к соответствующей литературе и ссылкам в них: [35]–[40], а также [43, 44] и [55]).

4.3 Дейтрон: основные свойства.

Дейтерий, и соответственно, его ядро – дейтрон – были открыты в 1932 г. Юри, Брикведде и Морфи. Краткий обзор истории открытия и определения свойств легчайших ядер, включая дейтрон, дан в книге [32].

Спин дейтрона был определен в результате анализа сверхтонкого расщепления линий спектра атомов дейтерия. Для определения магнитного момента дейтрона был использован метод молекулярного и атомного пучков (лежащие в основе методов поляризации протонов, дейтронов и многих других стабильных ядер). Первые измерения были сделаны вскоре после открытия дейтерия – уже в в 1933 г. [33] (Эстерманн и Штерн; 1934 г. Раби, Келлог и Захариас); знак магнитного момента впервые был определен в 1936 г. (Келлог, Раби и Захариас, см. указанную ссылку). Величина магнитного момента[4] дейтрона

[3] Необходимо корректное обращение с гамильтонианом в новых переменных.

[4] Измеряется в ядерных магнетонах $\mu_N = 3.15254166(28) \times 10^{-14}$ МэВ/Тесла.

($\mu_d = 0.85742 \cdot \mu_N$) оказалась близкой к сумме магнитных моментов нейтрона ($\mu_n = -1.9130428 \cdot \mu_N$) и протона ($\mu_p = 2.79284739 \cdot \mu_N$): $\mu_d \approx \mu_p + \mu_n$. Поскольку спин дейтрона равен единице, этот факт указывает на то, что нуклоны в дейтроне находятся, в основном, в симметричном триплетном состоянии (относительный орбитальный момент равен нулю). Отсюда, из-за принципа Паули, следует, что изоспин дейтрона равен нулю.

Безуспешность поисков рождения пионов в реакции $d+d \to \alpha+\pi^0$ (или $d(d,\alpha\pi^0)$) и тот факт, что

$$R = \frac{\sigma\left(p + d \to \pi^+ + t\right)}{\sigma\left(p + d \to \pi^0 + {}^3He\right)} \approx 2 \ , \tag{4.4}$$

(вместе с предположением об изоскалярности альфа-частицы и изоспине $1/2$ для тритона и гелия-3) также говорят об изоскалярности дейтрона.

Квадрупольный момент дейтрона был впервые измерен в 1939 г. методом молекулярного пучка (Келлог, Раби, Рамзай и Захариас [34]); его отличие от нуля говорит о *несферичности* дейтрона и, следовательно, о присутствии D-состояния в его волновой функции (примеси состояния с относительным орбитальным моментом 2 в волновой функции дейтрона).

4.4 Развал дейтрона как модель фрагментации адронов.

До появления пучков релятивистских дейтронов с импульсами около 10 ГэВ/с реакция развала дейтрона использовалась при сравнительно низких (менее 1 ГэВ) кинетических энергиях и анализировалась, как правило, в терминах квазиупругого рассеяния, нерелятивистского описания структуры дейтрона и полу-релятивистского подхода к анализу кинематики. Были замечены некоторые отклонения от теоретических расчетов для сечений, но в целом экспериментальные данные соответствовали теоретическим ожиданиям. При этом измерения, как правило, не касались поляризационных характеристик этой реакции.

Новым и плодотворным оказался подход, основанный, с одной стороны, на идее такого способа использования реакции развала дейтрона, в котором экспериментальные условия измерений близки к

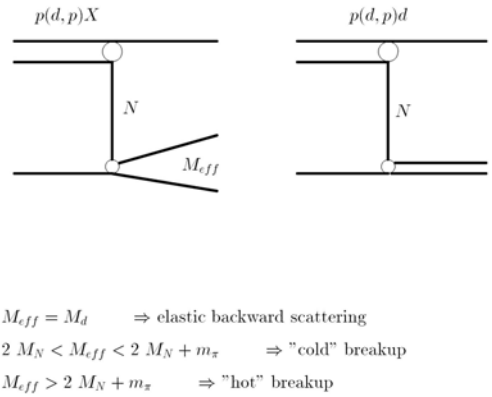


Рис. 4.3. Простейшие (полюсные) диаграммы для процессов развала (фрагментации) дейтронов на протонах и упругого рассеяния $d\,(p\,,\,d)\,p$ "назад" в с.ц.м. Классификация характерных кинематических областей: упругое обратное рассеяние, развал дейтрона без образования других частиц, развал дейтрона с возможностью рождения других частиц.

условиям применимости **партонной картины** взаимодействия частиц высоких энергий, а с другой, на идее проведения анализа полученных данных в рамках т. н. **динамики на световом фронте** (см. работы [46, 47, 48]).

Суть этого подхода (в предельно упрощенном виде) можно пояснить с помощью полюсных диаграмм, изображенных на рис. 4.3.

Вначале рассмотрим диаграмму, представленную в левой части рис. 4.3, анализируя ее в духе партонной картины Фейнмана. Именно: примем, что дейтрон-снаряд состоит всего лишь из двух партонов (нуклонов). По аналогии с партонной картиной, каждый из этих нуклонов-партонов переносит некоторую долю полного импульса дейтрона и распределение по импульсам партонов определяется, в соответствии с квантовой механикой, квадратом волновой функции дейтрона в импульсном представлении (верхняя вершина рассматриваемой диаграммы). Развал дейтрона происходит тогда, когда один из нуклонов дейтрона (самый медленный в л.с.) взаимодействует с покоящейся в л.с. мишенью. Другой нуклон этого взаимодействия "не замечает", выступая в роли пассивного наблюдателя – "спектатора". Соответственно, его импульс, измеренный в л.с.,

остается тем, каким этот нуклон-партон обладал, находясь в составе начального дейтрона. Если отобрать такие события, когда поперечные импульсы нуклонов-партонов невелики (в соответствии с основным положением партонной картины), то есть спектатор вылетает "вперед", то распределение по уносимому им продольному импульсу будет определяться квадратом волновой функции дейтрона, если этот импульс больше половины импульса дейтрона в л.с. (что означает, что взаимодействующий с мишенью нуклон-партон более медленный в л.с., чем спектатор, в полном соответствии с партонной картиной). Так как дейтрон релятивистский и рассматривается его фрагментация в "коллинеарной" кинематике, для вычисления сечений и поляризационных характеристик реакции следует использовать, как наиболее адекватный, формализм динамики на световом фронте. В этом случае адекватной задаче кинематической переменной становится переменная светового фронта

$$\alpha = \frac{p_{\|} + E_{spect}}{p_d + E_d} \ , \tag{4.5}$$

где $p_{\|}$, E_{spect} – продольный импульс и полная энергия спектатора, а p_d, E_d – импульс и энергия дейтрона-снаряда (все величины взяты в лабораторной системе отсчета).

Формализм динамики на световом фронте позволяет использовать в рассматриваемой задаче понятие о нерелятивистской волновой функции дейтрона. Но здесь не обойтись без хотя бы еще одного (дополнительного) предположения. Оно касается вопроса о связи между измеряемыми в эксперименте кинематическими величинами $(p_{\|}, \mathbf{p}_{\perp})$ и аргументом волновой функции в импульсном представлении – относительным импульсом нуклонов в дейтроне k.

В квантовой механике на световом фронте это предположение называется предположением о "минимальной релятивизации". Суть его состоит в том, что **(1)** с аргументом k волновой функции в импульсном представлении отождествляется величина

$$k_{\perp} = p_{\perp} \ ; \ k_z = \left(\alpha - \frac{1}{2}\right) \cdot \sqrt{\frac{m_p^2 + p_{\perp}^2}{\alpha\,(1-\alpha)}} \ ; \ k^2 = \frac{m_p^2 + p_{\perp}^2}{4\alpha\,(1-\alpha)} - m_p^2 \ , \tag{4.6}$$

(где принято, что нуклоном-спектатором является протон), а функциональная зависимость волновой функции от k остается такой же, как в нерелятивистской квантовой механике; **(2)** спиновая структура и классификация по орбитальному угловому моменту для ре-

лятивизованной волновой функции при $p_\perp \sim 0$ такая же, как и в нерелятивистской квантовой механике [5].

В схеме "минимальной релятивизации" переменная k имеет смысл "внутреннего импульса нуклона в дейтроне"; в зависимости от α она меняется от 0 до ∞, как и относительный импульс нуклонов в нерелятивистской квантовой механике. Величины квадрата переданного от дейтрона к протону 4-импульса t и квадрата разности 4-скоростей дейтрона и протона также можно выразить через переменную светового фронта α:

$$\frac{t}{m_p^2} = 1 - 4\,(1-\alpha)\left(\frac{k(\alpha)}{m_p}\right)^2 = 1 - 2b_{dp}\ ;\ \ b_{dp} = 2\,(1-\alpha)\left(\frac{k(\alpha)}{m_p}\right)^2\ .$$

Следует отметить, что в излагаемой схеме во-первых, пренебрегается энергией связи дейтрона (около 2.2 МэВ), и во-вторых - разницей масс нейтрона и протона. Тем не менее, используются обозначения m_p и m_n, чтобы явно указать, о кинематических характеристиках какого из нуклонов идет речь.

Вполне возможным является другое предположение, а именно: отождествление переменной k с модулем вектора импульса протона-спектатора, взятого в системе покоя дейтрона-снаряда q. Однако наблюдатель, принимающий такое отождествление, немедленно сталкивается с парадоксом: величина максимально возможного значения импульса протона-спектатора, взятого в системе покоя дейтрона-снаряда, ограничена (см. далее) законами сохранения энергии-импульса величиной

$$q \le q_{max} = \frac{3}{4} m_N$$

(m_N – масса нуклона), тогда как относительный импульс нуклонов в дейтроне, согласно нерелятивистской квантовой механике, не ограничен и может меняться от 0 до ∞. Есть и другие трудности, немедленно возникающие при принятии этого предположения. Поэтому дальнейшее обсуждение в этом параграфе проводится на основе гипотезы о "минимальной релятивизации".

Приняв гипотезу "минимальной релятивизации" получим, что для движущегося относительно лабораторной системы дейтрона с

[5] Дело в том, что в релятивистской теории вопрос о разделении операторов спина и орбитального углового момента нетривиален. В динамике на световом фронте это отражается в том, что т. н. оператор преобразования Мелоша равен единичному оператору только тогда, когда $p_\perp = 0$. Это обстоятельство забывать не следует.

релятивистским импульсом $p_d \gg M_d$, плотность вероятности обнаружить в нем нуклон с внутренним импульсом k прямо пропорциональна величине

$$|\psi_{rel}(k)|^2 d^3k = |\psi_{nrl}(k)|^2 \cdot \frac{1}{4(1-\alpha)} \cdot \sqrt{\frac{m_p^2 + p_\perp^2}{\alpha(1-\alpha)}} \cdot \frac{d^3p}{E_p} , \qquad (4.7)$$

где $\psi_{rel}(k)$ – релятивизованная волновая функция дейтрона, $\psi_{nrl}(k)$ – его нерелятивистская волновая функция. Здесь множители в правой части формулы (4.7) после $|\psi_{nrl}(k)|^2$ есть не что иное, как якобиан перехода от переменных $(k_x, k_y k_z)$ к переменным $(p_x, p_y p_z)$, где $\mathbf{p}$ есть вектор импульса протона-спектатора в л.с.

Если бы поведение инвариантного сечения реакции фрагментации дейтрона в протоны (с небольшим поперечным импульсом) на произвольной мишени в зависимости от импульса фрагмента (протона) полностью определялось бы диаграммой, представленной в левой части рис. 4.3, то его можно было бы (приближенно) записать в виде

$$\begin{aligned} E_p \frac{d^3\sigma}{d\vec{p}} &\approx \sigma(s_{n,t})_{(n,targ)} \times \\ &\times |\psi_{nrl}(k)|^2 \cdot \frac{1}{4(1-\alpha)} \cdot \sqrt{\frac{m_p^2 + p_\perp^2}{\alpha(1-\alpha)}} \cdot R(n,d) , \end{aligned} \qquad (4.8)$$

где $\sigma_{(n,targ)}$ есть сечение взаимодействия медленного нейтрона-партона с мишенью (отвечающее нижней вершине на левой диаграмме рис. 4.3)), а

$$R(n,d) = \frac{\lambda^{1/2}\left(s_n, M_{targ}^2, m_n^2\right)}{\lambda^{1/2}\left(s_d, M_{targ}^2, m_d^2\right)} \qquad (4.9)$$

есть отношение Мёллеровских потоков для столкновений дейтрона и нейтрона-партона с мишенью. Его принято называть "кинематическим фактором". Он обеспечивает обращение сечения в нуль на кинематической границе а также учитывает тот факт, что в множитель $\sigma_{(n,targ)}$ входит, кроме квадрата матричного элемента взаимодействия медленного нейтрона-партона с мишенью, Мёллеровский поток нейтрона-партона. Этот поток для свободного нейтрона иной, чем для нейтрона в составе дейтрона, что следует принять во внимание при использовании в расчетах экспериментально известного сечения $\sigma_{(n,targ)}$. Рассматривая диаграмму Чу-Лоу в разделе VI, мы еще раз встретим отношение типа $R(n,d)$.

Формула (4.8) приближенная; если бы рассматриваемая диаграмма рис. 4.3 была бы единственно возможной, то в качестве $\sigma_{(N,\,targ)}$ следовало бы брать полное сечение взаимодействия нейтрона-партона с мишенью $\sigma^{tot}_{(N,\,targ)}$. Однако учет глауберовских перерассеяний (т. е. части дополнительных диаграмм) приводит к тому, что вместо $\sigma^{tot}_{(N,\,targ)}$ следует брать $\sigma^{inel}_{(N,\,targ)}$: полное сечение неупругого взаимодействия (которое примерно в 2 раза меньше), если только эффективная масса M_{eff} (см. рис. 4.3) заметно выше суммы масс мишени и нейтрона. Если величина M_{eff} близка к сумме масс мишени и нейтрона, то есть в конечном состоянии не может быть даже одного пиона, то вместо $\sigma^{inel}_{(N,\,targ)}$ следует брать сечение упругого рассеяния (полное); если же M_{eff} совпадает с массой дейтрона, то левая диаграмма рис. 4.3 превращается в правую диаграмму на этом же рисунке, соответствующую диаграмме однонуклонного обмена для упругого рассеяния дейтрона протоном "назад" в с.ц.м., т. е. реакции $p(d,p\,)d$ при $\theta^* = 180^\circ$. В этом пределе уже нельзя упрощенно пользоваться такой интегральной характеристикой, как $\sigma_{(N,\,targ)}$ для нижней вершины рассматриваемой диаграммы, тем более, что она становится неотличимой от верхней вершины и дифференциальное сечение становится пропорциональным $|\psi_{nrl}\,(k)|^4$.

Таким образом, в реакции развала дейтрона можно выделить 3 характерных области, в которых детальное поведение инвариантных дифференциальных сечений и поляризационных характеристик реакции может быть различным, но тем не менее связанным с поведением волновой функции дейтрона в зависимости от k. Кроме того видно, что может иметь место достаточно тесная связь между реакцией фрагментации дейтрона в коллинеарной кинематике и упругим рассеянием дейтрона протоном "назад" в с.ц.м.

Общее поведение инвариантного сечения фрагментации дейтрона в протоны с вылетом фрагмента под углом 0° по отношению к импульсу дейтрона-снаряда показано на рис. 4.4. В целом, оно может быть интерпретировано на основе изложенной схемы и рассчитано согласно формуле (4.8) с использованием известных волновых функций дейтрона (линии на рисунке 4.4), хотя при величинах $k \sim 200 - 500$ МэВ/с эксперимент и теория расходятся даже если учитываются возможные дополнительные (к рассмотренным простейшим диаграммам) и более сложные механизмы фрагментации. В области малых $\mid k_{\|} \mid \leq 100$ МэВ/с сечение максимально и формула (4.8) дает его неплохое описание, которое можно еще улучшить, если учесть кулоновские эффекты [51].

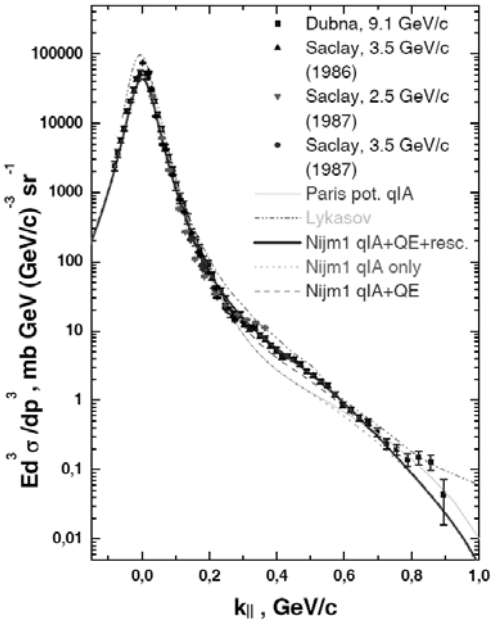


Рис. 4.4. Инвариантное сечение фрагментации на протонной мишени дейтрона в протоны с вылетом фрагмента под углом 0° по отношению к импульсу дейтрона-снаряда в зависимости от продольного импульса k, определенного в тексте. Экспериментальные данные получены в опытах, проведенных в Дубне и Сакле (см. например [45], [47, 48] и ссылки в этих статьях). Линии – результаты различных теоретических расчетов как в простейшей картине на основе формулы (4.8) (обозначены как квази-импульсное приближение, qIA) так и вкладов других возможных механизмов. В этих расчетах использованы волновые функции дейтрона, полученные на основе современных нуклон-нуклонных потенциалов (Парижского [49] и Ниймегенского [50]).

Сделанный набросок картины фрагментации дейтрона в коллинеарной кинематике в сильной степени схематичен; ее детализацию можно найти в оригинальных статьях, но подробное обсуждение этой темы выходит за рамки курса по основам кинематики. Вполне достаточно было проследить, каким образом основные черты партонной картина взаимодействия частиц можно физически смоделировать реакциями фрагментации ядра (в данном случае – дейтрона).

Полезно провести кинематический анализ верхней вершины левой диаграммы рис. 4.3, где один из нуклонов дейтрона выступает в роли пассивного наблюдателя – "спектатора".

Выполним его в системе покоя дейтрона и найдем относительный импульс нейтрона (т. е. импульс, взятый в системе покоя протона-спектатора). Энергией связи нуклонов в дейтроне пренебрежем из-за ее малости, равно как и разницей масс протона и нейтрона. Сохраним, однако, обозначения m_p и m_n, чтобы иметь возможность различать эти частицы.

В системе покоя дейтрона 4-импульс протона есть $\mathcal{P}_p = (E_p\,, \mathbf{q})$, $E_p = \sqrt{m_p^2 + \mathbf{q}^2} \equiv \sqrt{m_p^2 + q^2}$, где $q \equiv \mid \mathbf{q} \mid^2$ и m_p – масса протона. Тогда 4-импульс нейтрона, очевидно, $\mathcal{P}_n = (M_d - E_p\,, -\mathbf{q})$, эффективная масса системы (нейтрон+протон) есть $(\mathcal{P}_p + \mathcal{P}_n)^2 = M_d^2$, где M_d – масса дейтрона.

С другой стороны, энергии протона и нейтрона в системе центра масс нейтрона и протона есть (см. предыдущие лекции):

$$\varepsilon_p = \frac{M_d^2 + m_p^2 - \left[(M_d - E_p)^2 - q^2\right]}{2M_d} = E_p \ ,$$

$$\varepsilon_n = \frac{M_d^2 + \left[(M_d - E_p)^2 - q^2\right] - m_p^2}{2M_d} = M_d - E_p \ ,$$

$$q_{cm} = \left(\varepsilon_p^2 - m_p^2\right)^{1/2}) = q \ ,$$

то есть, система центра масс (нейтрон+протон) действительно совпадает с системой покоя дейтрона.

Найдем теперь относительный импульс нейтрона. Для этого нужно из системы центра масс (протон+нейтрон), или системы покоя дейтрона, перейти в систему покоя протона.

4-скорость этой системы есть, очевидно, $u_p = (E_p/m_p\,, \mathbf{q}/m_p)$; тогда преобразование выполнить просто (см. материал предыдущих лекций):

$$E_n^{rel} = (\mathcal{P}_n \cdot u_p) \ , \quad \mathbf{q}_n^{rel} = \mathbf{p}_n - \mathbf{u}_p \cdot \frac{E_n + E_n^{rel}}{1 + u_p^0} \ . \tag{4.10}$$

После несложных вычислений, легко получить:

$$\mathcal{P}_n^{rel} = \left(\frac{M_d}{m_p} E_p - m_p\,, -\mathbf{q}\frac{M_d}{m_p}\right) \ . \tag{4.11}$$

Если теперь потребовать, чтобы нейтрон был "на массовой поверхности", т. е. чтобы $\mathcal{P}_n^{rel} = m_n^2$, то легко обнаружить, что относительный импульс нейтрона равен нулю. Это соответствует ситуации, когда дейтрон разваливается на систему (нейтрон+протон) и каждый из фрагментов несет (в лабораторной системе отсчета) половину импульса дейтрона, когда дейтрон движется относительно лабораторной системы.

Однако есть и другое условие: $\mathcal{P}_n^2 \geq 0$. Возможна следующая наглядная (но нестрогая) его трактовка: при $\mathcal{P}_n^2 = 0$ дейтрон вдруг как будто бы "полегчал" на величину m_n, превратившись в пару из протона с импульсом $\mathbf{q}_{max}$ и фиктивной частицы нулевой массы с импульсом $-\mathbf{q}_{max}$. Иными словами, почти вся энергия, запасенная в массе нейтрона, каким-то образом превратилась в кинетическую энергию протона-"спектатора", но законы сохранения энергии и импульса не нарушились. Поэтому условие $\mathcal{P}_n^2 \geq 0$ имеет абсолютный характер в том смысле, что если оно нарушается, то говорить о протоне-спектаторе невозможно: для получения импульса $q > q_{max}$, ему нужно "зачерпнуть" дополнительную энергию из мишени.

Условие $\mathcal{P}_n^2 \geq 0$ влечет за собой интересное ограничение на величину относительного импульса:

$$q \leq q_{max} = \frac{3}{4} m_N \ . \tag{4.12}$$

Это означает, что измеряемый в лабораторной системе импульс протона-спектатора можно лишь приближенно, при $q \ll 3/4 m_N$, трактовать как меру относительного импульса нуклонов в дейтроне "до его развала"; по мере приближения к этой границе такая трактовка все более и более сомнительна, а вблизи нее и вовсе неверна. Возникает вопрос: а является ли вообще измеримым импульсное распределение нуклонов в связанной системе (нейтрон+протон), задаваемое, согласно нерелятивистской квантовой механике, квадратом модуля волновой функции дейтрона в импульсном представлении?

Выше была изложена точка зрения, согласно которой на этот вопрос можно дать утвердительный ответ, если только рассматривать задачу в рамках "квантовой механики на световом фронте".

4.5 Кинематика глубоконеупругого рассеяния.

Обычно, когда говорят о "глубоконеупругом" рассеянии (ГНР), подразумевают неупругое рассеяние лептона на адронной системе, причем такое, когда регистрируемый в конечном состоянии лептон имеет заметно меньшую энергию, чем начальный. В приближении однофотонного обмена такой процесс представляется диаграммой рис. (4.5).

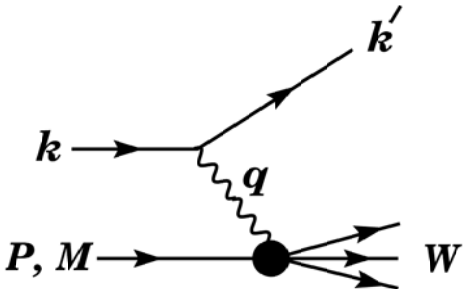


Рис. 4.5. Кинематические переменные для описания глубоконеупругого рассеяния лептона нуклоном. Величины k, k' – 4-импульсы начального и конечного лептонов, $\mathcal{P}$ – 4-импульс нуклона с массой M, W – масса системы X, получившей отдачу. Обмениваемая частица – фотон или промежуточный бозон (γ, $W^{\pm}$, Z); он переносит к нуклону 4-импульс $q = k - k'$.

Стандартными переменными ГНР являются Q^2, ν, x_{Bj}, y. Поясним эти переменные и рассмотрим интервалы их изменения.

- Потеря энергии лептоном в системе покоя нуклона (поэтому E, E' – энергия начального и конечного лептонов берутся в системе покоя нуклона):

$$\nu = \frac{q \cdot \mathcal{P}}{M} = E - E' \geq 0 \ . \tag{4.13}$$

- Квадрат передачи 4-импульса:

$$Q^2 = -q^2 = 2\left(EE' - \mathbf{k}\mathbf{k}'\right) - m_l^2 - m_{l'}^2 \geq 0 \ ; \tag{4.14}$$

если массами лептонов можно пренебречь, то

$$Q^2 \approx 4EE' \sin^2\left(\vartheta/2\right) \ , \tag{4.15}$$

где ϑ – угол рассеяния лептона (по отношению к направлению падающего лептона-снаряда). Видно, что с точностью до знака переменная Q^2 есть мандельстамовская переменная t; обратный по отношению к t выбор знака величины Q^2 обусловлен историческими причинами.

- $$x = \frac{Q^2}{2M\nu} \; ; \tag{4.16}$$

  эта величина в партонной модели имеет смысл доли импульса нуклона, переносимая партоном.

- $$y = \frac{q \cdot \mathcal{P}}{k \cdot \mathcal{P}} = \frac{\nu}{E} \; . \tag{4.17}$$

  В системе покоя нуклона эта величина имеет смысл доли энергии, потерянной лептоном при рассеянии. Из ее определения видно, что это инвариантная переменная.

- Квадрат эффективной массы системы X:

$$W^2 = (\mathcal{P} + q)^2 = M^2 + 2M\nu - Q^2 \; . \tag{4.18}$$

- Наконец, важной переменной является

$$s = (k + \mathcal{P})^2 = \frac{Q^2}{xy} + M^2 + m_l^2 = M^2 + m_l^2 + 2ME \; , \tag{4.19}$$

то есть, квадрат полной энергии лептона и нуклона в системе их центра масс. (Последнее равенство выписано в л.с.)

Есть еще одна переменная, которую используют, когда вместе с рассеянным лептоном регистрируется адрон h, входящий в адронную систему с эффективной массой W в конечном состоянии (рис. 4.5):

$$z = \frac{E_h}{\nu} \; . \tag{4.20}$$

Здесь E_h – полная энергия регистрируемого адрона. (Передача энергии ν адронной системе определена выше.) Смысл переменной z очевиден: это доля переданной энергии, унесенная регистрируемым адроном конечного состояния.

4.5.1 Физический смысл x.

Представим себе, в рамках партонной картины, что виртуальный бозон (фотон) поглотился партоном, имеющем долю x_p полного 4-импульса нуклона (рассмотрение проведем на световом фронте в простейшем варианте: т. н. системе бесконечного импульса, в которой лептон-снаряд имеет бесконечно большой импульс).

Тогда квадрат полной энергии в системе центра масс виртуального бозона и этого партона равен

$$(x_p\mathcal{P}+q)^2 = x_p^2\mathcal{P}^2+q^2+2x_p\mathcal{P}\cdot q = x_p^2M^2+q^2+2x_p\mathcal{P}\cdot q = m^2 \ , \quad (4.21)$$

где m^2 – масса партона. Если она много меньше прочих кинематических величин, характерных для задачи, то ею можно пренебречь (равно как и массой нуклона), и в конечном итоге из (4.21) имеем

$$q^2+2x_p\mathcal{P}\cdot q = 0 \ , \text{ то есть } x_p = -\frac{q^2}{2q\mathcal{P}} = \frac{Q^2}{2\nu M} \ , \quad (4.22)$$

где видно, что x_p в формуле (4.21) есть не что иное, как x из (4.16). При анализе глубоконеупругого рассеяния лептонов эту переменную называют "Бьеркеновский x", или $x_{Bjorken} \equiv x_B$.

Кинематически разрешенные области изменения переменных ГНР схематически изображены на рис. 4.6.

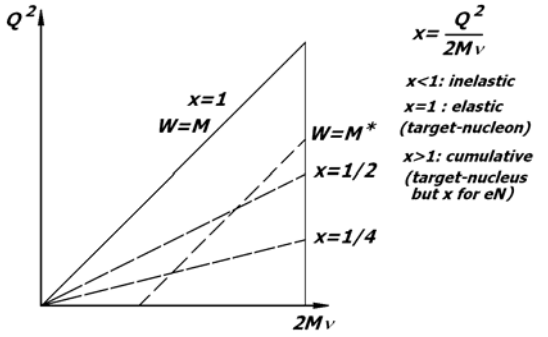


Рис. 4.6. Области изменения кинематических переменных. Здесь $2M\nu = Q^2/x$.

4.5.2 О некоторых терминах.

Эффективная масса. Определение "эффективной массы" в разных областях физики делается различным образом. Например, есть понятие "эффективной массы" носителей заряда, употребительное в физике твердого тела и, в частности, в физике полупроводников. В физике частиц это понятие тоже существует, причем оно определено вполне однозначно (до той поры, пока речь не идет об элементарных частицах в ядерной среде): эффективной массой системы n детектируемых частиц называется (или, до середины 90-х годов называлась) величина $m^2_{eff} = (\sum_n \mathcal{P}_i)^2$, где $\mathcal{P}_i$ – 4-импульс i-й зарегистрированной частицы, все n частиц были зарегистрированы, идентифицированы, а их 4-импульс измерен. Это понятие было введено еще на заре ядерной физики и физики частиц; оно использовалось достаточно долго без каких-либо затруднений или неоднозначных трактовок. В последние десятилетия оно, почему-то, стало замещаться бессмысленным термином "инвариантная масса".

Недостающая масса. Как и эффективная масса, это понятие использовалось без каких-либо затруднений или неоднозначных трактовок достаточно долго и продолжает использоваться в том же значении поныне. Оно похоже на понятие эффективной массы, но применяется тогда, когда не все частицы конечного состояния регистрируются (или не все их импульсы измеряются). Определение недостающей массы выглядит так: $m^2_{miss} = (\mathcal{P}_{beam} + \mathcal{P}_{targ} - \sum_n \mathcal{P}_i)^2$, где $\mathcal{P}_i$ имеет тот же смысл, что и выше, а $\mathcal{P}_{beam}$, $\mathcal{P}_{targ}$ есть 4-импульсы снаряда и мишени. Иными словами, это не что иное, как эффективная масса системы **не зарегистрированных или ненаблюдаемых** частиц. Можно рассматривать ее (в кинематике) как массу некоторой фиктивной частицы с полным 4-импульсом $\mathcal{P}_{miss} = \mathcal{P}_{beam} + \mathcal{P}_{targ} - \sum_n \mathcal{P}_i$.

Часть IV

Лекции 7 и 8

Глава 5

Переменные для "инклюзивных" измерений

5.1 Переменная Фейнмана x_F.

Пусть при рассеянии частиц a, b после их взаимодействия регистрируется частица c, а остальные продукты реакции не регистрируются (система X), то есть проводятся инклюзивные измерения реакции

$$a + b \to c + X \ . \tag{5.1}$$

Чтобы не загромождать формулы, под 4-импульсом (или компонентами его, то есть энергией и 3-импульсом) регистрируемой частицы будем понимать (E_c,$\mathbf{p}_c$), опуская индекс c . В случае обращения к системе центра масс реакции, как всегда, соответствующие неинвариантные величины будем помечать символом *.

Кинематическую область возможных значений импульса регистрируемой частицы можно легко определить, пользуясь формулами

для "круга импульсов" (если речь идет о системе центра масс) или "эллипса импульсов" (если речь идет о любой другой системе отсчета, например, лабораторной), рассмотренными ранее. В частности, продольный импульс регистрируемой частицы может лежать в пределах

$$\begin{aligned} p^*_{\parallel\, min} &= -\left[E^{*\,2}_{max} - m^2 - p^{*\,2}_{\perp}\right]^{1/2} \le p^*_{\parallel} \le p^*_{\parallel\, max} = \\ &= \left[E^{*\,2}_{max} - m^2 - p^{*\,2}_{\perp}\right]^{1/2} \ , \end{aligned} \tag{5.2}$$

где

$$\begin{aligned} 0 \le p^*_{\perp} \le p^* \ , \qquad & \left(m^2 + p^{*\,2}_{\perp}\right)^{1/2} \le E^* \le E^*_{max} = \\ = \ & \frac{s + m^2 - m^2_{X\,,\,min}}{2\sqrt{s}} \ ; \end{aligned} \tag{5.3}$$

здесь $m_{X\,,\,min}$ – минимальное допустимое значение эффективной массы системы X, равное сумме масс входящих в нее частиц (имеется в виду, допустимое законами сохранения квантовых чисел для рассматриваемой реакции). Если графически представить круг импульсов, то $p^*_{\parallel}$ принадлежит хорде круга, проведенной перпендикулярно его вертикальному диаметру на расстоянии $p^*_{\perp}$ от горизонтального диаметра, а границы изменения $p^*_{\parallel}$ определяются крайними точками этой хорды. В лабораторной системе, где круг импульсов превращается в эллипс импульсов, величина $p_{\parallel}$ принадлежит хорде эллипса, проведенной перпендикулярно его малой полуоси на расстоянии $p^*_{\perp}$ от большой оси, а границы изменения $p_{\parallel}$ определяются крайними точками этой хорды (см. рис. 5.1, эллипс импульсов для реакции $p(p,\pi)X$). Т. о. экстремальные (максимальное и минимальное) возможные значения $p_{\parallel}$ для реакции (5.1) определяются крайними точками большой оси этого эллипса (см. пример на рис. 5.1, точки A, B и C для соответствующих процессов).

Вспомнив о партонной картине взаимодействия адронов, можно заподозрить, что инвариантная безразмерная переменная

$$x_F = \frac{p^*_{\parallel}}{p^*_{\parallel\, max}} \ , \tag{5.4}$$

может быть хорошей переменной для анализа данных инклюзивных измерений реакций типа (5.1). Опыт показал, что так оно и есть. Переменная (5.4) называется *фейнмановской скейлинговой переменной*.

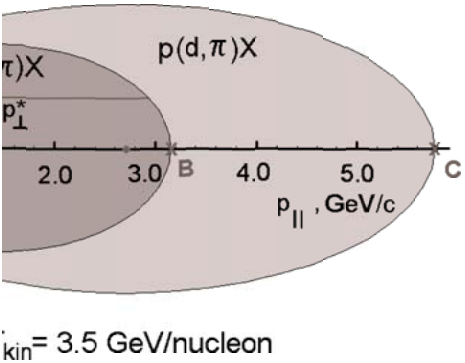


Рис. 5.1. Эллипс импульсов пиона в лабораторной системе для реакций $p(p,\pi)X$ и $p(d,\pi)X$, обсужденный в Части II. Область внутри меньшего эллипса разрешена для пиона, рожденного в реакции $p(p,\pi)X$ (оба нуклона - свободные). Граница большего эллипса соответствует реакции $p(d,\pi)X$, когда дейтрон рассматривается как "материальная точка", а эффективная масса системы X минимально возможная (после учета всех законов сохранения и правил отбора по квантовым числам). Область импульсов вне большего эллипса – абсолютно запрещена для пиона вследствие законов сохранения энергии и импульса. Между внешним и внутренним эллипсами – "кумулятивная" область, недоступная для реакции $p(p,\pi)X$ вследствие тех же законов сохранения энергии и импульса.

Ясно, что при анализе дифференциальных распределений, проинтегрированных по поперечному импульсу, под $p^*_{\parallel\, max}$ следует понимать экстремальное значение продольного импульса (например, соответствующее точке B на рис. 5.1). Кроме того, в партонной картине Фейнмана считается, что поперечный импульс партонов невелик, то есть их импульсное распределение в адроне "прижато" к оси абсцисс рис. 5.1, что дает некоторое дополнительное оправдание такому рецепту определения $p^*_{\parallel\, max}$.

В литературе часто употребляют и другое определение x_F, а именно:

$$x_F = 2\frac{p^*_\parallel}{\sqrt{s}}\ , \tag{5.5}$$

практически совпадающее с (5.4), когда s намного больше значений всех масс, входящих в определение (5.2), равно как и значений поперечного импульса $p^*_\perp$. Определение (5.4) представляется более точным при конечных энергиях или при работе вблизи кинематических

Безусловно, необходимо помнить о различии между псевдобыстротой и настоящей быстротой.

Наконец, нельзя не сказать и о том, что (уступая давлению жаргона) продольную быстроту иногда также называют просто быстротой (см. примеры в [4]).

Рисунок 5.1 помогает понять, почему переменная псевдобыстроты в свое время стала популярной. Действительно, партонная картина неупругого взаимодействия подразумевает, что при высоких энергиях средние поперечные импульсы вторичных частиц почти не растут с ростом начальной энергии (или растут достаточно медленно). Иными словами, область внутри разрешенного кинематикой эллипса "заселяется" частицами неравномерно: они концентрируются вблизи оси абсцисс в довольно узкой полосе. С ростом энергии эллипс расширяется, но частицы остаются почти в той же полосе: распределение по поперечному импульсу при фиксированной быстроте почти не меняется, и когда поперечный импульс частицы много меньше ее полного импульса, распределение по продольному импульсу становится (приближенно) распределением по углу вылета частицы. Это означает, что характер распределения событий внутри эллипса не зависит (или слабо зависит) от его абсолютных размеров: важно лишь относительное расстояние точки, изображающей событие, от центра эллипса (круга в с.ц.м.).

5.3 Связь быстроты и переменной x_F.

В определениях (5.4) фейнмановской переменной и продольной быстроты (5.7) фигурирует один и тот же продольный импульс регистрируемой частицы c. Отсюда следует, что эти переменные связаны между собой. Эту связь нетрудно установить:

$$x_F = \frac{\mathrm{sh}(\eta^*_{c\,,\,long})}{\mathrm{sh}(\eta^{*\,max}_{c\,,\,long})} \ . \tag{5.17}$$

Можно убедиться, что вблизи $\mid x_F \mid \sim 0$ продольная быстрота тоже мала: $\mid \eta^*_{c\,,\,long} \mid \sim 0$, но в этой, т. н. "центральной" области, данный конечный фиксированный интервал Δx_F с ростом энергии столкновения ($\sqrt{s}$) отображается на растущий с $\sqrt{s}$ интервал быстроты (см. например, [4]). Иными словами, быстрота "растягивает" центральную область по сравнению с $\mid x_F \mid$.

Вблизи кинематических границ можно переписать связь x_F с быстротой в другой форме. В самом деле, рассмотрим выражения для них в системе центра масс вблизи границы $x_F \approx 1$ и $\eta^*_{long} \approx \eta^{*\,max}_{long}$:

$$\begin{aligned}\eta^*_{long} \quad - \quad \eta^{*\,max}_{long} &= \frac{1}{2}\ln\left[\frac{E^{*\,max}_c - p^{*\,max}_{c\parallel}}{E^{*\,max}_c + p^{*\,max}_{c\parallel}} \cdot \frac{E^*_c + p^*_{c\parallel}}{E^*_c - p^*_{c\parallel}}\right] = \\ &= \frac{1}{2}\ln\left[\frac{E^{*\,max}_c - p^{*\,max}_{c\parallel}}{E^*_c - p^*_{c\parallel}} \cdot \frac{E^*_c + p^*_{c\parallel}}{E^{*\,max}_c + p^{*\,max}_{c\parallel}}\right] . \qquad (5.18)\end{aligned}$$

Поскольку сами эти переменные обычно применяются в области высоких энергий и, как правило, при анализе неупругих процессов с довольно высокой множественностью, можно считать $E^*_c \gg m_c$. Это вполне оправдано вблизи кинематических пределов. Приняв это приближение, из (5.18) имеем

$$\begin{aligned}\eta^*_{long} - \eta^{*\,max}_{long} &\approx \frac{1}{2}\ln\left[\frac{E^{*\,max}_c - p^{*\,max}_{c\parallel}}{E^*_c - p^*_{c\parallel}} \cdot \frac{2p^*_{c\parallel}}{2p^{*\,max}_{c\parallel}}\right] , \\ E^{*\,max}_c - p^{*\,max}_{c\parallel} &\approx p^{*\,max}_{c\parallel}\left(1 + \frac{m_c^2}{2(p^{*\,max}_{c\parallel})^2}\right) - p^{*\,max}_{c\parallel} = \\ &= \frac{m_c^2}{2(p^{*\,max}_{c\parallel})^2} , \qquad (5.19) \\ E^*_c - p^*_{c\parallel} &\approx p^*_{c\parallel}\left(1 + \frac{m_c^2}{2(p^*_{c\parallel})^2}\right) - p^*_{c\parallel} = \frac{m_c^2}{2(p^*_{c\parallel})^2} ,\end{aligned}$$

поскольку вблизи границы $\mid x_F \mid \approx 1$ перпендикулярный импульс $p^*_{c\perp}$ много меньше продольного $p^*_{c\parallel}$.

В результате, приходим к формуле

$$\eta^*_{long} - \eta^{*\,max}_{long} \approx \ln\left(\left|\frac{p^*_{c\parallel}}{p^{*\,max}_{c\parallel}}\right|\right) = \ln\left(\mid x_F \mid\right) , \qquad (5.20)$$

которую удобнее выписать в окончательной форме [4]

$$\begin{aligned}x_F &\approx \exp\left(\eta^*_{long} - \eta^{*\,max}_{long}\right) , \quad x_F > 0 , \\ x_F &\approx -\exp\left(\mid \eta^*_{long} \mid -\eta^{*\,max}_{long}\right) , \quad x_F < 0 . \qquad (5.21)\end{aligned}$$

Глава 6

Двухчастичные распады

Из уже изложенного материала должно быть вполне очевидным, что двухчастичные реакции типа $a+b \to c+d$ и двухчастичные распады типа $0 \to 1+2$ кинематически эквивалентны, если речь идет о конечных состояниях этих процессов. Действительно, бинарную реакцию можно мысленно представить себе как "слияние" системы $(a+b)$ в некую промежуточную частицу 0 с массой $M_0 = \sqrt{s}$, которая движется относительно лабораторной системы координат со скоростью центра масс системы $(a+b)$, имеет 4-импульс $p_0 = p_a + p_b$ (рис. 6.1) и затем распадается на $c \equiv 1$ и $d \equiv 2$.

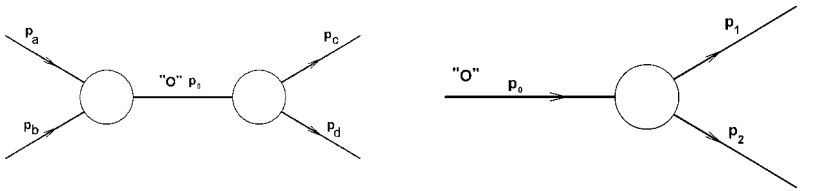


Рис. 6.1. Кинематические диаграммы бинарной реакции $a+b \to c+d$ (слева) и распада $0 \to 1+2$ (справа).

Поэтому легко ответить на вопрос о том, чему равны энергии и импульсы продуктов распада в системе покоя частицы 0: нужные формулы уже обсуждались. Следует только заменить в них величину s на M_0^2. То же самое можно сказать и по отношению к энергиям

и импульсам частиц-продуктов распада, взятым в лабораторной системе, где распадающаяся частица движется с некоторым импульсом $\mathbf{p}_0$. Тем не менее, полезно специально рассмотреть некоторые частные случаи кинематики двухчастичных распадов.

6.1 Нерелятивистский случай (распад в системе покоя).

Имея в виду нерелятивистский случай, используем понятие кинетической энергии T частиц. Нерелятивистский случай реализуется, когда масса распадающейся частицы, M_0, лишь ненамного превышает сумму масс продуктов распада. В этом случае говорят об *энерговыделении* T_0 при распаде:

$$T_0 = M_0 - m_1 - m_2 \ , \tag{6.1}$$

которое много меньше массы M_0.

Используя формулы предыдущих лекций с заменой $s \to M_0$ нетрудно увидеть, что

$$\begin{aligned} E_1^* &= \frac{M_0^2 + m_1^2 - m_2^2}{2M_0} \\ T_1^* &= E_1^* - m_1 = \frac{(M_0 - m_1)^2 - m_2^2}{2M_0} = \\ &= T_0 \frac{m_2}{M_0} + O\left(T_0^2/M_0\right) \\ T_2^* &= E_2^* - m_2 \approx T_0 \frac{m_1}{M_0} \ . \end{aligned} \tag{6.2}$$

Иными словами, энергии распадных частиц, почерпнутые из полного энерговыделения, обратно пропорциональны их массам:

$$\frac{T_1^*}{T_2^*} = \frac{m_2}{m_1} \ .$$

Ясно, что в распаде $0 \to 1{+}2$, рассмотренном в системе покоя M_0, величины импульсов продуктов распада не зависят от их направления и равны

$$p_1^* = \sqrt{\frac{2m_1 m_2}{M_0} T_0} \ . \tag{6.3}$$

Теперь рассмотрим распад "на лету" и обратим внимание на зависимость импульса распадной частицы от угла ее вылета.

6.2 Углы вылета.

Итак, пусть "родительская" частица 0 имеет 4-импульс $\mathcal{P}_0 = (E_0\,, \mathbf{p}_0)$ (выберем направление оси Z системы координат по направлению импульса $\mathbf{p}_0$). После ее распада частица-продукт 1 имеет некоторый 4-импульс $\mathcal{P}_1 = (E_1\,, \mathbf{p}_1)$. Под углом вылета распадной частицы будем понимать угол между $\mathbf{p}_1$ и направлением оси Z. Чтобы его найти, вычислим инвариант $(\mathcal{P}_0 \cdot \mathcal{P}_1)$ в системе покоя распадающейся частицы и в лабораторной системе:

$$(\mathcal{P}_0 \cdot \mathcal{P}_1) = E_0 E_1 - \mathbf{p}_0\mathbf{p}_1 = E_0 E_1 - p_0 p_1 \cos\theta_1 = E_0^* E_1^* \ . \qquad (6.4)$$

Поскольку энергия и импульс распадающейся частицы известны, а энергия распадной частицы связана с ее импульсом и массой, то соотношение (6.4) можно считать уравнением, связывающим импульс распадной частицы с ее углом вылета. Решая это уравнение имеем:

$$p_1 = \frac{M_0 E_1^* p_0 \ \cos\theta_1 \pm E_0\sqrt{D_1}}{E_0^2 - p_0^2\cos^2\theta_1} \ , \qquad (6.5)$$

где

$$D_1 = M_0^2 p_1^{*2} - m_1^2 p_0^2 \sin^2\theta_1 \ . \qquad (6.6)$$

Решение (6.5) существует, если

$$\sin\theta_1 \le \frac{M_0}{m_1}\frac{p_1^*}{p_0} \ . \qquad (6.7)$$

Полезно поразмыслить над этой формулой, "повертев" ее в руках.

1. $\frac{M_0}{m_1}\frac{p_1^*}{p_0} > 1$. Тогда возможны любые значения угла вылета (от $0°$ до $180°$), т. е. угол вылета никак не ограничен.

2. $\frac{M_0}{m_1}\frac{p_1^*}{p_0} \le 1$. В этом случае, очевидно, есть ограничение на угол вылета. Если $\frac{M_0}{m_1}\frac{p_1^*}{p_0} = 1$, то он не может быть больше $90°$, если же $\frac{M_0}{m_1}\frac{p_1^*}{p_0} < 1$, то есть максимально возможный (**предельный**) угол вылета:

$$\theta_{1\,,\max} = \arcsin\left(\frac{M_0}{m_1}\frac{p_1^*}{p_0}\right) = \arcsin\left(\frac{\gamma_1^*\beta_1^*}{\gamma_0\beta_0}\right) \qquad (6.8)$$

Проанализируем эти варианты (результаты полезно сравнить с материалом параграфа 3.2.5).

1. Если распадная частица "легкая", например – фотон или нейтрино (т. е. ее масса стремится к нулю или строго равна ему), то угол вылета такой частицы не ограничен (кроме как углом 180°, разумеется). То есть, безмассовая распадная частица всегда может вылететь в направлении, противоположном направлению импульса распадающейся частицы.

2. Если распад происходит на частицы, имеющие ненулевую массу, то при любом соотношении между M_0 и m_1 и, соответственно, любом (но, разумеется, фиксированном!) энерговыделении T_0, всегда найдется такой (большой) импульс p_0 распадающейся частицы, что продукты распада будут иметь предельный угол вылета. Для этого нужно, чтобы выполнялось условие

$$p_0 \geq p_1^* \cdot \frac{M_0}{m_1} \ , \ \ \gamma_0\beta_0 > \gamma_1^*\beta_1^* \ . \tag{6.9}$$

   Иными словами, при достаточно большом начальном импульсе распадающейся частицы все продукты ее распада улетают "вперед". Здесь уместна цитата из книги Копылова [2]: "Причина этого – превосходство в скорости распадающейся частицы над скоростью распадной, взятой в системе покоя распадающейся. Даже если распадная частица летит "назад" в системе покоя распадающейся, последняя летит "вперед" столь стремительно, что продукту распада ничего больше не остается делать, как тоже лететь "вперед"." При этом из (6.9) видно, что чем легче продукт распада, тем выше импульс p_0, при котором появляется предельный угол.

3. В том же случае распада на частицы, имеющие ненулевую массу, при любом соотношении между M_0 и m_1 и, соответственно, любом фиксированном импульсе p_0, многое зависит от энерговыделения: если оно таково, что выполняется условие

$$p_1^* < p_0 \cdot \frac{m_1}{M_0} \ , \tag{6.10}$$

   то продукты распада будут иметь предельный угол вылета.

6.3 Углы разлета.

Рассмотрим теперь другую тему, а именно – вопрос об углах разлета распадных частиц все в том же двухчастичном распаде $0 \to 1 + 2$, понимая под углом разлета $\psi(E_1)$ угол между импульсами $\mathbf{p}_1$ и $\mathbf{p}_2$ при энергии распадной частицы 1 равной E_1. Разобраться в этом вопросе поможет эллипс импульсов для распадных частиц (рис. 6.2).

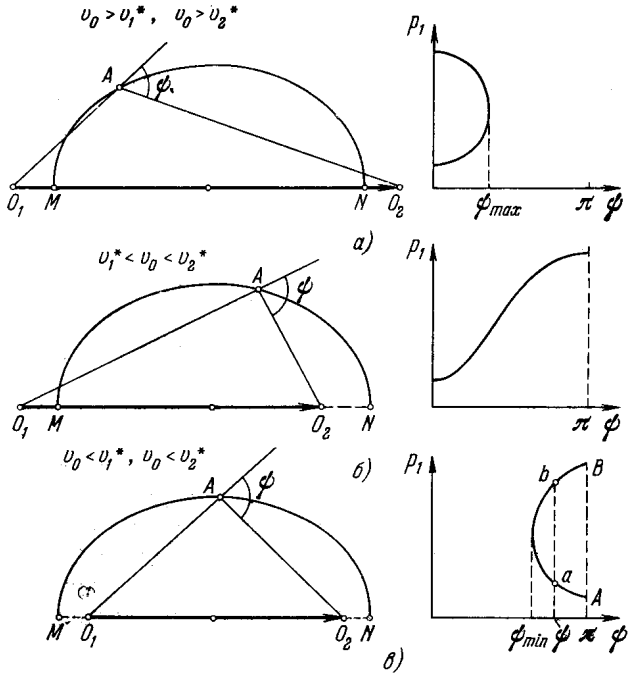


Рис. 6.2. Эллипсы импульсов распадных частиц и пояснение к определению угла разлета (слева); справа – связь между углом разлета и импульсом распадной частицы [2].

Опять воспользуемся инвариантами, на этот раз следующими:

$$(\mathcal{P}_1 + \mathcal{P}_2)^2 = \mathcal{P}_0^2 \ ; \ \ q^2 = \frac{1}{2}\left(M_0^2 - m_1^2 - m_2^2\right) \ . \qquad (6.11)$$

Из первого уравнения формулы (6.11) легко получить, выполнив воз-

ведение в квадрат и все остальное, что

$$\cos\psi = \frac{E_1 E_2 - q^2}{p_1 p_2} \ . \tag{6.12}$$

Осталось теперь выразить E_2 и p_2 через E_1; после необходимых выкладок получим:

$$\cos\psi = \frac{E_1\left(E_0 - E_1\right) - q^2}{\sqrt{E_1^2 - m_1^2}\sqrt{\left(E_0 - E_1\right)^2 - m_2^2}} \ , \tag{6.13}$$

причем предельные значения E_1, очевидно, отвечают вылету частицы 1 в системе покоя 0 "назад" ($E_{1\,,\,\min}$) и "вперед" ($E_{1\,,\,\max}$). Соответственно,

$$E_{1\,,\,min/max} = \frac{E_0 E_1^* \mp p_0 p_1^*}{M_0} \ , \ \ E_{1\,,\,min} \le E_1 \le E_{1\,,\,max} \ . \tag{6.14}$$

Большой практический интерес имеет случай распада на два фотона. Стартовав от выписанных в формуле (6.11) инвариантов и замечая, что

$$E_1 E_2 = \frac{M_0^2}{2\left(1 - \cos\psi\right)} \ , \tag{6.15}$$

можно сразу увидеть, что угол разлета фотонов не может быть равным нулю, а затем выразить энергии фотонов через массу распадающейся частицы и ее энергию:

$$E_1 = \frac{E_0}{2} \pm \sqrt{\frac{E_0^2}{4} - \frac{M_0^2}{2\left(1 - \cos\psi\right)}} \ , \tag{6.16}$$

$$E_2 = \frac{E_0}{2} \mp \sqrt{\frac{E_0^2}{4} - \frac{M_0^2}{2\left(1 - \cos\psi\right)}} \ , \tag{6.17}$$

откуда видно, что наименьший угол разлета отвечает симметричной конфигурации, когда

$$\sin\left(\frac{\psi_{min}}{2}\right) = \frac{M_0}{E_0} = \frac{1}{\gamma_0} \tag{6.18}$$

или

$$\cos\left(\frac{\psi_{min}}{2}\right) = \beta_0 \ , \tag{6.19}$$

поскольку это соответствует обращению в нуль подкоренного выражения в (6.16) и (6.17):

$$\frac{E_0^2}{4} = \frac{M_0^2}{2\,(1-\cos\psi)}\ . \tag{6.20}$$

Следствия соотношений (6.16)-(6.20):

1. с ростом энергии распадающейся частицы угол разлета распадных частиц уменьшается;

2. измерение величины минимального угла разлета дает возможность либо измерить энергию распадающейся частицы (если ее масса известна) либо массу (если известна ее энергия).

Глава 7

Применения кинематики (специальные случаи)

7.1 Критерий Арментероса-Подолянского.

Когда физика элементарных частиц еще только появилась и впервые были обнаружены частицы с новым квантовым числом – странностью – инструментарий для регистрации частиц был довольно скуден. Многие из современных детекторов частиц еще не были изобретены. Электронные методы регистрации частиц еще не были широко употребительны, тем более, что и приборов для регистрации и цифровой обработки электронных сигналов было не так уж и много, а те, что были, не могли обеспечить потребности эксперимента.

Известно однако, что "голь на выдумки хитра" и недостаток инструментов восполнялся интеллектом и изобретательностью физиков. Один из примеров такой изобретательности дает критерий, изобретенный для анализа событий распада нейтральных странных частиц: K^0_S-мезонов и Λ^0-гиперона, распадающихся преимущественно на пару заряженных частиц.

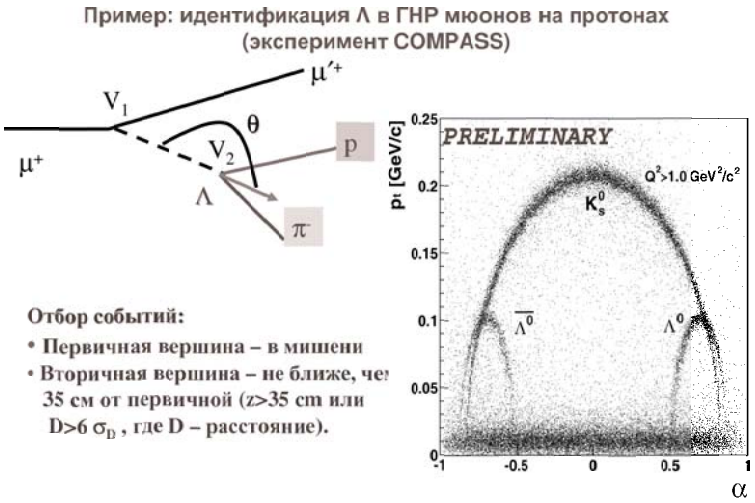


Рис. 7.1. Идентификация событий с рождением Λ^0, $\bar{\Lambda}^0$ и K_S^0 частиц методом анализа диаграммы Арментероса-Подолянского [56] в глубоконеупругом рассеянии мюонов на протонах в эксперименте COMPASS. V_1 – первичная вершина (взаимодействие мюона с протоном), V_2 – вторичная вершина (или вершина распада V^0-частицы); показана топология события с распадом Λ^0 или $\bar{\Lambda}^0$. Видны характерные "арки", соответствующие событиям с рождением и распадом Λ^0, $\bar{\Lambda}^0$ и K_S^0 частиц. При отборе событий, включенных в эту диаграмму, требовалось, чтобы направление полного импульса V^0 "вилки" совпадало с направлением прямой (пунктирная линия), соединяющей вершины V_1 и V_2, т. е. угол θ между этими направлениями должен быть близок к нулю в некоторых пределах, определяемых угловой точностью измерений.

В экспериментах по изучению свойств странных частиц нужно было разделить события распада K_S^0-мезонов и Λ^0-частиц в условиях, когда измерены импульсы продуктов распада, но сами эти продукты не распознаны (например, известны величина и знак заряда, но не массы). Топология событий распада этих частиц довольно проста: после распада есть две и только две противоположно заряженные частицы: при распаде K_S^0 это – положительно и отрицательно заряженные π-мезоны, а при распаде Λ^0 – протон и отрицательно заряженный пион. О таких событиях принято было говорить, что они имеют топологию типа V^0 "вилки", а о распавшейся частице – как о V^0-частице.

Для решения этой задачи, когда измерены только заряды и импульсы частиц, образующих V^0 "вилку", Подолянский и Арментерос [56] предложили в 1954 году изящный и мощный критерий.

Применение этого критерия основано на кинематическом анализе события распада V^0-частицы в терминах модуля поперечного (по отношению к направлению движения V^0-частицы) импульса p_t и некоторой безразмерной переменной

$$\alpha = \frac{p_L^+ - p_L^-}{p_L^+ + p_L^-} \ ,$$

характеризующей асимметрию между продольными (по отношению к тому же направлению) импульсами положительно (p_L^+) и отрицательно (p_L^-) заряженных частиц из этой V^0 "вилки". Т. о. каждому событию распада V^0-частицы можно сопоставить некоторую точку на плоскости $(\alpha\,, p_t)$.

Теперь следует вспомнить об эллипсе импульсов. При двухчастичном распаде V_0 в ее системе покоя импульсы продуктов распада одинаковы. Если она распалась так, что в этой системе отсчета угол вылета продуктов распада равен 90°, то при переходе в лабораторную систему поперечный импульс распадных частиц будет равен импульсу распадных частиц в системе покоя. Если же частица V_0 распалась так, что продукты вылетели под углом 0° или 180° в ее системе покоя, то величины импульсов положительной распадной частицы и отрицательной распадной частицы в лабораторной системе будут определяться соответствующими эллипсами импульсов; эти эллипсы будут разными и относиться к разным типам в классификации эллипсов импульсов, если распадные частицы имеют разные массы (протон и пион) и, соответственно, разные скорости в системе покоя V_0. Если же распадные частицы одинаковы (два пиона), то и соответствующие эллипсы будут одинаковы. Поэтому разность продольных импульсов распадных частиц в лабораторной системе будет разная, как и величина поперечного импульса (определяемая энерговыделением при распаде) для случаев, когда V_0 есть нейтральный каон или Λ -гиперон. В результате, распределение событий на плоскости $(\alpha - p_t)$ должно быть разным для разного типа V_0.

Действительно (см. [56] и рис. 7.1): на плоскости $(\alpha\,, p_t)$ события K_S^0 распада почти всюду заселяют совершенно другую область, чем события распада Λ^0, пересекаясь (в идеале) только в одной точке. Из-за конечной точности измерений импульсов эта точка превращается в некоторую область (впрочем, она достаточно невелика).

7.2 Рождение частиц "без отдачи".

В последнее время оживился интерес к проблеме влияния окружающей ядерной среды на свойства находящихся в ней элементарных частиц, в первую очередь – мезонов.

Проблема эта не нова: нейтрон в составе атомных ядер стабилен, время жизни Λ-гиперона зависит от атомного номера гипер-ядра, Δ-изобарные возбуждения атомных ядер [58] отличаются по своим характеристикам (положению максимума резонансного пика и его ширине) от Δ-резонанса, возбуждаемого при взаимодействии элементарных частиц в пустоте. Однако по отношению к мезонам однозначного ответа о степени влияния ядерной среды на их свойства пока нет.

Очевидное условие, выполнение которого экспериментаторы должны обеспечить (или приблизиться, насколько возможно, к нему), состоит в том, что исследуемая частица должна находиться в ядерном окружении как можно дольше (в идеале - всю свою "жизнь"). Иными словами, в идеальном случае она находится в покое относительно ядерной среды, то есть, в реакции рождения она не должна получить импульс (относительно этой среды). Это кинематическое условие называется условием "безотдачности".

Важность обеспечения условия "безотдачной" кинематики впервые отметил Подгорецкий [60] в применении к проблеме гипер-ядер и создания условий для их образования. Он отметил, что в реакции $K + p \to \pi + \Lambda$, где протон покоится в лабораторной системе, при импульсе каонов около 530 МэВ/с Λ-гиперон рождается покоящимся в лаборатории (т.е. относительно протона-мишени). Эта находка стимулировала целое направление исследования гипер-ядер с помощью такой (K, π)-реакции, а найденное им значение импульса каонов стало называться "магическим импульсом" для этой реакции.

Физическую причину, по которой в ряде случаев возможно выполнение условия "безотдачной" кинематики, легко увидеть, рассмотрев эллипс импульсов для регистрируемой частицы и вспомнив классификацию эллипсов импульсов, рассмотренную в Части II. После этого нетрудно проделать необходимые расчеты для нахождения тех значений импульса пучка, при которых они выполняются.

Действительно, рассмотрим неупругую реакцию типа $b + A \to c + A' + d$, где b–частица пучка (снаряд), A–мишень (ядро), c–интересующая нас частица, d–выбитый из ядра-мишени фрагмент, A' есть ядро-остаток, практически остающийся в покое в лаборатор-

ной системе (спектатор). Если импульс пучка таков, что выполняется условие "безотдачности" для частицы c, то она также будет оставаться в покое в л.с. и ядра-остатка A'. В этой картине элементарной реакцией рождения c для кинематических расчетов является (квазисвободное) взаимодействие снаряда с фрагментом d, входящим в состав ядра-мишени. Для этой-то реакции и нужно найти, при каком импульсе снаряда частица c может не получить импульса отдачи.

Количественно, условие "безотдачности" означает, что для рассматриваемой частицы c ее импульс равен нулю, то есть в соотношении (3.38) имеем

$$\begin{aligned} \mathbf{p}_c &= \left(\mathbf{p}_{c\perp}, p_{c\parallel}\right) = \\ &= \left(0, \gamma_{cm} E_c^* \left(\beta_{cm} - \beta_c^*\right)\right) = (0,0) \quad \text{или } \beta_{cm} = \beta_c^* \ ; \end{aligned} \tag{7.1}$$

иными словами, скорость рассматриваемой частицы, взятая в центре масс реакции, равна скорости этого центра масс, взятой в лабораторной системе. При этом рожденная частица вылетает "назад" в системе центра масс.

Рассмотрение эллипса импульсов для частицы c позволяет представить качественную картину эволюции кинематики с изменением импульса снаряда, начиная от порога реакции. Действительно, на пороге все участники реакции в ее конечном состоянии покоятся в центре масс, двигаясь в лабораторной системе вместе, в направлении "вперед". Вместо эллипса ровно на пороге имеем на оси $p_{c\parallel}$ точку: центр будущего эллипса (см. например рис. 3.6). С увеличением импульса снаряда они приобретают все больший импульс в центре масс: появляется эллипс, его полуоси растут а центр, вообще говоря, сдвигается по оси $p_{c\parallel}$ в соответствии с формулами (3.36) и (3.37). Этот эллипс при импульсах снаряда вблизи порога реакции относится к классу, показанному в нижней части рисунка 3.5.

Если масса частицы c такова, что в системе центра масс ее скорость β_c^* никогда не может превзойти скорость самой системы центра масс, то ее эллипс импульсов так и останется в том же классе и условие "безотдачности" никогда не будет выполнено. Так происходит, например, для реакции типа $p+p \to pp+\text{meson}$, если рождается мезон с массой $m_c > m_p$.

Если же масса частицы c такова, что условие "безотдачности" может быть выполнено, то в момент его выполнения эллипс импульсов частицы c коснется оси $p_\perp$ и с ростом импульса снаряда перейдет в класс эллипсов, изображенных в верхней части рисунка 3.5.

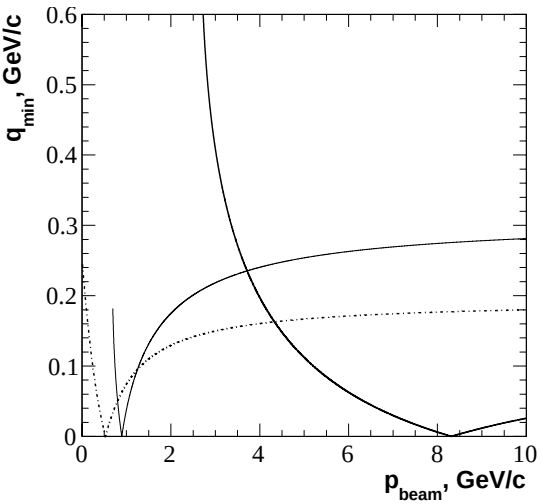


Рис. 7.2. Зависимость минимального импульса (q_{min}) детектируемой частицы (Λ-гиперона (штрих-пунктирная линия), η- (тонкая сплошная линия) и ω- (жирная сплошная линия) мезонов), рожденной в неупругом рассеянии на протонной мишени, от импульса пучка (p_{beam}).

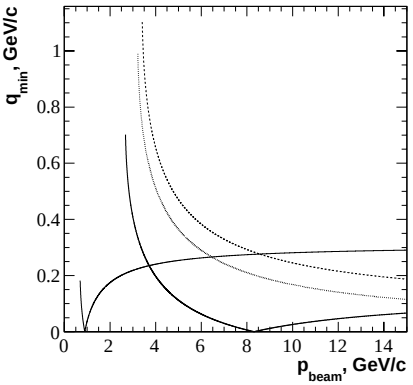


Рис. 7.3. Зависимость минимального импульса регистрируемого мезона (η, ω, η' (точечная линия) и ϕ (штриховая линия)), рожденного в неупругом рассеянии на протонной мишени, от импульса пучка (другие обозначения те же, что на рис. 7.2).

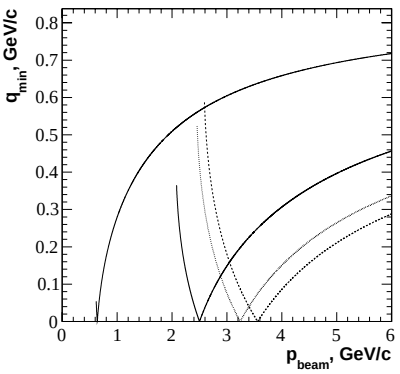


Рис. 7.4. Зависимость минимального импульса регистрируемого мезона (те же, что на рис. 7.2), рожденного в неупругом рассеянии на дейтериевой мишени, от импульса пучка, когда дейтрон считается материальной точкой.

Очевидно, что лишь малая часть частиц c, рожденных при импульсе пучка, соответствующем условию "безотдачной" кинематики, действительно будет почти в покое относительно ядра-остатка A'; это та их часть, которая в центре масс "элементарной" реакции квазисвободного рождения движется в с.ц.м. в заднюю полусферу вблизи угла 180°. Основная часть рожденных частиц будет иметь большой импульс.

Минимально возможный импульс частицы c (q_{min}), легко найти из соотношения (7.1):

$$q_{min} \equiv \mid p_{c\parallel} \mid = \gamma_{cm} E_c^* \mid (\beta_{cm} - \beta_c^*) \mid . \qquad (7.2)$$

На рис. 7.2 даны зависимости q_{min} от импульса пучка для реакций $p\,(K,\Lambda)\pi$ (штрих-пунктирная линия), $p\,(\pi,\eta)p$ (тонкая сплошная линия) и $p\,(p,\omega)pp$ (жирная сплошная линия). Видно, как и ожидалось, что чем тяжелее мезон, тем больше импульс пучка, отвечающий выполнению условия "безотдачной" кинематики.

На рис. 7.3 даны аналогичные графики для реакций $p\,(\pi,\eta)p$, $p\,(p,\omega)pp$, $p\,(p,\phi)pp$ и $p\,(p,\eta')pp$. Видно, что в pp рассеянии для массивных мезонов (η' и ϕ), масса которых больше массы протона, их рождение с нулевым лабораторным импульсом невозможно.

Поскольку скорость центра масс при фиксированном типе частиц пучка и их импульсе определяется массой мишени, то ее увеличение уменьшает скорость центра масс и даже для тяжелых мезонов могут открыться возможности "безотдачного" образования. В этом можно убедиться и аналитически, в пределе больших s, и численным расчетом. Например, взяв в качестве частицы-мишени дейтрон и считая его материальной точкой (в которой сконцентрирована вся его масса), видим, что для тяжелых мезонов появляются "магические" импульсы (рис. 7.4). Этот предел находится на кинематической границе (см. в качестве примера рис. 3.6, граница большего эллипса). Видно также, что при кумулятивном рождении возможно достижение условия "безотдачности" для мезонов тяжелее протона (η' и ϕ) при относительно невысоких лабораторных импульсах.

Из рисунков 7.5, 7.6, 7.7 можно увидеть, как меняются линии минимального импульса с ростом импульса пучка при разных "коэффициентах кумулятивности", т. е. на разных расстояниях от границы максимально возможной области, разрешенной кинематикой для свободных столкновений "снаряд – нуклон" (см. опять-таки пример рис. 3.6, на этот раз – граница меньшего эллипса).

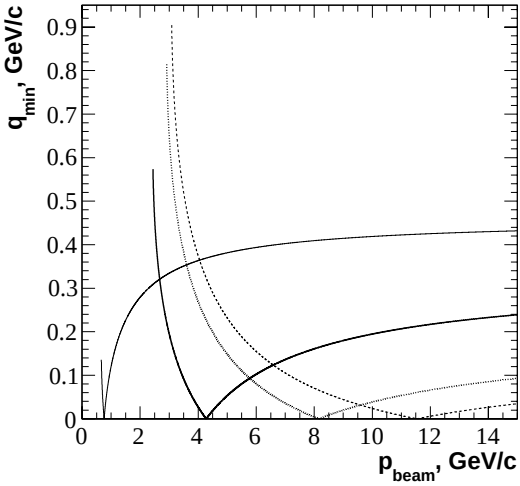


Рис. 7.5. Зависимость минимального импульса тех же мезонов, что на рис. 7.4, при их рождении в кумулятивной области на дейтериевой мишени, от импульса пучка. Масса "эффективной мишени" равна $1.25 \times m_p$, где m_p - масса протона.

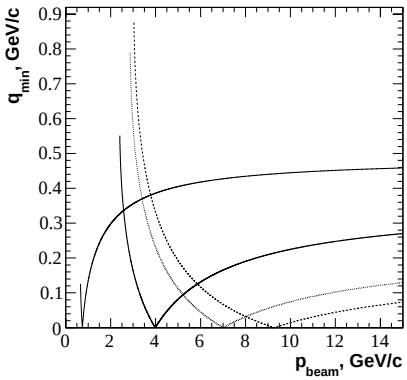


Рис. 7.6. То же, что на предыдущем рисунке, но масса "эффективной мишени" равна $1.30 \times m_p$.

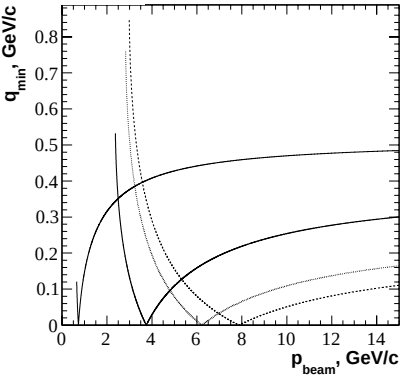


Рис. 7.7. То же, что на предыдущем рисунке, но масса "эффективной мишени" равна $1.35 \times m_p$.

Сравнение скоростей системы центра масс. и рожденной частицы

В Части II даны формулы для нахождения импульса и энергии частицы c, рожденной в реакции $b + t \to c + X$; здесь b – частица-снаряд, t – мишень с массой m_{targ}, покоящаяся в лабораторной системе, X – ненаблюдаемая система с массой M (недостающая масса):

$$E_c^* = \frac{s + m_c^2 - M^2}{2\sqrt{s}} \ , \ \ p_c^* = \frac{\lambda^{1/2}\left(s, m_c^2, M^2\right)}{2\sqrt{s}} \ .$$

Там же было упомянуто, что в пределе высоких энергий скорость центра масс дается приближенной формулой

$$\beta_{cm} \approx 1 - \frac{2m_{targ}}{s} \ .$$

Вспомнив, что $\beta_c^* = p_c^*/E_c^*$ и рассмотрев предел высоких энергий для этой величины, нетрудно убедиться, что

$$\beta_c^* - \beta_{cm} \approx \frac{2}{s} \times \left(m_{targ}^2 - m_c^2\right) .$$

Эту формулу можно переписать в другом виде:

$$\beta_c^* - \beta_{cm} \approx \frac{2m_{targ} \cdot (m_{targ} + m_c)}{s} \times \left(1 - \frac{m_c}{m_{targ}}\right) \ .$$

Таким образом, если масса регистрируемой частицы больше массы мишени, знак разности скоростей отрицательный, то есть такой же, как и на пороге, что означает невозможность выполнения условия кинематики "без отдачи". Для обратного случая видно, что знак разности скоростей при высоких энергиях положительный, т.е. при некотором значении импульса снаряда происходит смена знака. Именно при этом значении и выполняется условие "безотдачности".

7.3 Особенности кинематики при фиксированном угле.

Так называемая "кинематика фиксированного угла" часто встречается на практике. В этом случае следует иметь в виду, что кинематические переменные, характеризующие процесс неупругого рассеяния, могут оказаться коррелированными, хотя вообще говоря, они

таковыми не являются изначально. Поясним сказанное примером неупругого рассеяния дейтронов протонами "вперед" (на угол 0°).

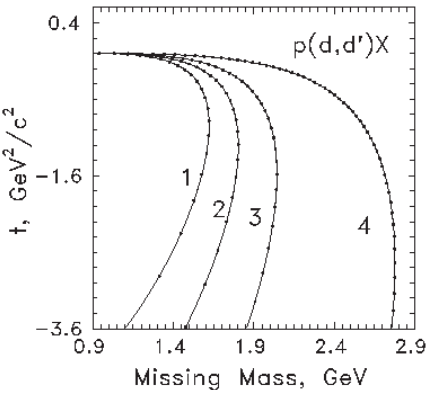


Рис. 7.8. Корреляция $(M_X - t)$ на примере реакции (d, d') с регистрацией рассеянного дейтрона под углом 0°. Линии на плоскости (M_{miss}, t) соответствуют изменению переданной мишени энергии Q при фиксированном значении угла вылета регистрируемого дейтрона. Кривые 1, 2, 3, 4 даны для импульсов дейтронного пучка 3.73 ГэВ/с, 4.495 ГэВ/с, 5.532 ГэВ/с и 9.0 ГэВ/с соответственно. Точки на кривых расположены с шагом 100 МэВ по величине Q [57].

При рассеянии на фиксированный угол (в данном примере – "вперед") квадрат переданного 4-импульса t и "недостающая масса" M_X определяются одной и той же величиной: переданной энергией $Q = E_0 - E_d{}'$ (здесь E_0 - начальная энергия пучка, $E_d{}'$ -энергия рассеянного дейтрона):

$$Q = E_0 - E_d{}' \; ; \quad t = Q^2 - (p_0 - p_d{}')^2 \; ;$$
$$M_X^2 = (Q + M_{targ})^2 - (p_0 - p_d{}')^2 \; . \qquad (7.3)$$

Это означает, что меняя переданную энергию, экспериментатор одновременно изменяет и величину t, и величину "недостающей массы" M_X (см. рис. 7.8).

7.4 Кинематика квазиупругого рассеяния.

Как уже упоминалось в Части II, говоря о квазиупругом рассеянии имеют в виду рассеяние "более элементарной" частицы на состав-

ной (т. е. "менее элементарной", например, рассеяние протонов или пионов на ядрах), когда кинематика рассеяния близка к кинематике упругого рассеяния такой же частицы-снаряда на свободной (не связанной в мишени) частице-конституенте мишени. Конечное состояние частицы-мишени (например, атома или ядра) не обязательно совпадает с начальным. Более того, испытавший отдачу конституент обычно вылетает из частицы-мишени.

Итак, основное отличие квазиупругих реакций от истинно упругих обусловлено тем, что снаряд рассеивается не на покоящейся (в л.с.) свободной частице-мишени, а на движущейся из-за фермиевского движения конституентов в связанной системе. Более того, будучи связанной в более сложной системе, частица-мишень имеет массу $m^2_{bound} = E^2 - \mathbf{p}^2$ отличную от массы соответствующей свободной частицы. Вытекающие отсюда следствия разнообразны; часть из них можно увидеть из двух примеров: рассеяния релятивистских электронов на электронах, связанных в атоме [94] и реакции возбуждения Δ изобар в ядрах (см. обзор [58]).

Кинематическую диаграмму для рассматриваемых примеров можно представить в общем виде так, как показано на рис. 7.9.

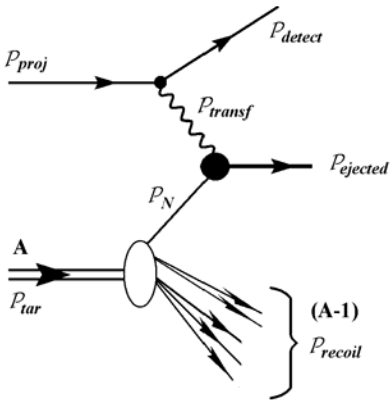


Рис. 7.9. Общая кинематическая диаграмма для квазиупругого рассеяния снаряда с 4-импульсом $\mathcal{P}_{proj}$ на конституенте составной мишени A с 4-импульсом $\mathcal{P}_{tar}$. Рассеянная частица-снаряд после рассеяния уносит 4-импульс $\mathcal{P}_{detect}$, выбитый конституент приобретает 4-импульс $\mathcal{P}_{ejected}$, 4-импульс оставшейся после вылета конституента (не обязательно связанной) системы $(A-1)$ обозначен как $\mathcal{P}_{recoil}$. Связанный в частице-мишени конституент до рассеяния на нем снаряда имеет 4-импульс $\mathcal{P}_N$.

При квазиупругом рассеянии электрона на атоме системой A является атом, конституентом – связанный в нем электрон, выбитой из атома частицей является тоже электрон, а системой отдачи $(A-1)$ – ион (вообще говоря, возбужденный).

При возбуждении Δ изобар в ядрах в реакции типа $A(p,n)$ или $A(^3He,t)$ составной системой A является ядро с A нуклонами, выбитой частицей является, например, Δ изобара, а ядерная система из $(A-1)$ нуклонов уносит 4-импульс отдачи $\mathcal{P}_{recoil}$ (при этом неважно, все ли эти нуклоны связаны или только часть из них, или же в ней вообще нет связанных ядерных фрагментов).

Поскольку реакция рассматривается в системе отсчета, где мишень покоится (лабораторная система), $\mathcal{P}_{tar} = (M_A\,, 0)$.

Квазиупругое рассеяние электрона на внутриатомном электроне рассматривалось в работе [94] в связи с проблемой измерения поляризации (поляриметрии) пучков релятивистских поляризованных электронов.

При измерении поляризации пучка необходимо знать анализирующую способность выбранной для поляриметра реакции и измерять лево-правую асимметрию рассеяния, причем важно обеспечить аппаратурную симметрию поляриметра. Обычно эта анализирующая способность зависит от угла рассеяния. При построении поляриметра стремятся максимизировать величину, пропорциональную произведению квадрата анализирующей способности на дифференциальное сечение: она определяет точность измерений и, соответственно, их длительность, необходимую для получения нужной точности знания степени поляризации пучка. В силу разного характера угловой зависимости дифференциального сечения и анализирующей способности, соответствующее произведение имеет, как правило, один максимум при определенном угле рассеяния в системе центра масс. Поэтому вопросы о возможном систематическом отличии углов при квазиупругом рассеянии и аналогичном рассеянии таких же свободных частиц, а также о степени "размытия" угла рассеяния внутренним движением связанного в мишени конституента, достаточно важны. Именно этим вопросам посвящена статья [94].

Кинематика квазиупругого рождения Δ-изобары на ядре. В этой реакции $\mathcal{P}_N$ есть 4-импульс внутриядерного нуклона, $\mathcal{P}_{ejected}$ – 4-импульс рожденной Δ-изобары. Переданный при столкновении от снаряда системе (мишень+ Δ-изобара) четырех-импульс равен $\mathcal{P}_{transf} = (\nu\,, \mathbf{\Delta p})$, где ν – переданная энергия (или энергия, сброшенная снарядом при неупругом рассеянии), $\mathbf{\Delta p}$ – переданный

3-импульс (обычный трехмерный вектор).

Четырех-импульс нуклона, связанного в ядре A, равен $\mathcal{P}_N = \mathcal{P}_{tar} - \mathcal{P}_{recoil}$; его компоненты в лабораторной системе есть

$$\begin{aligned} \mathcal{P}_N &= (E_N\,,\,\mathbf{p}_f) = (M_{tar} - E_{recoil}\,,\,-\mathbf{p}_f) = \\ &= (M_{tar} - M_{recoil} - T_{recoil}\,,\,-\mathbf{p}_f)\ , \end{aligned} \tag{7.4}$$

где $\mathbf{p}_f$ – трехмерный импульс ферми-движения нуклона-конституента в ядре-мишени A, M_{recoil} – масса покоя системы-остатка из $(A-1)$ нуклонов, T_{recoil} – ее кинетическая энергия. Обычно ядро-мишень достаточно тяжелое по сравнению с передачей энергии (в л.с.) и поэтому движение системы-остатка можно с хорошей точностью считать нерелятивистским, то есть

$$T_{recoil} \approx \frac{\mathbf{p}_f^2}{2M_{recoil}}\ . \tag{7.5}$$

Если состав системы-остатка $(A-1)$ известен, то масса этой системы также известна, равно как известна и *энергия отделения* ϵ_s:

$$-\epsilon_s = M_{tar} - (M_{recoil} + m_N)\ \ , m_N - \epsilon_s = M_{tar} - M_{recoil}\ , \tag{7.6}$$

где m_N есть масса свободного нуклона. Вообще говоря, система-остаток может быть и связанным ядром из $(A-1)$ нуклонов в каком-то из его возможных состояний, и системой из нескольких ядерных фрагментов. Если состояние системы-остатка регистрируется в конкретном экспериментальном измерении, то все величины в формуле (7.6) относятся к этому состоянию.

Если система-остаток не идентифицируется, то в формуле (7.6) нужно провести усреднение по всему спектру состояний системы-остатка с учетом вероятностей ее конечных состояний; в этом случае в формуле (7.6) под ϵ_s следует понимать *среднюю энергию отделения*, а M_{recoil} как усредненную массу остатка.

Видно, что масса m_N^* связанного в ядре нуклона, на котором произошла реакция т. н. *квазисвободного рождения (или выбивания)* испущенной (ejected) частицы (в рассматриваемом случае – изобары) определяется величиной квадрата его 4-импульса $\mathcal{P}_N$

$$m_N^{*\,2} = \mathcal{P}_N^2 = (m_N - \epsilon_s)^2 - \frac{M_{tar}}{M_{tar-m_N+\epsilon_s}} \cdot \mathbf{p}_f^2\ , \tag{7.7}$$

и отличается от массы свободного нуклона; это отличие определяется разностью

$$\mathcal{P}_N^2 - m_N^2 = -2m_N\epsilon_s - \frac{M_{tar}}{M_{tar-m_N+\epsilon_s}} \cdot \mathbf{p}_f^2 + \epsilon_s^2 \ , \qquad (7.8)$$

которая характеризует т. н. "величину схода с массовой поверхности" для этого нуклона. Если испущенной (выбитой) частицей является нуклон, то эта разность будет определять величину почерпнутой у снаряда энергии, необходимой для того, чтобы такое выбивание могло иметь место. Из проведенного рассмотрения следует также, что кинематика такого квазиупругого выбивания будет "размыта" из-за фермиевского движения внутриядерного нуклона (когда же состояние системы-остатка не регистрируется, добавляется дополнительное размытие из-за распределения по величине ϵ_s).

Масса испущенной (выбитой) частицы $M_{ejected}$ определяется величиной $\mathcal{P}_{ejected}^2$, которая есть не что иное, как

$$\mathcal{P}_{ejected}^2 \equiv \omega_F^2 = \left(\mathcal{P}_N + \mathcal{P}_{transf}\right)^2 = \left(\nu + E_N \, , \, \Delta\mathbf{p} + \mathbf{p}_f\right)^2 \ , \qquad (7.9)$$

что можно записать в виде

$$\begin{aligned} \omega_F^2 &= t + \left(m_N - \epsilon_s\right)^2 + 2\nu\left(m_N - \epsilon_s\right) - \\ &- \left(M_{tar} + \nu\right) \cdot \frac{\mathbf{p}_f^2}{M_{tar} - m_N + \epsilon_s} - 2\mathbf{p}_f \cdot \Delta\mathbf{p} \ . \end{aligned} \qquad (7.10)$$

Здесь t – мандельстамовская переменная (квадрат переданного от снаряда 4-импульса). Из последнего соотношения видно, что есть еще один источник размывания кинематики квазисвободного выбивания: угол между переданным 3-импульсом и 3-импульсом фермиевского движения нуклона, на котором произошла реакция.

В случае квазиупругого выбивания стабильной частицы (нуклона), величина ω_F фиксирована и равна, очевидно, массе выбитой частицы. Однако в случае, когда эта частица – резонанс (например Δ-изобара), есть еще одна интересная кинематическая особенность.

Дельта-изобара является примером двухчастичного брейт-вигнеровского резонанса R; в этом случае различаются "бегущая масса" ω_{12} и его "резонансная масса" ω_0, а сечение реакции содержит множитель, отвечающий профилю резонансной линии с учетом ее ширины Γ_R распада на систему частиц $(1+2)$:

$$\sigma \sim \frac{\Gamma_R\left(R \to 1+2\right)}{\left(\omega_0^2 - \omega_{12}^2\right)^2 + \omega_0^2\Gamma_R^2/4} \ . \qquad (7.11)$$

"Бегущая масса" ω_{12} является эффективной массой системы частиц $(1+2)$, причем обе этих частицы находятся на своих массовых поверхностях. Параметр ширины резонанса, $\Gamma_R\,(R \to 1+2)$, содержит, в общем случае, фактор $(q/q_0)^{2l+1}$. Он вводится в случае резонанса с ненулевым орбитальным моментом движения частиц 1 и 2 в системе их центра масс для учета влияния центробежного барьера на вероятность распада $R \to (1+2)$ резонанса. Здесь q – импульс частиц 1 и 2 в системе их центра масс при эффективной массе системы $(1+2)$ равной ω_{12}, а q_0 – при резонансной массе ω_0.

В рассматриваемой здесь реакции квазисвободного рождения резонанса обе частицы, входящие в начальное состояние резонирующей системы $(1+2)$, находятся **вне своих массовых поверхностей**: и внутриядерный нуклон с 4-импульсом $\mathcal{P}_N$, и виртуальная частица с 4-импульсом $\mathcal{P}_{transf}$, передаваемая от снаряда к этому нуклону (рис. 7.9). Поэтому возникает вопрос о том, правильно ли отождествлять ω_{12}, вычисляемую для частиц 1 и 2 на их массовых поверхностях, с ω_F, когда эти частицы не находятся на своих массовых поверхностях? (Похожий вопрос обсуждался также в работе [59]).

Оказывается, что нельзя постулировать равенство $\omega_{12} = \omega_F$. Нужно действовать согласно следующему алгоритму:

1. зная ω_F, найти квадрат "импульса" $q_1^{*\,2}$ частицы 1 (внутриядерного нуклона, например) в системе центра масс частиц 1 и 2, принимая во внимание, что виртуальная частица 2 переносит 4-импульс $\mathcal{P}_{transf}$ и квадрат ее "массы" равен $\mathcal{P}^2_{transf}$; здесь важно также иметь в виду, что величина $q_1^{*\,2}$ не обязана быть положительно определенной:

$$q_1^{*\,2} = \frac{\lambda\left(\omega_F^2\,,\, m_N^{*\,2}\,,\, t\right)}{4\omega_F^2}\;; \tag{7.12}$$

2. вычислить величину $\sqrt{s_{12}}$, т. е. полную энергию в системе центра масс той же (виртуальной) частицы 2 и реальной (т. е. находящейся на массовой поверхности) частицы 1 с импульсом q_1^* в этой системе;

3. отождествить эту величину с "бегущей" массой резонанса, т. е. приравнять $\omega_{12} = \sqrt{s_{12}}$, если выполнено условие $E^{*\,2}_{1,\,r} = q_1^{*\,2} + m_N^2 \geq m_N^2$.

Величина $E^{*\,2}_{1,\,r}$ имеет смысл квадрата полной энергии реальной частицы 1 в системе центра масс этой частицы и частицы 2 (виртуаль-

ной). Ее нетрудно найти; например, при квазисвободном рождении Δ-изобары частицей 1 является нуклон и для него

$$E^{*\,2}_{1,\,r} = \frac{\left(\omega_F^2 - t + m_N^{*2}\right)^2}{4\omega_F^2} + \left(m_N^2 - m_N^{*2}\right) \ , \qquad (7.13)$$

где m_N^{*2} – масса внутриядерного нуклона (см. формулу (7.7)).

Часть V

Лекции 9 и 10

Глава 8

Сечения реакций рассеяния

Основным экспериментальным методом изучения взаимодействий элементарных частиц и ядер со времен Резерфорда является их рассеяние друг на друге[1]. Информация о свойствах частиц и их взаимодействий извлекается, в первую очередь, из данных о вероятностях тех или других процессов, происходящих при столкновении этих частиц. Эта вероятность, в свою очередь, определяется величиной т. н. "поперечного сечения" данной реакции, связанного непосредственно с квадратом модуля амплитуды ее вероятности и "размером" той области в т. н. "фазовом пространстве", в которой могут оказаться конечные продукты реакции. Границы этой области однозначно определяются законами сохранения энергии-импульса, т. е. кинематикой рассматриваемой реакции. Некоторые зоны в разрешенной области могут оказаться недоступными, образуя "каверны" [2] (или наоборот, предпочтительными, т. е. "зонами концентрации", или "аттракторами") для конечных продуктов из-за запретов или других требований, накладываемых на конечные состояния законами сохранения квантовых чисел (спина, четности, изоспина) или

[1] В классической физике этот метод широко использовался во многих дисциплинах задолго до появления атомной и ядерной физики.

следствиями статистики Ферми или Бозе-Эйнштейна и т. д. Все это тоже является предметом рассмотрения кинематики.

Перед обсуждением этих и подобных им вопросов, представляется естественным вначале напомнить, что такое поперечное сечение реакции и как эта величина измеряется экспериментально. Для этого взят пример полных сечений рассеяния (энергозависимость которых была показана в Части I) и уделено внимание ряду деталей, нечасто упоминаемых в учебниках или специальных обзорах, но важных для знакомства с методикой измерений.

8.1 Сечения реакций.

8.1.1 Определение сечения рассеяния.

Напомним определение поперечного сечения рассеяния. Пусть сталкиваются два пучка частиц с плотностями n_a, n_b и скоростями v_a, v_b (не обязательно коллинеарными). В системе покоя частиц b скорость частиц a есть $v_{rel}^{(b)}$; далее просто v_{rel}. *Число столкновений* $d\nu$ в объеме dV за время dt есть, очевидно,

$$d\nu = n_b\, dV\, n_a \cdot v_{rel} \cdot dt \cdot \sigma \ , \tag{8.1}$$

где σ – *поперечное сечение рассеяния.*

Иными словами: в трубке длиной $v_{rel}dt$ имеется $n_a \cdot v_{rel} \cdot dt$ частиц пучка a. Площадь, перекрытая в этой трубке частицами мишени b, равна $n_b \cdot \sigma$. Здесь смысл коэффициента пропорциональности σ легко понять на примере столкновений классических материальных точек (частицы сорта a) с абсолютно твердыми шарами (частицы сорта b): все частицы сорта a, попавшие в перекрытую шарами область, непременно испытают столкновения с ними. В результате, для числа столкновений получим формулу (8.1). В таком рассуждении **предполагается**, что плотность частиц настолько мала, что тройными столкновениями и соударениями более высокой кратности, равно как и экранировкой частицами пучка (или мишени) друг друга можно пренебречь. Если речь идет о столкновениях частиц с ядрами, об этом предположении полезно вспоминать, когда рассмотрение ведется на уровне взаимодействия частиц пучка с нуклонами ядра, например, в рамках модели Глаубера–Ситенко.

До этого момента неявно считалось, что скорости частиц невелики и все величины являются нерелятивистскими. Заменим время t на ct, где c - скорость света в пустоте. На первый взгляд, формула (8.1) по своему виду фактически не изменится. Однако смысл некоторых величин теперь можно изменить так, что эта формула будет справедлива и в релятивистском случае. Здесь поможет использование **понятия 4-скорости**, обсужденное в разделе 3.2.3.

Учитывая, что число столкновений должно оставаться инвариантным, можно убедиться, что запись формулы (8.1) в виде

$$d\nu = n_b^{(0)}\, dV\, n_a^{(0)} \cdot \mid \mathbf{u}_{ab} \mid \cdot c\, dt \cdot \sigma \tag{8.2}$$

справедлива и в релятивистском, и в нерелятивистском случае. В этой формуле плотности помечены индексом (0) чтобы подчеркнуть, что они берутся в системе покоя соответствующих частиц (полезно помнить, что плотность частиц есть их число в единице объема). Существенное изменение в формуле (8.2) состоит в том, что величина $\mathbf{u}_{ab}$ есть **пространственная компонента относительной 4-скорости частиц a и b**.

В литературе существуют другие, более традиционные, формы записи, в которых единство нерелятивистской и релятивистской записи выражения для числа столкновений увидеть сложнее. Релятивистское обобщение формулы (8.1) обычно делается с помощью введения понятия т. н. Мёллеровского инвариантного потока, который, если привлечь понятие относительной 4-скорости, может быть записан как

$$InvFlux = \sqrt{\left((\mathcal{P}_a \cdot \mathcal{P}_b)\right)^2 - m_a^2\, m_b^2} = m_a\, m_b \cdot \mid \mathbf{u}_{ab} \mid \ . \tag{8.3}$$

(Здесь $\mathcal{P}_i$ – 4-импульс частицы i, m_i – ее масса.)

Мёллеровский инвариантный поток можно представить в иной форме, используя только инвариант s_{ab} – квадрат полной энергии в системе центра масс частиц a и b и определение (3.29) треугольной функции:

$$InvFlux = \frac{1}{2} \cdot \lambda^{1/2}\left(s_{ab}, m_a^2, m_b^2\right) = p^* \sqrt{s_{ab}}\ , \tag{8.4}$$

где p^* есть импульс частицы a или b в их системе центра масс; для получения последнего равенства использовано соотношение (3.29). Формула (8.4) пригодится в дальнейшем, а последнее равенство в ней особенно удобно при рассмотрении экспериментов на коллайдерах,

когда лабораторный импульс частиц каждого из сталкивающихся встречных пучков (при угле встречи 0°) есть просто p^*.

8.1.2 Как измерять поперечные сечения?

Ответ на этот вопрос прост: в формулах (8.1) или (8.2) спрятано не только определение сечения рассеяния, но и идея метода его экспериментального измерения. Действительно, пусть мишень b в лабораторной системе отсчета покоится. Тогда $n_b^{(0)}\, dV = \rho \cdot l \cdot dS \cdot N_A/A$ есть число частиц мишени в трубке длиной l с поперечным сечением dS, а $n_a^{(0)}\, c\, dt \mid \mathbf{u}_{ab} \mid$ – число частиц пучка, упавших на единицу площади мишени за время dt. Обычно поперечное сечение пучка меньше мишени (т. к. мишень, как правило, полностью перехватывает пучок); поэтому множитель dS можно перебросить в часть, относящуюся к пучку. Тогда за время T облучения мишени пучком с поперечным размером S число столкновений, зарегистрированных детектором, будет равно

$$\begin{aligned} \nu &= \sigma \cdot \rho\, l_{targ} \cdot \frac{N_A}{A_{targ}} \cdot \left\{ \mid \mathbf{u}_{ab} \mid \cdot c \int dS\, dt \cdot n_a^0 \right\} = \\ &= \sigma \cdot \rho\, l_{targ} \cdot \frac{N_A}{A_{targ}} \cdot \frac{I}{\tau} \cdot \delta \cdot N_{cycl}\ , \end{aligned} \tag{8.5}$$

где N_{cycl} – число циклов ускорителя за время T, δ – "duty factor"(скважность), τ –длительность импульса излучения, I – число частиц в импульсе излучения. Эту формулу можно переписать в ином виде, введя понятие *светимости* L

$$\nu = \sigma \cdot L\ ,\ \ L = \rho\, l_{targ} \cdot \frac{N_A}{A_{targ}} \cdot \frac{I}{\tau} \cdot \delta \cdot N_{cycl}\ . \tag{8.6}$$

В формуле (8.6) светимость записана для случая т. н. "экспериментов с неподвижной мишенью" (мишень покоится в лабораторной системе). Однако это понятие чаще используется для экспериментов на коллайдерах, когда встречаются два пучка частиц и между ними происходят столкновения. Вид формулы для светимости в этом случае иной.

Дальше все зависит от того, как детектор регистрирует сам факт столкновения и какого типа столкновения он "умеет"распознавать. Зная светимость и подсчитав число зарегистрированных столкновений нужного типа, легко найти сечение соответствующих реакций.

Одна из важных экспериментально наблюдаемых характеристик реакций рассеяния – полное сечение рассеяния, которое определяет вероятность того, что произойдет какое бы то ни было взаимодействие снаряда и мишени: упругое рассеяние, неупругое взаимодействие с возбуждением любой из взаимодействующих частиц, неупругое рассеяние (с рождением любого числа частиц, допустимого законами сохранения и возможного при данной энергии снаряда).

8.2 Обобщенная схема измерений.

Чтобы понять, как можно измерить полное сечение рассеяния, найдем сначала ответ на следующий вопрос. Пусть параллельный монохроматический пучок падает нормально на плоскопараллельную пластинку толщины x по направлению пучка. Какова вероятность $P_0(x)$ того, что частица пучка пройдет через вещество пластинки не испытав ни одного столкновения со структурными единицами (например, ядрами атомов) ее вещества?

Очевидно, что число рассеивающих ядер на пути пучка, взятое на единицу площади пластинки (число рассеивающих центров), есть

$$N_{centers}(x) = x \cdot \ \rho \cdot \frac{N_A}{\mathcal{M}} \times n_{mol} \ , \tag{8.7}$$

где ρ– плотность вещества пластинки, $\mathcal{M}$ – молекулярный вес ее вещества, N_A – число Авогадро, n_{mol} – число атомов, содержащих эти ядра, в молекуле вещества мишени. При полном сечении рассеяния σ_{tot} суммарная площадь, перекрытая рассеивающими центрами на пути пучка, есть $N_{centers}(x) \cdot \sigma_{tot}$. Интенсивность пучка I_0, то есть число частиц, падающих на мишень в единицу времени, известна. Интенсивность пучка, прошедшего через пластинку, не испытав ни одного взаимодействия, есть, очевидно, $I(x) = I_0 \cdot P_0(x)$. Найдем ее, проведя следующее рассуждение.

Увеличим толщину пластинки на бесконечно малую величину dx. То, что и после этого какая-то из частиц пучка по-прежнему не испытала ни одного столкновения, означает, что случилось событие, состоящее из двух следующих последовательных частных событий: (1) не было ни одного столкновения при прохождении слоя x, (2) не было ни одного столкновения при прохождении добавочного слоя dx. Вероятность первого частного события есть $P_0(x)$. Какова же

вероятность второго частного события? Очевидно, что раз слой бесконечно тонок, то могут быть только 2 взаимоисключающих исхода: либо ничего не случится (вероятность чего и надо найти), либо случится одно столкновение, вероятность чего есть $N_{centers}(dx) \cdot \sigma_{tot}$ в соответствии с определением сечения рассеяния. Сумма вероятностей этих событий есть 1, а значит, $P_0(dx) = 1 - N_{centers}(dx) \cdot \sigma_{tot}$. То есть,

$$P_0(x + dx) = P_0(x) \cdot P_0(dx) = P_0(x)(1 - dx \cdot \rho \cdot \frac{N_A}{\mathcal{M}} \cdot n_{mol} \cdot \sigma_{tot}) \ . \quad (8.8)$$

Но это означает, что

$$\frac{dP_0(x)}{dx} = -P_0(x) \cdot \rho \cdot \frac{N_A}{\mathcal{M}} \cdot n_{mol} \cdot \sigma_{tot} \ . \quad (8.9)$$

Общее решение этого уравнения хорошо известно; вспоминая очевидное граничное условие $P_0(0) = 1$ (т. е. при нулевой толщине пластинки с вероятностью 1 рассеяния не будет), приходим к знакомому из оптики (и других разделов классической физики) закону:

$$P_0(x) = e^{-x \cdot \rho \cdot \frac{N_A}{\mathcal{M}} \cdot n_{mol} \cdot \sigma_{tot}} = e^{-x \cdot \sigma_{tot} \cdot n_{centers}} \ , \quad (8.10)$$

где $n_{centers}$– число рассеивающих центров на единицу толщины пластинки. Соответственно,

$$I(x) = I_0 \cdot P_0(x) = I_0 \cdot \exp(-x \cdot \sigma_{tot} \cdot n_{centers}) \ . \quad (8.11)$$

Формула (8.11) лежит в основе одного из широко распространенных способов экспериментального измерения полных сечений рассеяния. В этом способе сравниваются интенсивности падающего пучка и пучка, прошедшего через пластинку-мишень **без взаимодействия**. Такой метод называется **трансмиссионным**. Реализовать его в реальном мире не так уж и просто, особенно если речь идет о точных измерениях: пучки никогда не бывают идеальными, сосчитать число упавших на мишень частиц не всегда легко, и того сложнее определить, прошла ли частица через мишень без взаимодействия или же оно имело место. Обобщенная схема измерений полных сечений рассеяния методом измерения коэффициента трансмиссии $\mathcal{R}(x)$ (8.12) показана на рис. 8.1.

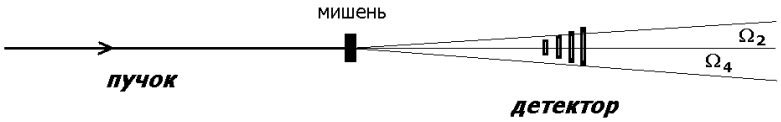


Рис. 8.1. Обобщенная схема измерений полных сечений трансмиссионным методом (вверху) и типичная схема реального эксперимента в условиях "хорошей геометрии" (внизу).

8.3 Трансмиссионный метод: детали.

В этом методе основная экспериментальная проблема – нахождение интенсивности **нерассеянного** пучка. Информация о величине полного сечения рассеяния скрыта в *коэффициенте трансмиссии* $\mathcal{R}$:

$$\mathcal{R}(x) = \frac{I(x)}{I_0} = \frac{N(x)}{M} = \exp(-x \cdot \sigma_{tot} \cdot n_{centers}) \ , \qquad (8.12)$$

где $N(x) = I(x) \cdot T_{measur}$, $M = I_0 \cdot T_{measur}$, T_{measur} – время измерения.

Главные трудности, особенно существенные при стремлении достичь малых (проценты или доли процентов от измеряемой величины) **систематических** погрешностей, связаны с тем, что:

1. пучки всегда имеют конечные линейные размеры в поперечном сечении; они также всегда имеют конечную (ненулевую) угловую расходимость;

2. применяемые детекторы определяют позиции (координаты) или углы с конечной точностью;

3. кроме вещества мишени есть "фоновое" (окружающее ее) вещество: окна ионопроводов, вещество детекторов, регистрирующих рассеянные (и падающие на мишень) частицы и т. д.;

4. любой детектор не обладает 100% эффективностью регистрации; однако, ее надо знать (измерить) и учесть.

5. Первые два из приведенных выше обстоятельств неизбежно заставляют проводить измерения всегда внутри некоторого телесного угла Ω вблизи нулевого угла рассеяния. Подробнее это будет обсуждено дальше, но важно подчеркнуть уже здесь, что в итоге возникает необходимость проведения экстраполяции к нулевому углу рассеяния. Закон экстраполяции должен быть обоснован, а сама процедура экстраполяции – уже по этой причине – также привносит в результат измерений дополнительные погрешности: как статистические, так и систематические.

Итак, рассмотрим упрощенную схему измерений, показанную на рис. 8.1. Будем считать мишень "тонкой", т. е. вероятностью ядерного рассеяния кратности выше 1 можно пренебречь по сравнению с другими источниками погрешностей. Количественно, это означает, что показатель экспоненты в формуле (8.12) мал (см. также задачи 58-54 в Части X). Будем предполагать, что пучок аксиально симметричен, его линейные размеры в поперечном сечении малы и угловая расходимость также невелика (то есть, поперечные размеры пучка в районе мишени и на выходе из экспериментальной установки почти не различаются). Наконец, примем на время, что частица считается "не рассеянной", если она зарегистрирована детектором i, перекрывающим некоторый телесный угол Ω_i.

В этих предположениях, (см. также задачу 58 Части X), число частиц, зарегистрированных детектором, перекрывающим телесный угол Ω после мишени, в отсутствии многократного кулоновского рассеяния можно записать как

$$\begin{aligned} N(x,\Omega) &= N(x,0) + N(x,0)\cdot x\cdot n_{centers}\cdot\int_0^{\Omega}\frac{d\,\sigma}{d\Omega'}\,d\,\Omega' = \\ &= M\cdot e^{-\sigma_{tot}\cdot x\cdot n_{centers}}\Big[1+ \\ &+ x\cdot n_{centers}\int_0^{\Omega}\frac{d\,\sigma}{d\Omega'}\,d\,\Omega'\Big] \end{aligned} \tag{8.13}$$

Если же телесный угол Ω в формуле (8.13) выбран столь малым, что даже многократное кулоновское (мольеровское) рассеяние может вывести из него проходящую через мишень частицу, то эта

формула примет иной вид:

$$N(x,\Omega) = M \cdot e^{-\sigma_{tot}\cdot x\cdot n_{centers}} \Big[\int_0^{\theta} f(\theta')\sin\theta' d\theta' + \\ + x\cdot n_{centers} \int_0^{\theta}\int_0^{4\pi} f(\theta'')\cdot \frac{d\,\sigma}{d\Omega'}(\theta'-\theta'')\, d\,\Omega'\, d\,\Omega'' \Big] \,. \quad (8.14)$$

Здесь под $f(\theta)$ понимается плотность вероятности того, что частица, не испытавшая никакого ядерного рассеяния, окажется зарегистрированной при угле θ в интервале телесных углов $(\Omega, \Omega+d\Omega)$; далее будем называть ее "аппаратурной функцией". Она может включать в себя эффекты мольеровского рассеяния[2], аппаратурное угловое разрешение, эффекты конечных линейных и угловых параметров пучка. Под обозначениями θ'' и θ' понимается, что последовательное действие мольеровского рассеяния на угол θ'' и ядерного рассеяния на угол $\theta'-\theta''$ оставит частицу в телесном угле с раствором θ. Конечно, здесь всюду пока подразумевается, что поперечный размер пучка бесконечно мал и его расходимость также бесконечно мала. Можно модифицировать эту формулу так, чтобы включить и учет размеров реального пучка, но для понимания основных моментов реализации трансмиссионного метода эти детали несущественны (однако, при выполнении конкретного эксперимента о них нельзя забывать).

Формула (8.14) достаточно реалистична несмотря на то, что в ней не учтено присутствие фонового вещества. Она позволяет провести обсуждение вопросов о выборе величины захватываемых счетчиками угловых интервалов и проблемы экстраполяции.

Первое важное для практики следствие формулы (8.14): метод оправдан, если дифференциальное сечение зависит от угла много медленнее, чем аппаратурная функция $f(\theta)$, то есть, существует область углов $\theta > \theta_0$, где $d\sigma/d\Omega$ еще достаточно велико и меняется с изменением угла захвата (Ω на рис. 8.1), но первый интеграл в формуле (8.14) уже равен 1. В противном случае, чтобы измерить полное сечение рассеяния, необходимо знать также и поведение дифференциального сечения.

[2] То есть, многократного кулоновского рассеяния, теория которого была дана Мольер, см. университетские курсы о прохождении заряженных частиц через вещество, а также обзоры [62].

8.4 Характерные области углов рассеяния.

Проведенное обсуждение уже позволяет выделить *первую характерную область углов рассеяния*, совершенно непригодную для нахождения полного сечения ядерного рассеяния: это область очень малых углов, где отклонение частицы после прохождения слоя вещества от ее первоначального направления *обусловлено рассеянием на электронах многих атомов этого вещества: т. н. многократным кулоновским рассеянием.* Характерный пространственный угол многократного рассеяния, как известно, есть

$$\theta_{moliere} = \sqrt{2}\,\frac{13.6\,\mathrm{MeV}}{\beta cp}\cdot z\cdot\sqrt{\frac{x}{X_0}}\cdot\left[1+0.038\cdot\ln\left(\frac{x}{X_0}\right)\right]\ , \qquad (8.15)$$

где p, $c\beta$ и z есть импульс (в МэВ/с), скорость и заряд частицы соответственно, x и X_0 – толщина слоя вещества и его радиационная длина. *При углах рассеяния* $\theta \geq (3 \div 4)\,\theta_{moliere}$ *уже преобладает кратное и однократное кулоновское рассеяние частицы на ядрах атомов вещества.* Дифференциальное сечение кулоновского рассеяния спадает с дальнейшим ростом угла много быстрее, чем дифференциальное сечение ядерного рассеяния (по крайней мере в рассеянии заряженных частиц протонами и легкими ядрами), а именно – пропорционально $\mid t \mid^{-2}$, и при типичных (например, в рассеянии пионов протонами) значениях $t \sim 10^{-3}$ ГэВ$^2c^{-2}$ становится сравнимым с последним. Эта область называется *областью кулон-ядерной интерференции.* При дальнейшем увеличении угла рассеяние происходит практически целиком за счет сильного взаимодействия. **Поэтому минимальная величина телесного угла Ω (в схеме рис. 8.1 он определяется размером самого малого детектора) должна выбираться так, чтобы области кулон-ядерной интерференции и многократного кулоновского рассеяния были внутри этого телесного угла**.

Однако, на величину телесного угла Ω существует и ограничение сверху. Это связано с тем, что при достаточно большой передаче $\mid t \mid$ в рассеянии начинают "чувствоваться" детали внутренней структуры рассеивающего объекта (ядра или частицы), поскольку пространственное разрешение в поперечном направлении обратно пропорционально переданному поперечному импульсу. Из-за этого меняются механизмы рассеяния, характер угловой зависимости диф-

ференциального сечения рассеяния, и, соответственно, усложняется зависимость "парциальных интегральных сечений" (второй член в квадратных скобках в выражении (8.13)). Это особенно хорошо видно на примере упругого рассеяния частиц и легких ядер на ядрах (рис. 8.4). Поэтому для корректной экстраполяции к "нулевому" углу рассеяния надо иметь больше измерений парциальных интегральных сечений (т. е. перейти, фактически, уже к измерениям дифференциальных сечений рассеяния), а это уже другая задача, для которой трансмиссионная схема рис. 8.1 непригодна.

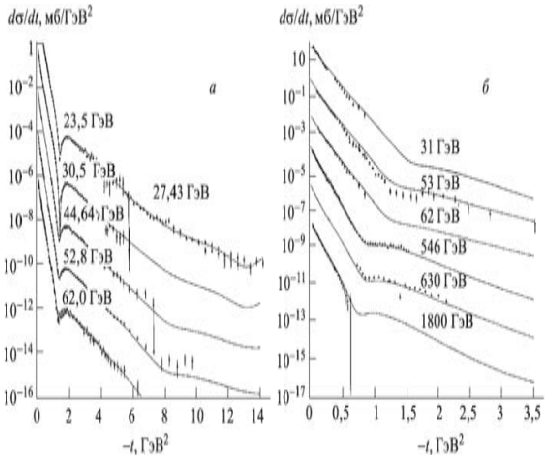


Рис. 8.2. Дифракционное упругое рассеяние протонов (слева) и антипротонов (справа), [79].

Итак, планируя трансмиссионные измерения полных сечений следует выбирать интервал углов **вне** области кулон-ядерной интерференции с одной стороны, но оставаться **в пределах т. н. "дифракционного конуса"** с другой (рис. 8.2-8.4).

Область дифракционного конуса отвечает углам рассеяния (или передачам $\mid t \mid$) от самых малых (начиная с тех, где кулоновские эффекты уже несущественны) до области первого дифракционного минимума в дифференциальных сечениях.

Теперь, понимая, что такое поперечное сечение рассеяния и как оно измеряется, можно перейти к рассмотрению его связи с матричным элементом той или иной реакции.

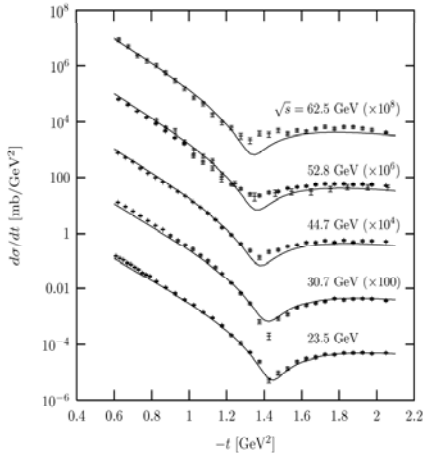


Рис. 8.3. Дифракционное упругое рассеяние протонов еще раз (из работы [80]).

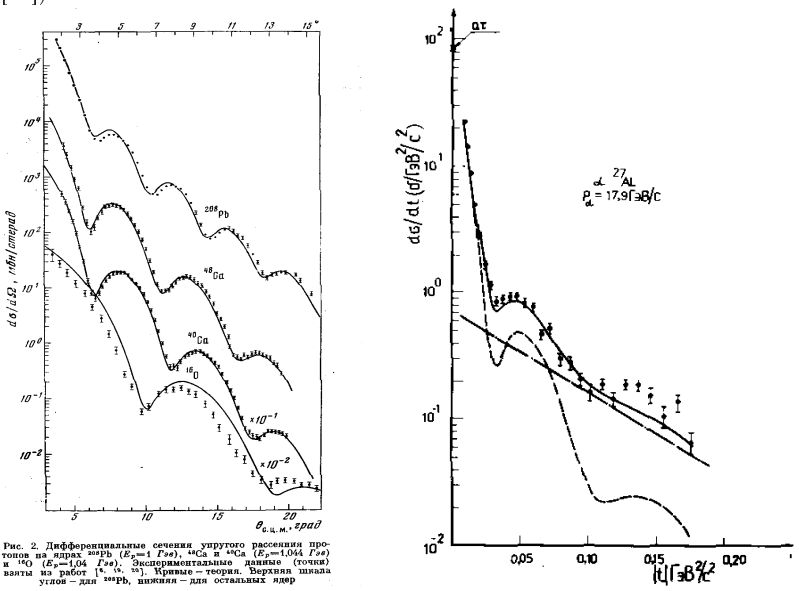


Рис. 2. Дифференциальные сечения упругого рассеяния протонов на ядрах ^{208}Pb (E_p=1 *Гэв*), ^{48}Ca и ^{40}Ca (E_p=1,044 *Гэв*) и ^{16}O (E_p=1,04 *Гэв*). Экспериментальные данные (точки) взяты из работ [$^{8, 9, 10}$]. Кривые – теория. Верхняя шкала углов – для ^{208}Pb, нижняя – для остальных ядер

Рис. 8.4. Слева: дифференциальные сечения упругого дифракционного рассеяния протонов с $T_{kin} \sim 1$ ГэВ на ядрах от кислорода до свинца, данные ПИЯФ [81]. Справа: дифференциальные сечения упругого дифракционного рассеяния релятивистских ядер гелия-4 на ядрах алюминия; данные ОИЯИ [82].

Глава 9

Сечения и фазовый объем

В предыдущей главе обсуждалось понятие поперечного сечения реакции и одна из популярных схем его измерения в экспериментах по рассеянию. Было упомянуто, что сечение некоторой реакции связано непосредственно с квадратом модуля амплитуды ее вероятности и размером области в т. н. "фазовом пространстве", в которой могут оказаться конечные продукты реакции. Обсудим здесь эту связь.

9.1 Сечения и матрица рассеяния.

При вычислениях вероятностей переходов в единицу времени используется понятие матрицы рассеяния, или S-матрицы, связывающей начальные ($|i>$) и конечные ($|f>$) состояния частиц в рассматриваемом процессе. Она определяется так, что квадрат модуля ее матричного элемента определяет вероятность обнаружения определенного конечного состояния после того, как произошло взаимодействие. Ясно, что матричные элементы S -матрицы могут быть ненулевыми только тогда, когда полный 4-импульс конечного состояния $\mathcal{P}_f$ равен полному 4-импульсу начального состояния $\mathcal{P}_i$, т. е. выполняется закон сохранения энергии-импульса. Это необходимое (но, очевидно, не достаточное) условие.

Понятие S-матрицы рассматривалось еще в курсе квантовой механики, поэтому ограничимся здесь кратким напоминанием основ-

ных моментов в получении связи между сечением (полным или дифференциальным) реакции $< f| \leftarrow |i >$ и матричным элементом $< f|S|i >$. Выделим δ-функцию сохранения 4-импульса в определении матричного элемента и перепишем его через "матрицу перехода" T:

$$< f|S|i >= \delta_{f\,,\,i} + i\,(2\pi)^4\,\delta\,(\mathcal{P}_i - \mathcal{P}_f)\cdot N\cdot < f|T|i > \ , \qquad (9.1)$$

где N – нормировочный множитель, который является, фактически, произведением из нормировочных множителей волновых функций каждой из частиц, участвующих в реакции (т.е частиц и начального, и конечного состояний). Далее будем считать, что начальные частицы не имеют спина (это упростит запись формул), а начальные и конечные состояния не тождественны.

Вероятность перехода в единицу времени из состояния $|i >$ в состояние $|f >$ связана с квадратом модуля матричного элемента:

$$\frac{\delta W}{\delta t} = (2\pi)^4\,\delta\,(\mathcal{P}_i - \mathcal{P}_f)\cdot |N|^2\cdot V\cdot | < f|T|i > |^2 \ , \qquad (9.2)$$

где V - нормировочный объем, а при получении выражения (9.2) было использовано соотношение

$$[\delta\,(\mathcal{P})]^2 \to \delta\,(\mathcal{P})\cdot\frac{1}{(2\pi)^4}\int dx\,e^{i\mathcal{P}x} = \frac{V\,t}{(2\pi)^4}\,\delta\,(\mathcal{P}) \ , \qquad (9.3)$$

где одна дельта-функция была заменена интегралом по нормировочному объему и полному времени взаимодействия.

Вспоминая, как в предыдущей лекции определялось число столкновений нужного типа, видим, что для получения сечения рассматриваемой реакции надо разделить $\delta W/\delta t$ на поток падающих частиц и просуммировать по всем конечным состояниям рассматриваемого перехода, что даст

$$\sigma = \frac{V}{\text{flux}}\cdot(2\pi)^4\sum_{\text{final states}}|N|^2\times$$
$$\times\,\delta\left(\mathcal{P}^2_{n\,,\,f} - m^2_n\right)\theta\,(E_{n\,,\,f})\cdot\delta\,(\mathcal{P}_i - \mathcal{P}_f)\cdot | < f|T|i > |^2 \ , \qquad (9.4)$$

где $\mathcal{P}_{n\,,\,f}$ – 4-импульс n-й частицы конечного состояния $|f >$ (то есть, $\mathcal{P}_f = \sum_n \mathcal{P}_{n\,,\,f}$), и учтено также то обстоятельство, что все регистрируемые частицы находятся на массовой поверхности, т. е. $\mathcal{P}_{n\,,\,f} = m^2_n$, причем полная энергия n-й частицы положительна (поэтому в (9.4) появилась тета-функция).

Поток падающих частиц (например, взятый в системе покоя частицы-мишени), при нормировке волновых функций "на одну частицу в нормировочном объеме", равен просто отношению относительной скорости начальных частиц на величину нормировочного объема: $\mathrm{flux} = v_0/V$; поэтому (9.4) принимает вид

$$\sigma = \frac{V^2}{v_0} \cdot (2\pi)^4 \sum_{\text{final states}} |N|^2 \times$$
$$\times\, \delta\left(\mathcal{P}^2_{n\,,\,f} - m_n^2\right) \theta\left(E_{n\,,\,f}\right) \cdot \delta\left(\mathcal{P}_i - \mathcal{P}_f\right) \cdot | < f|T|i > |^2 \ , \quad (9.5)$$

где относительная скорость v_0 уже обсуждалась раньше и поэтому ее легко выписать:

$$\begin{aligned} |\mathbf{u}_{ab}| &= \gamma_a v_0 = \frac{E_a}{m_a}\frac{|\mathbf{p}_a|}{E_a} = \frac{|\mathbf{p}_a|}{m_a}\frac{m_b}{m_b} = \\ &= \frac{\sqrt{E_a^2 m_b^2 - m_a^2 m_b^2}}{m_a m_b} = \\ &= \frac{\sqrt{\left(\mathcal{P}_a \mathcal{P}_b\right)^2 - m_a^2 m_b^2}}{m_a m_b} \ , \end{aligned}$$

то есть, произведение (см. определение величины $InvFlux$ в (8.3))

$$E_a E_b v_0 = m_a m_b |\mathbf{u}_{ab}| = InvFlux \quad (9.6)$$

есть инвариант. Отсюда видно, что если выбрать нормировочный множитель для начальных частиц a (и b) в виде

$$N_a = \frac{1}{\sqrt{V \cdot E_a}} \ , \quad (9.7)$$

то (9.5) примет вид

$$\sigma = \frac{1}{E_a E_b\, v_0} \cdot (2\pi)^4 \sum_{\text{final states}} |N_1|^2 \cdot \delta\left(\mathcal{P}^2_{n\,,\,f} - m_n^2\right) \theta\left(E_{n\,,\,f}\right) \cdot$$
$$\delta\left(\mathcal{P}_i - \mathcal{P}_f\right) \cdot | < f|T|i > |^2 \ , \quad (9.8)$$

где N_1 – содержит нормировочные множители только для частиц конечного состояния. Обсудим это выражение.

- Под суммой по конечным состояниям подразумевается:

– сумма по всем спиновым состояниям;

– интегрирование по 4-импульсам частиц конечного состояния.

- При интегрировании по всем 4-импульсам имеется в виду инвариантный элемент объема $d^4\mathcal{P}_{n\,,\,f}$; однако на самом деле, в силу того, что соответствующая частица находится на массовой поверхности (то есть, $\mathcal{P}^2_{n\,,\,f} = m^2_n$) и ее энергия положительна, интегрирование на деле идет по гиперповерхности, выделяемой дельта-функцией. Поэтому вместо четырех переменных в импульсном пространстве только три являются независимыми. В этом легко убедиться, выполнив интегрирование по энергии (см. (9.15)).

- Теперь становится понятным, почему в знаменателе нормировочного множителя в (9.7) появляется энергия.

С учетом сказанного, выражение (9.8) можно переписать как

$$\begin{aligned}\sigma &= \frac{1}{E_a E_b\, v_0}\cdot(2\pi)^4 \sum_{\text{spin}} \int ... \int \frac{d\mathbf{q_1}}{2E_1} ... \frac{d\mathbf{q_n}}{2E_n} |N_1|^2 \cdot \cdot \\ &\quad \delta\left(\mathcal{P}_a + \mathcal{P}_b - \sum_{j=1\,,\,n} \mathcal{P}_j\right) \cdot | < f|T|i > |^2 \ , \end{aligned} \tag{9.9}$$

Из курса квантовой механики известно, что элемент объема d^3p в импульсном пространстве включает $\left(V/\left(2\pi\right)^3\right) d^3p$ состояний, и по ним тоже подразумевается суммирование. Поэтому

$$\begin{aligned}\sigma &= \frac{1}{E_a E_b\, v_0}\cdot(2\pi)^4 \cdot \left(\frac{V}{(2\pi)^3}\right)^n \sum_{\text{spin}} \int ... \int \frac{d\mathbf{q_1}}{2E_1} ... \frac{d\mathbf{q_n}}{2E_n} |N_1|^2 \cdot \cdot \\ &\quad \delta\left(\mathcal{P}_a + \mathcal{P}_b - \sum_{j=1\,,\,n} \mathcal{P}_j\right) \cdot | < f|T|i > |^2 \ , \end{aligned} \tag{9.10}$$

Фактически, нормировка одночастичных состояний уже выбрана (с точностью до множителей типа $(2\pi)^3$) так, что нормировочный объем в (9.10) сокращается с соответствующим знаменателем, спрятанным в $|N_1|^2$. В итоге приходим к форме, где нормировочного

объема, как и нормировочного множителя, уже нет:

$$\sigma = \frac{1}{E_a E_b\, v_0} \cdot (2\pi)^4 \cdot \frac{1}{(2\pi)^{3n}} \sum_{\text{spin}} \int ... \int \frac{d\mathbf{q_1}}{2E_1} ... \frac{d\mathbf{q_n}}{2E_n} \cdot \cdot$$
$$\delta \left(\mathcal{P}_a + \mathcal{P}_b - \sum_{j=1\,,\,n} \mathcal{P}_j \right) \cdot | < f|T|i > |^2 \ . \qquad (9.11)$$

Возможны и другие соглашения о нормировках одночастичных состояний: от этого зависит лишь форма выражения, связывающего матричный элемент реакции с сечением, но не само численное значение сечения. Остается обсудить смысл формулы (9.11).

9.2 Понятие о фазовом объеме.

Говоря о состоянии системы n частиц, мы задаем их 4-импульсы. Пространством состояний рассматриваемой системы оказывается, т. о., импульсное пространство. Элемент объема 4-импульсного пространства для системы n частиц (его также называют *фазовым пространством* для этой системы) есть:

$$dR_n = d^4\mathcal{P}_1 d^4\mathcal{P}_2 .... d^4\mathcal{P}_n \qquad (9.12)$$

Весь доступный рассматриваемым частицам объем этого фазового пространства можно назвать *интегралом состояний*. Он не бесконечен, поскольку (1) полная энергия системы n частиц фиксирована; (2) 4-импульс каждой из частиц имеет фиксированную "длину", так как $\mathcal{P}^2 = E_i^2 - \mathbf{p}_i^2 = m_i^2$, (говорят, что все эти частицы находятся на "массовой поверхности"). Чтобы учесть эти обстоятельства, элемент фазового объема надо записать в виде

$$dR_n = \prod_1^n d^4\mathcal{P}_i \delta \left(\mathcal{P}_i^2 - m_i^2 \right) \delta^4 \left(\sum_1^n \mathcal{P}_i - \mathcal{P}_n \right) \ , \qquad (9.13)$$

где $\mathcal{P}_n$ – полный 4-импульс нашей системы n частиц.

Вероятность пребывания нашей системы в той или иной ячейке фазового пространства определяется квадратом модуля амплитуды перехода из начального состояния в интересующее нас конечное ($\mathcal{M}^2$): умножив его на элемент фазового объема dR_n, получаем

вероятность dW того, что система будет в соответствующем состоянии:

$$dW = \mathcal{M}^2 \cdot \prod_1^n d^4\mathcal{P}_i \delta\left(\mathcal{P}_i^2 - m_i^2\right) \delta^4\left(\sum_1^n \mathcal{P}_i - \mathcal{P}_n\right) , \qquad (9.14)$$

и после интегрирования по массовой и энергетической поверхностям (их пересечению) и учета нормировочных факторов, можно получить полную вероятность распада на данные частицы или полное сечение соответствующего процесса, как это было сделано в предыдущем разделе (см. (9.11)).

Если же зафиксировать энергию E_1 (или модуль импульса) одной из частиц, например, частицы 1, и проинтегрировать по всем остальным переменным, то dR_n можно представить в виде $F(E_1)dE_1$, где $F(E_1)$ есть "площадь" сечения "физической" части фазового пространства плоскостью $E_1 = const$; это будет плотность вероятности частице 1 иметь энергию E_1. Проще говоря, это не что иное, как энергетический спектр частицы 1.

Рассмотрим (гипотетический, но в ряде частных случаев вполне реальный) случай, когда **квадрат матричного элемента реакции не зависит от импульсов частиц**, иными словами, когда вероятность того, что система окажется в какой-то ячейке фазового пространства, не зависит от положения этой ячейки в фазовом пространстве. **Тогда вероятность иметь те или иные численные характеристики системы пропорциональна объему той области фазового пространства, где эти характеристики могут наблюдаться в принципе.** Например, полная вероятность реакции или распада будет пропорциональна полному фазовому объему, доступному для данной реакции/распада при данных начальных условиях. То есть, в этом случае подсчет вероятностей сводится к вычислению фазового объема, то есть – кинематике [2]!

Итак, пусть $\mathcal{M}^2 \equiv 1$ (или некоторой константе, которую можно положить равной 1, что равносильно изменению единиц измерения). Тогда формула (9.13) определяет элемент фазового объема. Это - 4-мерный скаляр, зависящий только от 4-импульсов, и потому и он, и интеграл от него, не зависят от системы отсчета. Более того, после интегрирования по всем $\mathcal{P}_i$ он может зависеть только от полного 4-импульса системы и тех инвариантов (скаляров), которые останутся после такого интегрирования. Это означает, что полный фазовый объем должен зависеть только от масс частиц и полной массы системы (или переменной s).

Заметив, что из четырех компонентов каждого $\mathcal{P}_i$ только 3 являются независимыми (т. к. частицы находятся на массовой поверхности), можно убрать δ-функции из (9.13), проинтегрировав по четвертой компоненте:

$$\int d^4\mathcal{P}_i\,\delta\left(\mathcal{P}_i^2 - m_i^2\right) = \int d^3\mathbf{p}_i dE_i\,\delta\left(E_i^2 - \mathbf{p}_i^2 - m_i^2\right) = \int \frac{d^3p_i}{2E_i}\ , \quad (9.15)$$

где для перехода к последнему равенству в этой формуле надо использовать известное свойство δ-функции.

В результате, элемент фазового объема из формы (9.13) принимает форму (уже в пространстве 3-импульсов)

$$dR_n = \prod_{i=1}^{n} \frac{d^3p_i}{2E_i}\,\delta^{(3)}\left(\mathbf{p} - \sum_{i=1}^{n}\mathbf{p}_i\right)\delta\left(E - \sum_{i=1}^{n}E_i\right)\ . \quad (9.16)$$

Важно отметить (см. также книгу Бюклинга и Каянти [3]):

1. в формуле (9.16) импульс каждой частицы можно брать в своей особой системе отсчета, **проследив за тем, чтобы все импульсы и энергии в аргументах δ-функций были пересчитаны к одной и той же (но безразлично, к какой именно!) системе отсчета**;

2. элемент фазового объема, выписанный в (9.16), остается инвариантным.

Итак, фазовый объем системы n частиц есть[1]

$$R_n(s) = \int \prod_{i=1}^{n} \frac{d^3p_i}{2E_i}\,\delta^{(4)}\left(\mathcal{P} - \sum_{i=1}^{n}\mathcal{P}_i\right)\ . \quad (9.17)$$

Вычислим его для системы из двух частиц (см. [2]), перейдя, для удобства, в систему их центра масс:

$$R_2 = \int \frac{d^3p_1}{2E_1}\,\frac{d^3p_2}{2E_2}\delta^{(3)}\left(\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2\right)\delta\left(E_1 + E_2 - \sqrt{s}\right)\ . \quad (9.18)$$

Проинтегрировав по $\mathbf{p}_2$ с учетом δ-функции, получим:

$$R_2 = \int \frac{d^3p_1}{2E_1}\,\frac{1}{2\sqrt{\mathbf{p}_1^2 + m_2^2}}\delta\left(E_1 + \sqrt{\mathbf{p}_1^2 + m_2^2} - \sqrt{s}\right)\ . \quad (9.19)$$

[1] Здесь, для простоты, сделано переобозначение интеграла по фазовому объему: опущены множители со степенями 2π.

Воспользуемся сферической системой координат: $d^3p_1 = p_1^2 dp_1 d\phi d\cos\theta$, где (напомним, что вычисление делается в системе центра масс пары частиц 1 и 2!) все направления вектора $\mathbf{p}_1$ равновероятны, т. е. угол ϕ меняется равновероятно от 0 до 2π, $\cos\theta$ меняется равновероятно от -1 до $+1$ и интегрирование по ним дает просто фактор 4π.

Интегрирование по p_1 тоже легко выполнить благодаря δ-функции: в самом деле,

$$\begin{aligned} p_1^2 dp_1 &= p_1 E_1 dE_1 \ , \\ E_2 &= \sqrt{E_1^2 - m_1^2 + m_2^2} \ , \\ x &= E_1 + \sqrt{E_1^2 - m_1^2 + m_2^2} - \sqrt{s} \ ; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} dx &= dE_1 + \frac{E_1 dE_1}{\sqrt{E_1^2 - m_1^2 + m_2^2}} = dE_1 \left(1 + \frac{E_1}{\sqrt{E_1^2 - m_1^2 + m_2^2}} \right) = \\ &= dE_1 \frac{\sqrt{s}}{\sqrt{E_1^2 - m_1^2 + m_2^2}} \ , \qquad (9.20) \\ dE_1 &= \frac{\sqrt{E_1^2 - m_1^2 + m_2^2}}{\sqrt{s}} \cdot dx \ , \end{aligned}$$

то есть,

$$\begin{aligned} & p_1^2 dp_1 \frac{1}{2E_1} \frac{1}{2\sqrt{\mathbf{p}_1^2 + m_2^2}} \delta \left(E_1 + \sqrt{\mathbf{p}_1^2 + m_2^2} - \sqrt{s} \right) = \\ = \ & p_1 E_1 \frac{1}{2E_1} \frac{1}{2\sqrt{E_1^2 - m_1^2 + m_2^2}} \frac{\sqrt{E_1^2 - m_1^2 + m_2^2}}{\sqrt{s}} \cdot dx \delta(x) = \\ = \ & p_1 \frac{1}{4\sqrt{s}} \cdot dx \delta(x) \ , \qquad (9.21) \end{aligned}$$

где p_1 – импульс частицы 1 в системе центра масс; как известно, это

$$\begin{aligned} p_1 &\equiv p_{c.m.} = \frac{\sqrt{s - (m_1 + m_2)^2} \sqrt{s - (m_1 - m_2)^2}}{2\sqrt{s}} \ , \\ E_1 &= \frac{s + m_1^2 - m_2^2}{2\sqrt{s}} \ . \qquad (9.22) \end{aligned}$$

Теперь интеграл по dx берется просто; с учетом фактора 4π от интегрирования по углам, получаем, что для системы из двух частиц

$$R_2(s) = \frac{\pi p_1^*}{\sqrt{s}} = \frac{\pi \lambda^{1/2}\left(s, m_1^2, m_2^2\right)}{2s} \ , \tag{9.23}$$

где восстановлено традиционное обозначение для импульса в системе центра масс p_1^*; использована также традиционная кинематическая функция $\lambda(a,b,c) = a^2 + b^2 + c^2 - 2ab - 2ac - 2bc$.

Вблизи порога реакции, где $\sqrt{s}$ мало отличается от суммы масс частиц конечного состояния, фазовый объем растет от нуля (который имеет место, когда $\sqrt{s}$ равен пороговому значению) как

$$R_2(s) \sim \sqrt{\sqrt{s} - (m_1 + m_2)} = \sqrt{\varepsilon} \ , \tag{9.24}$$

(определение переменной ε см. далее), а в ультрарелятивистском пределе (когда всеми массами можно пренебречь)

$$R_2^{ur}(s) = \frac{\pi}{2} \ . \tag{9.25}$$

Для системы из трех частиц:

$$R_3(s) = \frac{\pi^2}{4s} \int_{(m_2+m_3)^2}^{\left(\sqrt{s}-m_1\right)^2} \frac{ds_2}{s_2} \, \lambda^{1/2}\left(s_2, s, m_1^2\right) \, \lambda^{1/2}\left(s_2, m_2^2, m_3^2\right) \ ; \tag{9.26}$$

и в ультрарелятивистском пределе ($m_i \to 0$)

$$R_3^{ur}(s) = \frac{\pi^2}{8} \, s \ . \tag{9.27}$$

Заметим, что в этом пределе

$$\frac{R_3^{ur}(s)}{R_2^{ur}(s)} = \frac{\pi}{4} \, s \ . \tag{9.28}$$

Оказывается, что в общем случае n частиц в ультрарелятивистском пределе

$$R_n^{ur}(s) = \frac{(\pi/2)^{n-1}}{(n-1)!\,(n-2)!} \cdot \, s^{n-2} \ . \tag{9.29}$$

На практике часто бывает очень полезным знать нерелятивистский предел выражений для фазового объема систем из нескольких

частиц. Дело в том, что этот предел возникает при рассмотрении реакции рождения системы из n частиц *вблизи ее порога* s_{thresh}, когда $s \equiv M_n^2 \simeq s_{thresh}$. При этом полезно использовать обозначение $\varepsilon \equiv \sqrt{s} - \sqrt{s_{thresh}}$: **величину ε часто называют просто "превышением над порогом"**.

В общем случае n частиц нерелятивистский предел можно получить только приближенно (подробнее см. в книге Г.И.Копылова); соответствующее выражение имеет вид

$$R_n^{nr}(\varepsilon) \approx \frac{\left(2\pi^3\right)^{(n-1)/2}}{2\Gamma\left\{\frac{3}{2}(n-1)\right\}} \cdot \frac{\left(\prod m_i\right)^{1/2}}{\left(\sum m_i\right)^{3/2}} \cdot \varepsilon^{(3n-5)/2} \ . \tag{9.30}$$

Для системы из трех частиц нерелятивистский предел выглядит так:

$$\begin{aligned} R_3^{nr}(\varepsilon) &= \frac{\pi^3}{2} \frac{\left(m_1 m_2 m_3\right)^{1/2}}{\left(m_1+m_2+m_3\right)^{3/2}} \cdot \left(\sqrt{s} - \sum_{i=1}^{3} m_i\right)^2 = \\ &= \frac{\pi^3}{2} \frac{\left(m_1 m_2 m_3\right)^{1/2}}{\left(m_1+m_2+m_3\right)^{3/2}} \cdot \varepsilon^2 \ . \end{aligned} \tag{9.31}$$

В частности, для реакций типа $p + p \to p + p + V$, где V - мезон,

$$R_3^{nr}(\varepsilon) = \frac{\pi^3}{2} \frac{m_p}{(2m_p + m_V)} \cdot \left(\frac{m_V}{2m_p + m_V}\right)^{1/2} \cdot \varepsilon^2 \ . \tag{9.32}$$

Другими словами, при рождении в такой реакции разных мезонов V_1 и V_2 вблизи их порогов, отношение фазовых объемов (при одинаковом превышении над соответствующими порогами!) есть

$$\frac{R_3^{nr}(\varepsilon; V_1)}{R_3^{nr}(\varepsilon; V_2)} = \left(\frac{m_{V1}}{m_{V2}}\right)^{1/2} \cdot \left(\frac{2m_p + m_{V2}}{2m_p + m_{V1}}\right)^{3/2} \ . \tag{9.33}$$

Рекуррентное соотношение для фазовых объемов.

Из формулы (9.17) и рис. 10.12 можно заключить, что фазовый объем для n -частичной системы можно выразить через фазовый объем системы с меньшим числом частиц. Действительно, такие соотношения существуют (см. книги [2, 3]). Они достаточно сложны, что можно заметить уже из вычислений для трехчастичного фазового объема.

Примеры из эксперимента.

Рассмотрим реакцию рождения η-мезона в протон-протонных взаимодействиях вблизи порога, задавшись вопросом о том, как повлияет взаимодействие частиц в конечном состоянии (двух протонов и эта-мезона) на энергетическую зависимость полного сечения этой реакции (опять-таки – вблизи порога).

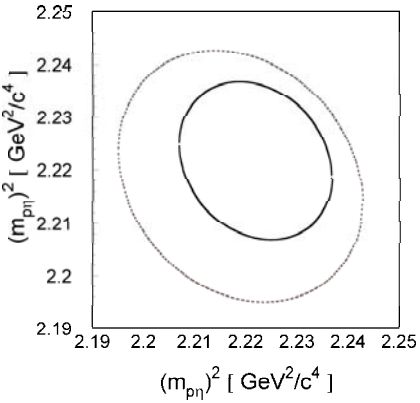


Рис. 9.1. Сплошная кривая: граница кинематически разрешенной области для системы $pp\eta$ при $\sqrt{s} = 2433.8$ МэВ (на абсциссе и ординате отложены квадраты эффективных масс пар нуклон-мезон в конечном $pp\eta$ состоянии). Полный фазовый объем есть площадь фигуры, ограниченной этой замкнутой кривой, т. е. интеграл $V_{ps} = \frac{\pi^2}{4s} \int\int dm^2_{p_1\eta} dm^2_{p_2\eta}$. Пунктирная кривая - вид такой же границы в случае, если бы протон и η-мезон были бы на 2 МэВ "легче", чем каждый из них в пустоте, см. [65].

На этот вопрос кинематика может дать ответ, по крайней мере – качественный.

Действительно, представим себе, что частицы, образовавшись в результате взаимодействия, появились вместе с потенциалами, обеспечивающими их взаимодействие между собой. Покидая область взаимодействия, они (частицы) обладают и некоторой потенциальной энергией, которая либо увеличивает, либо уменьшает их кинетическую энергию, в зависимости от того, каков характер потенциала: притягивательный или отталкивательный.

В случае потенциала притяжения, они могут образоваться в тех ячейках фазового пространства, которые недоступны для не взаимодействующих частиц, и затем "втянуты" взаимодействием в конеч-

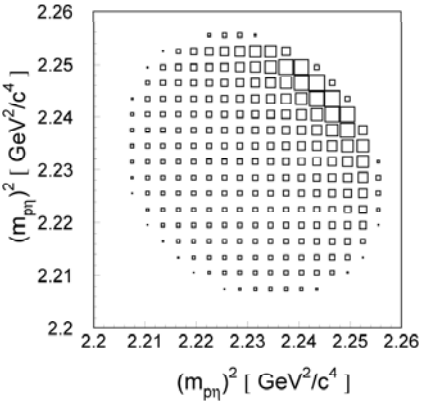


Рис. 9.2. Вычисленное распределение событий в фазовом пространстве для системы $pp\eta$ при превышении над порогом $\varepsilon = 16$ МэВ, искаженное S-волновым протон-протонным взаимодействием в конечном состоянии. Площади квадратов пропорциональны числу событий в соответствующей области. Наибольший квадрат соответствует 260 событиям. См. [65].

ном состоянии в ту область, которая энергетически разрешена. Это эквивалентно "увеличению" доступного фазового объема и ведет к росту сечения реакции (если бы матричный элемент действительно не зависел бы от кинематических переменных).

В случае потенциала отталкивания, частицы должны образоваться в меньшей области фазового пространства, так как покидая область взаимодействия, они приобретут дополнительную кинетическую энергию. Таким образом, сечение реакции должно уменьшиться (из-за эффективно меньшего фазового объема) по сравнению с сечением для частиц, не испытывающих взаимодействия в конечном состоянии.

Эти качественные рассуждения иллюстрируются рис. 9.1; на рис. 9.2 показано, как перераспределяется "заселенность" фазового объема из-за взаимодействия в конечном состоянии[2].

[2] Мы вернемся к вопросу о заселенности событиями разных областей фазового пространства позже, при обсуждении диаграмм Далица.

Часть VI

Лекции 11 и 12

Глава 10

Диаграммы Далица и Чу-Лоу

В неупругих реакциях рассеяния и в реакциях распада с числом частиц в конечном состоянии больше двух, далеко не всю информацию об их механизмах можно извлечь только из одночастичных спектров (т. е. распределений событий в зависимости от кинематических переменных). Большая часть важной информации содержится в коррелированных распределениях, то есть распределениях по кинематическим переменным двух или более частиц. Наиболее наглядный и простой пример дают реакции с тремя частицами в конечном состоянии, рассматриваемые здесь.

10.1 Трехчастичные конечные состояния.

10.1.1 Распад $1 \to 3$.

Распад $P \to 1 + 2 + 3$, где все частицы – бесспиновые, определяется всего лишь двумя независимыми кинематическим переменными. Действительно, 3 вектора конечного состояния (9 переменных), связаны четырьмя уравнениями сохранения энергии-импульса. Т. к. все

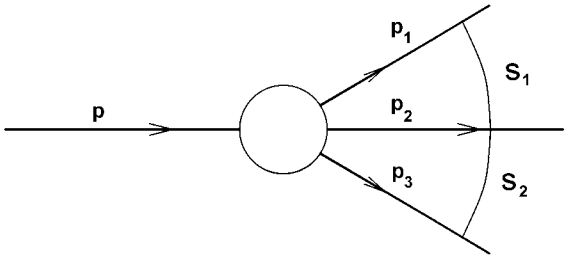


Рис. 10.1. Кинематическая диаграмма для распада одной частицы с 4-импульсом $\mathcal{P}$ на три (с 4-импульсами $\mathcal{P}_1$, $\mathcal{P}_2$, $\mathcal{P}_3$ соответственно). Иллюстрируется определение переменных s_1 и s_2 (квадраты эффективных масс систем $(1+2)$ и $(2+3)$, или, эквивалентно, квадратов полных энергий соответствующих пар частиц в их системах центра масс этих пар).

частицы – бесспиновые, то начальное состояние изотропно в системе покоя начальной частицы P и конечное состояние не может зависеть от тех углов (3 независимых переменных), которые описывают ориентацию частицы как целого. Поэтому остаются только $9-4-3=2$ переменные, которые можно считать независимыми. Их можно выбирать из соображений удобства, предпочитая либо инвариантные, либо неинвариантные переменные.

Инвариантные переменные. Любая пара инвариантов из приведенного в (10.1) списка может быть выбрана для кинематического описания распада $P \to 1+2+3$ (см. рис. 10.1; s в случае распада реальной частицы есть квадрат ее массы):

$$\begin{aligned} s_{12} &\equiv s_1 = (\mathcal{P}_1+\mathcal{P}_2)^2 = (\mathcal{P}-\mathcal{P}_3)^2 \\ s_{23} &\equiv s_2 = (\mathcal{P}_2+\mathcal{P}_3)^2 = (\mathcal{P}-\mathcal{P}_1)^2 \\ s_{31} &\equiv s_3 = (\mathcal{P}_3+\mathcal{P}_1)^2 = (\mathcal{P}-\mathcal{P}_2)^2 \end{aligned} \qquad (10.1)$$

Эти инварианты связаны условием:

$$s_1+s_2+s_3 = s+m_1^2+m_2^2+m_3^2\ . \qquad (10.2)$$

10.1.2 Диаграммы Далица.

Для реакции $P \to 1+2+3$ диаграмму Далица в плоскости $(s_1,\, s_2)$ можно определить как область, в которой численные значения этих

переменных разрешены законами сохранения энергии-импульса (такую область называют физической).

В более общем смысле под диаграммой Далица понимают физическую область в любых таких переменных, которые связаны с s_1 и s_2 линейно (т. е. якобиан перехода к соответствующим переменным постоянен). Это могут быть, например, любая пара $(s_i,\, s_j)$; любая пара $(E_i^*,\, E_j^*)$; любая пара кинетических энергий $(T_i,\, T_j)$, $(i, j = 1, 2, 3)$.

Уравнение, определяющее границу диаграммы Далица (т. е. границу физической области для перехода $P \to 1{+}2{+}3$), можно вывести "напрямую" [3].

Рассмотрим фазовый объем

$$R_3(s) = \tag{10.3}$$
$$= \int \prod_{i=1}^{3} \frac{d^3p_i}{2E_i}\, \delta^3\left(\mathbf{p} - \mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_2 - \mathbf{p}_3\right) \delta\left(\sqrt{s} - E_1 - E_2 - E_3\right) \ .$$

Проинтегрируем δ-функции. Поскольку фазовый объем инвариантен, можно распорядиться выбором переменных из соображений удобства вычислений.

Выберем систему покоя распадающейся частицы и проинтегрируем по $\mathbf{p}_2$:

$$R_3(s) = \int \frac{d^3p_1\, d^3p_3}{8E_1E_2E_3}\, \delta\left(\sqrt{s} - E_1 - E_2 - E_3\right) \ , \tag{10.4}$$

где (опускаем, для краткости, звездочки, указывающие на систему покоя распадающейся частицы, или, что то же самое, систему центра масс $(1{+}2{+}3)$):

$$E_2^2 = \mid \mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_3 \mid^2 + m_2^2 = p_1^2 + p_3^2 + 2p_1\, p_3 \cos\theta_{13} + m_2^2 \ . \tag{10.5}$$

Векторы импульсов $\mathbf{p}_1$ и $\mathbf{p}_3$ будем брать в полярной системе координат, то есть, запишем $d^3p_1\, d^3p_3$ так:

$$\begin{aligned} d^3p_1\, d^3p_3 &= p_1^2 dp_1\, d\Omega_1\, p_3^2 dp_3\, d\Omega_3 = \\ &= p_1 E_1 dE_1 d\Omega_1 p_3 E_3 dE_3 d\cos\theta_{13} d\varphi_3 \ , \end{aligned} \tag{10.6}$$

где углы $\Omega_3 = (\cos\theta_{13}, \varphi_3)$ описывают ориентацию вектора импульса частицы 3 относительно $\mathbf{p}_1$, а углы Ω_1 – ориентацию импульса частицы 1 относительно некоторой оси, пока ее не специфицируя и не интегрируя по Ω_1 и φ_3 (они понадобятся позже).

Для интегрирования по $\cos\theta_{13}$ используем δ-функцию с энергиями, так как $dE_2/d\cos\theta_{13} = p_1\, p_3/E_2$. В результате:

$$R_3(s) = \frac{1}{8}\int dE_1 dE_3 d\Omega_1 d\varphi_3\, \Theta\left(1-\cos^2\theta_{13}\right)\ . \qquad (10.7)$$

Здесь Θ – функция ограничивает $\cos\theta_{13}$ его физическими значениями. Значения $\cos\theta_{13} = \pm 1$ соответствуют границе физической области на плоскости $(E_1\,, E_3)$, то есть, границе диаграммы Далица.

Теперь можно найти уравнение границы. Его можно получить из (10.5):

$$\begin{aligned}\left(\sqrt{s}-E_1-E_3\right)^2 &= E_1^2-m_1^2+E_3^2-m_3^2\pm\\ \pm\quad 2\left[\left(E_1^2-m_1^2\right)\left(E_3^2-m_3^2\right)\right]^{1/2}&+m_2^2\ ,\end{aligned} \qquad (10.8)$$

или, что то же самое,

$$\left(\sqrt{s}-E_1-E_3\right)^2 = \mid p_1 \pm p_3 \mid^2 + m_2^2\ . \qquad (10.9)$$

Можно преобразовать формулу (10.8), возведя в квадрат обе ее части, но при этом будут потеряны сведения об относительных знаках импульсов; тем не менее:

$$\begin{aligned}&4\left(E_1^2-m_1^2\right)\left(E_3^2-m_3^2\right) =\\ &= \left[\, s+2E_1\, E_3-2\sqrt{s}\,(E_1+E_3)+m_1^2-m_2^2+m_3^2\right]^2\ .\end{aligned} \qquad (10.10)$$

Переменные E_1 и E_3 линейно связаны с s_1 и s_2 (чтобы убедиться в этом, достаточно раскрыть определения (10.1)). Якобиан перехода $\partial\left(E_1, E_2\right)/\partial\left(s_1, s_2\right)$ равен $1/4s$. Если теперь перейти в уравнении (10.7) к переменным s_1 и s_2 и проинтегрировать по телесному углу $d\Omega_1$ (в рассматриваемом распаде нет выделенной оси!), получив 4π, а также учесть, что изменение φ_3 означает всего лишь вращение полной конфигурации импульсов относительно некоторой оси (значит, интегрирование по этой переменной даст всего лишь 2π), то придем к выражению

$$R_3(s) = \frac{\pi^2}{4s}\int ds_1\, ds_2 \Theta\left(-G(s_1, s_2, s, m_1^2, m_2^2, m_3^2)\right)\ , \qquad (10.11)$$

где $G(s_1, s_2, s, m_1^2, m_2^2, m_3^2)$ – некоторая функция, зависящая только от кинематических параметров распада и отличная от нуля внутри границы диаграммы Далица.

Если же проделать то же самое с интегралом в (10.7), то получим

$$R_3(s) = \pi^2 \int dE_1\, dE_3 \Theta\left(1 - \cos^2\theta_{13}\right) \ . \tag{10.12}$$

Из (10.11) или (10.12) видно, что внутри диаграммы Далица **плотность распределения вероятности** иметь значения независимых переменных (s_1, s_2), или, как принято выражаться, "**распределение по фазовому объему**" есть **константа**:

$$\frac{d^2R_3}{dE_1 dE_3} = \pi^2 \ ; \ \frac{d^2R_3}{ds_1 ds_2} = \frac{\pi^2}{4s} \ , \tag{10.13}$$

при фиксированном s. Иными словами, все вариации распределения плотности событий (когда каждое событие распада отображается в диаграмме Далица точкой, положение которой задается конфигурацией импульсов и энергий распадных частиц в этом событии) обусловлены динамикой, диктующей зависимость матричного элемента распада от импульсов (или энергий) распадных частиц, а не его кинематикой (в узком смысле). Это одно из **важнейших свойств** диаграммы Далица.

Наконец, из уравнения (10.8) можно увидеть еще одно полезное соотношение: на границе диаграммы Далица

$$\lambda\left(p_1^2, p_2^2, p_3^2\right) = 0 \ . \tag{10.14}$$

10.1.3 Специальные случаи диаграмм Далица.

Все массы одинаковы.

Рассмотрим событие распада $P \to 1 + 2 + 3$ в системе покоя распадающейся частицы. Будем характеризовать событие кинетическими энергиями частиц: $T_i = E_i - m$. Массу распадающейся частицы обозначим как $M_0 \equiv \sqrt{s}$. Очевидно, что выполняется условие

$$T_1 + T_2 + T_3 = \sqrt{s} - 3m = Q \ , \tag{10.15}$$

где Q – энерговыделение при распаде. Соотношение (10.15) напоминает о простой теореме из школьного курса геометрии на плоскости, касающейся свойств равносторонних треугольников: для любой точки внутри такого треугольника сумма ее расстояний (т. е. T_1, T_2, T_3)

до сторон треугольника равна его высоте (т. е. Q). Это позволяет ввести на плоскости (T_1, T_2) для рассматриваемого распада треугольную систему координат, что делает симметрию диаграммы Далица явной (см. рис. 10.2). Заметим, что для бинарных реакций, анализируемых в терминах переменных Мандельстама s, t и u, тоже можно использовать треугольную систему координат, так как эти переменные удовлетворяют соотношению (3.3), аналогичному (10.15).

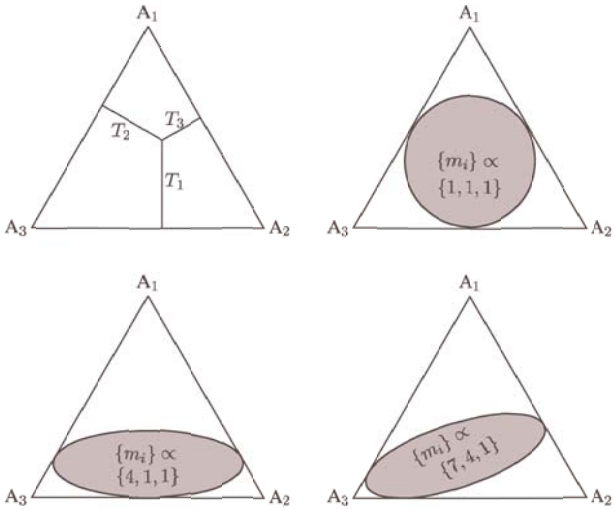


Рис. 10.2. Определение треугольной системы координат для диаграммы Далица в терминах кинетических энергий (вверху слева) и границы диаграммы Далица в нерелятивистском случае: (a) для распада на три тождественные частицы (справа вверху), (b) для распада на три частицы, массы которых соотносятся как 4:1:1 (слева внизу) или (c) 7:4:1 (справа внизу). Такие соотношения масс соответствуют, например, распадам $\eta \to 3\pi$, $\eta' \to \eta\pi\pi$ и аннигиляции $\bar{p}p \to \eta'\eta\pi$ соответственно [70].

В каждой точке внутри треугольника выполняется закон сохранения энергии. Для нахождения границ физической области удобно ввести новые координаты. Именно:

1. начало системы координат поместим в центр треугольника (точка $T_1 = T_2 = T_3 = Q/3$);

2. будем отсчитывать от него полярные координаты (r, φ).

Можно убедиться, что:

$$\begin{aligned} T_1 &= \frac{Q}{3}\left(1 + r\cos\varphi\right) \ , \\ T_2 &= \frac{Q}{3}\left[1 + r\cos\left(\varphi + \frac{2\pi}{3}\right)\right] \ , \\ T_3 &= \frac{Q}{3}\left[1 + r\cos\left(\varphi - \frac{2\pi}{3}\right)\right] \ . \end{aligned} \tag{10.16}$$

Подставив новые координаты в уравнение (10.8) для границы диаграммы Далица получим:

$$\left(1 + x\right) r^2 + x r^3 \cos 3\varphi = 1 \ , \ \ x = \frac{2\varepsilon}{\left(2 - \varepsilon\right)^2} \ , \ \ \varepsilon = \frac{Q}{\sqrt{s}} \ . \tag{10.17}$$

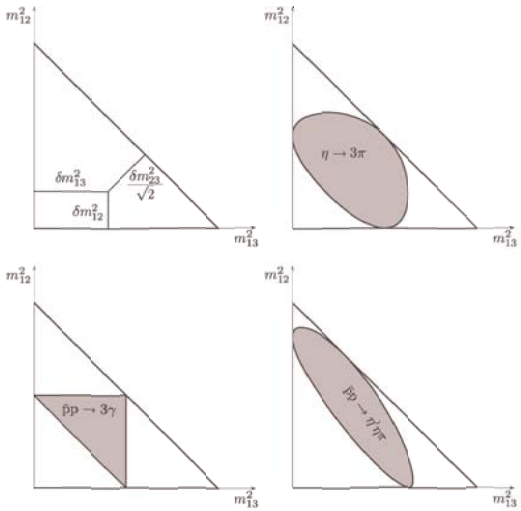


Рис. 10.3. Диаграммы Далица в релятивистском случае. Показаны те же диаграммы, что и на предыдущем рисунке, но в других терминах. Обозначение δm_{ij}^2 означает превышение квадрата эффективной массы m_{ij}^2 системы частиц $(i+j)$ над ее минимально допустимым значением $(m_i + m_j)^2$. Распад: $\eta \to 3\pi$, реакции: $\bar{p}p \to 3\gamma$, $\bar{p}p \to \eta'\eta\gamma$ (работа [70]).

Величина ε – *относительное энерговыделение* – полностью характеризует кривую, задающую границу диаграммы Далица.

В случае неравных масс тоже можно представлять диаграмму Далица в треугольной системе координат, но степень ее симметрии будет иной (см. рис. 10.2, нижние диаграммы).

Представление диаграмм Далица в переменных s_1, s_2 дано на рис. 10.3 и рис. 10.4 (квадрат эффективной массы системы (1+2) есть не что иное, как s_1, а для $(2+3)$ системы то же верно по отношению к s_2).

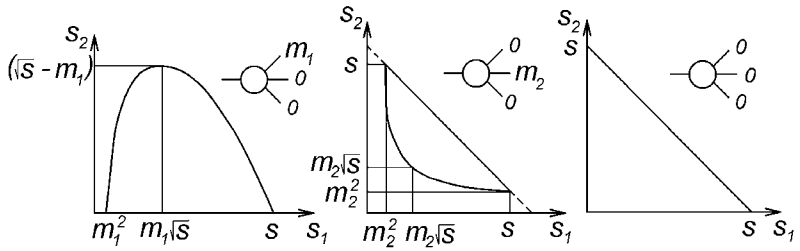


Рис. 10.4. Диаграммы Далица для особых комбинаций масс частиц-продуктов распада, когда массы двух из трех частиц или всех трех частиц равны нулю [3].

10.1.4 Конфигурации импульсов на диаграмме Далица.

Уравнение (10.8) для границы диаграммы Далица является дополнительным (по отношению к закону сохранения энергии-импульса) условием на направления и величины трехмерных импульсов частиц конечного состояния. Рассмотрим его следствия, выбрав систему покоя распадающейся частицы (т. е. центр масс продуктов распада).

Довольно очевидно, что на границе диаграммы Далица векторы импульсов $\mathbf{p}_1$, $\mathbf{p}_2$, $\mathbf{p}_3$ коллинеарны, однако различны их величины и направления: векторы некоторых импульсов могут быть параллельны или антипараллельны. Рис. 10.5 помогает понять, как меняются конфигурации импульсов конечных частиц при движении вдоль границы либо внутри диаграммы.

Три характерных точки на границе диаграммы Далица отвечают минимальным значениям эффективных масс $m_{12}^2 = (\mathcal{P}_1 + \mathcal{P}_2)^2 = (m_1 + m_2)^2$, $m_{23}^2 = (\mathcal{P}_2 + \mathcal{P}_3)^2 = (m_2 + m_3)^2$ и $m_{13}^2 = (\mathcal{P}_1 + \mathcal{P}_3)^2 =$

$(m_1 + m_3)^2$; на рисунке 10.5 они обозначены как A_1, A_2, A_3. Условие минимальности квадрата эффективной массы означает, что скорости частиц рассматриваемой пары равны, их направления совпадают, а величины импульсов относятся как $p_1/p_2 = m_1/m_2$.

Другие три характерные точки на этой границе отвечают максимальным значениям инвариантов $m_{12}^2 = (\sqrt{s} - m_3)^2)$ и т. д.; они обозначены как B_1, B_2, B_3 на том же рисунке. В этих точках направления импульсов соответствующих частиц пары противоположны, а третья частица имеет нулевую кинетическую энергию.

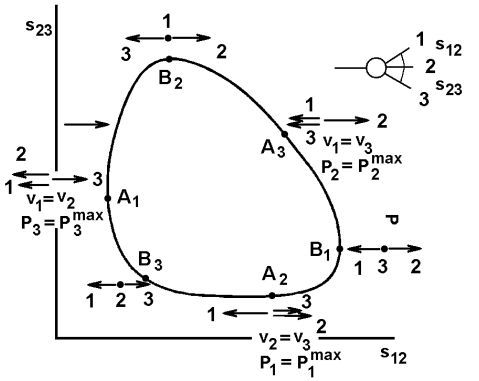


Рис. 10.5. Конфигурации векторов импульсов частиц-продуктов распада на границах диаграммы Далица (импульсы рассматриваются в общей системе центра масс). Точки B_1, B_2, B_3 отвечают максимальным значениям квадратов эффективных масс m_{12}^2, m_{23}^2, m_{13}^2; точки A_1, A_2, A_3 – минимальным значениям этих величин [3].

10.2 Диаграммы Далица и симметрии: примеры.

Уже не раз говорилось о том, что если бы матричный элемент реакции не зависел от кинематических переменных, то распределение событий на диаграмме Далица (или, обобщенно, в фазовом пространстве для частиц конечного состояния) было бы постоянным (см. формулу (10.13)). Отклонения от равномерного распределения в фазовом пространстве связаны с динамикой реакции, а также с действием

законов сохранения (дискретными симметриями). Примером может служить работа принципа Паули, если в конечном состоянии есть пара тождественных частиц-фермионов. Некоторые следствия дискретных симметрий в применении к диаграммам Далица в деталях будут рассмотрены в Части VII, на примере распределения плотности событий на диаграмме Далица при распаде мезонов разного спина и четности на три пиона.

В этом разделе иллюстрируется использование диаграмм Далица в анализе экспериментальных данных на примере аннигиляции остановившихся антипротонов с протонами.

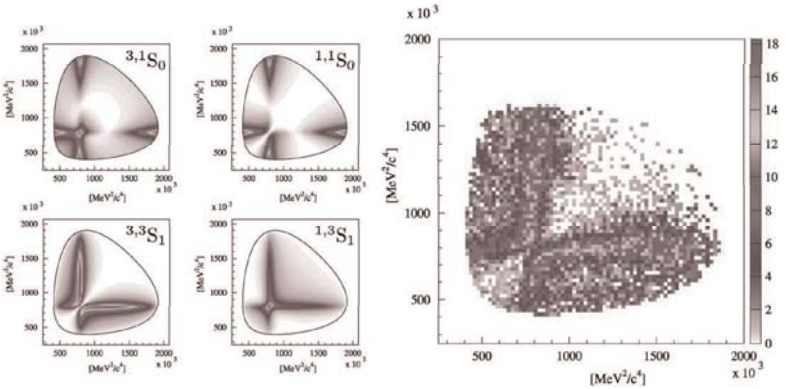


Рис. 10.6. Диаграммы Далица для аннигиляции антипротонов в пару каонов и пион: $\bar{p}p \to K^{\pm}K_S\pi^{\mp}$. Мишень: жидкий водород. Справа: реальные данные из эксперимента Crystal Barrel. Слева: результаты моделирования распределений на диаграмме Далица при разных возможных S-волновых компонентах (указаны в правом верхнем углу каждой диаграммы) волновой функции протония (атомо-подобной связанной системы $\bar{p}p$). Видно, что аннигиляция в $(K^{\pm}K_S\pi^{\mp})$ идет из $^{3,3}S_1$ состояния (работа [70]).

Сравнение с экспериментальными данными ожидаемого вида распределения событий на диаграмме Далица при учете законов сохранения четности, изоспина и углового момента позволяет, как видно из рисунка 10.6, сделать выводы о квантовых числах $(\bar{p}\,p)$ системы, аннигилирующей в три мезона.

Информативная мощь и наглядность диаграммы Далица по сравнению с распределениями, проинтегрированными по одной из независимых кинематических переменных, видна из сравнения рисунков 10.7 и 10.8.

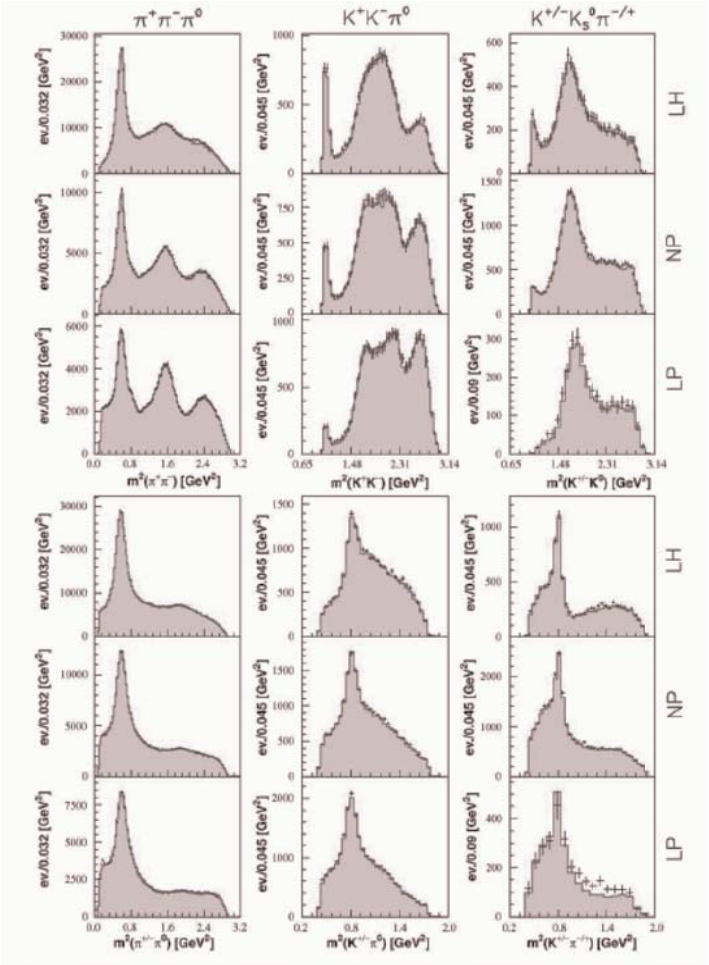


Рис. 10.7. Распределения по эффективным массам (т. е. проекции соответствующих диаграмм Далица) для аннигиляции антипротонов в мезоны при различных плотностях водородной мишени. Слева: аннигиляция остановившихся антипротонов в $\pi^+\pi^-\pi^0$ систему. В центре: $\bar{p}p \to K^+K^-\pi^0$; справа: $\bar{p}p \to K^\pm K_S\pi^\mp$. LH - жидководородная мишень, NP - газовая водородная мишень при нормальном давлении, LP - газовая водородная мишень при низком давлении (работа [70]).

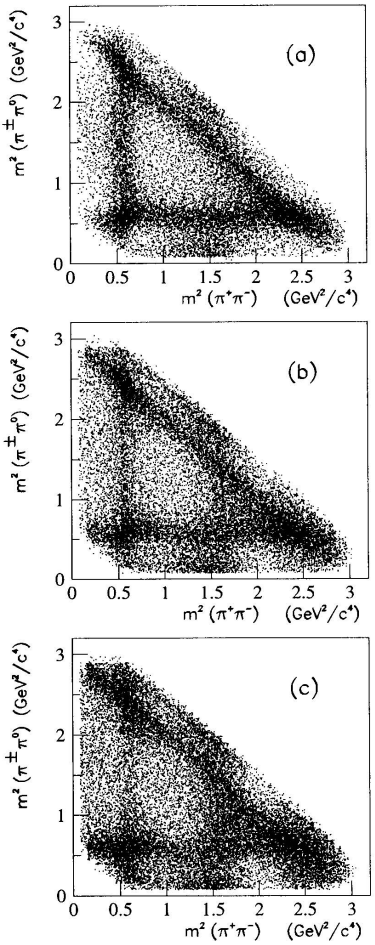


Рис. 10.8. Диаграммы Далица для реакции $\bar{p}p \to \pi^+\pi^-\pi^0$ с остановившимися антипротонами при разных плотностях водородной мишени: (a) жидкий водород; (b) газообразный водород при нормальных давлении и температуре; (c) водород при пониженном давлении. Фон вычтен, поправки на аксептанс установки не введены. Одно событие изображается двумя точками, каждая – с весом 1/2 (работа [68]).

Рис. 10.8 следует сравнивать с рис. 10.7; видно, что диаграмма Далица несравненно яснее. Например, она позволяет легко увидеть, что с изменением плотности мишени меняются квантовые числа $(\bar{p}\,p)$ системы, составляющие ансамбль ее начальных состояний при аннигиляции антипротона с протоном в три мезона.

10.3 Диаграмма Чу и Лоу.

Здесь уместна цитата из книги [2] (стр. 332): "Когда частицы возникают в результате распада, чертят диаграмму Далица. Когда они возникают при соударении двух частиц, прибегают к диаграммам Чу-Лоу или Ван-Хова" [1].

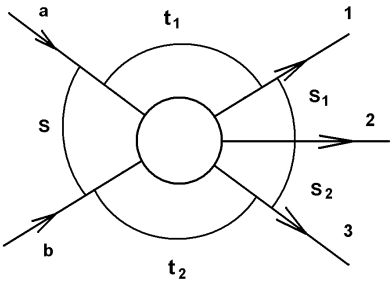


Рис. 10.9. Кинематическая диаграмма для реакции $2 \to 3$. Обозначения очевидны; иллюстрируется определение переменных t_1 и t_2 (квадраты переданных 4-импульсов).

В реакциях типа $a + b \to 1 + 2 + 3$ начальное состояние имеет в системе центра масс выделенное направление, заданное импульсом падающего пучка $\mathbf{p}_a = -\mathbf{p}_b$. Общее число переменных, характеризующих конечное состояние, равно 5; в случае бесспиновых частиц таких переменных 4 (см. рис. 10.9). Поэтому при построении диаграмм типа тех, что рассмотрены выше, приходится интегрировать по остальным переменным либо во всем фазовом объеме, либо в каких-то интервалах.

[1] Повидимому, стоит уточнить это высказывание в том, что к диаграммам Чу-Лоу или Ван-Хова сегодня обращаются только при анализе процессов с невысокими множественностями конечных состояний.

Оставим в стороне все, что связано со спином (в том числе – переменные, характеризующие ориентации спинов). Рассмотрим основные инварианты, определение которых поясняется диаграммой 10.9.

$$\begin{aligned} s &\equiv s_{ab} = (\mathcal{P}_a + \mathcal{P}_b)^2 = (\mathcal{P}_1 + \mathcal{P}_2 + \mathcal{P}_3)^2 \ , \\ s_1 &\equiv s_{12} = (\mathcal{P}_1 + \mathcal{P}_2)^2 = (\mathcal{P}_a + \mathcal{P}_b - \mathcal{P}_3)^2 \ , \\ s_2 &\equiv s_{23} = (\mathcal{P}_2 + \mathcal{P}_3)^2 = (\mathcal{P}_a + \mathcal{P}_b - \mathcal{P}_1)^2 \ , \\ t_1 &\equiv t_{a1} = (\mathcal{P}_a - \mathcal{P}_1)^2 = (\mathcal{P}_2 + \mathcal{P}_3 - \mathcal{P}_b)^2 \ , \\ t_2 &\equiv t_{b3} = (\mathcal{P}_b - \mathcal{P}_3)^2 = (\mathcal{P}_1 + \mathcal{P}_2 - \mathcal{P}_a)^2 \ . \end{aligned} \qquad (10.18)$$

В дополнение к этим инвариантам, можно определить еще пять, связав между собой не соседние частицы; эти инварианты можно выразить через массы частиц и инварианты из (10.18). Обозначения для них удобно давать по тому же принципу, что и в (10.18); это инварианты t_{a2}, t_{b2}, t_{a3}, t_{b1}, s_{13} (см. [3]).

Наконец, все скалярные произведения типа $(\mathcal{P}_i \cdot \mathcal{P}_j)$, $i, j = a, b, 1, 2, 3$ можно тоже выразить через массы частиц и основные инварианты из (10.18).

Обычно, процессы с числом частиц в конечном состоянии более двух кинематически анализируются методом факторизации фазового объема, то есть последовательным разбиением процесса $2 \to n$ на подпроцессы $(2 \to (n-1), (1 \to 2))$ и т. д. (такая процедура подробно разобрана в книге Г.И.Копылова [2]). Для реакций типа $2 \to 3$ это означает разбиение на $2 \to 2$ и $1 \to 2$.

Для определенности рассмотрим такое разбиение процесса (10.9): $a + b \to 1 + X$, $X \to 2 + 3$, где система X имеет эффективную массу $\sqrt{s_2}$. В этом случае для 1-го подпроцесса основными кинематическими переменными становятся t_1 (квадрат переданного при рождении системы X четырехимпульса) и квадрат эффективной массы этой системы s_2.

На плоскости $(t_1\ ,\ s_2)$ область, где реакция кинематически разрешена, будет (как и в случае диаграммы Далица) ограничена некоторой замкнутой кривой. Представление распределений физических событий на этой плоскости, напоминающее распределения на диаграмме Далица, называют **диаграммой Чу-Лоу**.

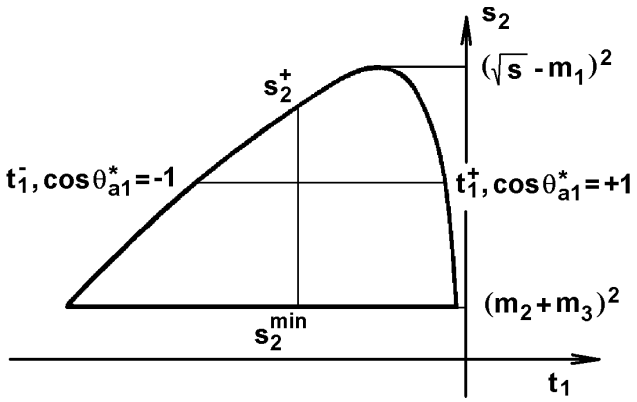


Рис. 10.10. Диаграмма Чу-Лоу; пример дан для случая, когда $t_1 = (m_a - m_1)^2$ лежит вне физической области [3].

10.3.1 Границы и фазовая плотность.

Найти уравнение границы физической области для диаграммы Чу-Лоу можно примерно так же, как это было проделано для диаграммы Далица.

Стартуем с выражения для трехчастичного фазового объема:

$$R_3(s) = \int \frac{d^3p_1}{2E_1}\frac{d^3p_2}{2E_2}\frac{d^3p_3}{2E_3}\,\delta^4\left(p_a + p_b - p_1 - p_2 - p_3\right)\ . \qquad (10.19)$$

Используем тождество:

$$1 = \int ds_2 \int \frac{d^3p_{23}}{2E_{23}}\delta^4\left(p_{23} - p_2 - p_3\right)\ , \qquad (10.20)$$

где $E_{23}^2 = \mathbf{p}_{23}^2 + s_2$. Вставив это тождество в (10.19), получим:

$$\begin{aligned} R_3 &= \int ds_2 \left\{ \int \frac{d^3p_1}{2E_1}\frac{d^3p_{23}}{2E_{23}}\delta^4\left(p_a + p_b - p_1 - p_{23}\right)\right\} \times \\ &\times \left\{ \int \frac{d^3p_2}{2E_2}\frac{d^3p_3}{2E_3}\delta^4\left(p_{23} - p_2 - p_3\right)\right\}\ , \end{aligned} \qquad (10.21)$$

что означает

$$R_3(s) = \int ds_2 R_2\left(s; m_1^2,\, s_2\right) R_2\left(s_2; m_2^2,\, m_3^2\right)\ . \qquad (10.22)$$

Можно убедиться, что (10.22) легко записать в форме

$$R_3 = \frac{1}{8\sqrt{s}P_a^*}\int_0^{2\pi} d\varphi \int dt_1\, ds_2\, \frac{\lambda^{1/2}\left(s_2, m_2^2, m_3^2\right)}{8s_2} \int d\Omega_3^{c.m.} \ . \quad (10.23)$$

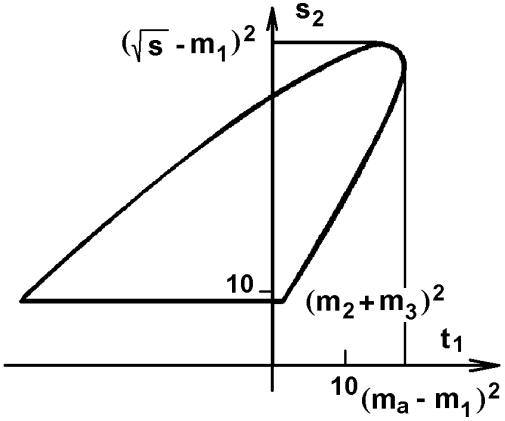


Рис. 10.11. Диаграмма Чу-Лоу; пример дан для случая, когда $t_1 = (m_a - m_1)^2$ лежит в физической области; $m_b = m_2 = m_1 = 1$ (т. е. все величины измеряются в единицах массы мишени m_b); $m_5 = 5$, $m_3 = 2$, $s = 60$ (из книги [3]).

Физическую область для реакции $m_a + m_b \to m_1 + \sqrt{s_2}$ можно найти так:

- выпишем выражения для s_2 и t_1 в с.ц.м.;
- потребуем выполнения условия

$$m_2 + m_3 \le \sqrt{s_2} \le \sqrt{s} - m_1 \ ; \quad |\cos\theta_1^*| \le 1 \ . \quad (10.24)$$

Этими условиями определяются границы области интегрирования в (10.23). Опустив подробности (их можно найти в [3]), выпишем конечный результат для границы физической области в процессе $2 \to 3$:

$$\begin{aligned} s_2^{\pm} &= s + m_1^2 - \\ &- \frac{1}{2m_a^2}\left[\left(s + m_a^2 - m_b^2\right)\left(m_a^2 + m_1^2 - t_1\right)\right] \mp \\ &\mp \frac{1}{2m_a^2}\left[\lambda^{1/2}\left(s, m_a^2, m_b^2\right)\lambda^{1/2}\left(t_1, m_a^2, m_1^2\right)\right] \ . \end{aligned} \quad (10.25)$$

Важно отметить, что когда точка с фиксированным значением s_2, изображающая конечное событие или группу событий с данными кинематическими параметрами, движется поперек диаграммы Чу-Лоу, величина t_1 линейно меняется с изменением косинуса θ^*_{a1}.

Важное свойство диаграммы Чу-Лоу состоит в том, что фазовая плотность на ней не зависит от t_1, но зависит от s_2 и равна

$$\frac{d^3R_3}{ds_2\,dt_1} = \frac{\pi^2}{4s_2}\cdot\frac{\lambda^{1/2}\left(s_2,\,m_2^2,m_3^2\right)}{\lambda^{1/2}\left(s,m_a^2,m_b^2\right)}\ . \tag{10.26}$$

Осталось отметить, что на диаграмме Чу-Лоу физическая область на плоскости $(t_1\,,\,s_2)$ размещена так, что одновременно выполняются два условия:

$$\lambda(s,s_2,m_1^2)\geq 0\ ,\ \ \lambda(s_2,m_2^2,m_3^2)\geq 0\ , \tag{10.27}$$

10.3.2 Фазовая плотность и отношение потоков.

Сравнивая формулу (10.26) с формулой (10.13) для фазовой плотности в диаграмме Далица, можно заметить определенное сходство между ними: первый множитель в (10.26) соответствует правой части формулы (10.13), где s заменяется на s_2 (как будто бы реакция $a+b\to 1+2+3$ была обращена во времени в реакцию $2+3\to\bar{1}+a+b$; при таком обращении s_1 переходит в t_1). Второй множитель в формуле (10.26) выглядит как отношение инвариантных (Мёллеровских) потоков во входном канале $a+b$ и парциальном выходном канале $2+3$, то есть, имеет смысл той доли потока частиц во входном канале, которая досталась возникшей в реакции системе $2+3$. Похожее отношение уже встречалось в Части III при обсуждении реакции фрагментации дейтрона "вперед" как модели фрагментации адронов в партонной картине (формула (4.9)). Оказывается, что это сходство не столь уж и случайно.

Действительно, вернемся к левой диаграмме рис. 4.3. Соответствующий ей матричный элемент включает множители, соответствующие верхней вершине, пропагатору нейтрона и нижней вершине. В квадрате модуля этого матричного элемента связанный с верхней вершиной фактор дается формулой (4.7); пропагатор нейтрона дает фактор $(1-\alpha)^{-1}$ при рассмотрении задачи в динамике на световом фронте (точнее, в пределе бесконечного импульса дейтрона-снаряда). Остается рассмотреть фактор, связанный со взаимодей-

ствием нейтрона с мишенью (нижняя вершина). При отсутствии теории, позволяющей вычислить этот фактор "из первых принципов", можно попытаться вычленить хотя бы его зависимость от кинематических переменных, отказавшись от строгого вычисления абсолютной величины сечения в стандарных единицах (миллибарнах).

Обратим внимание на то, что если рассматривать только вершину взаимодействия нейтрона с мишенью ($n + \mathrm{Target}$), или, сокращенно, (nT), то при инклюзивной постановке эксперимента (когда по всем возможным конечным состояниям после такого взаимодействия производится суммирование и интегрирование по всему разрешенному фазовому пространству), ее можно было бы связать с полным сечением (nT) рассеяния по формуле (9.11) с учетом формулы (9.6), записав ее в обобщенном виде как

$$\sigma = \frac{\sum_{\text{final states}} \int_{PhaseVolume} | < f|T|nT > |^2}{InvFlux(nT)} \ . \qquad (10.28)$$

В этой формуле числитель как раз и соответствует фактору, связанному с обсуждаемой вершиной. Если бы в ней мы имели бы дело со свободным реальным нейтроном, то это сечение можно было бы взять непосредственно из известных экспериментальных данных. При этом инвариантный поток $InvFlux(nT)$ следовало бы также брать для системы (*свободный реальный нейтрон + мишень*).

Но в рассматриваемом случае нейтрон передается от дейтрона-снаряда. Вообще говоря, он даже не находится на массовой поверхности. (Правда, при использовании техники светового фронта и, в частности, предела бесконечного импульса, его можно считать находящимся на массовой поверхности, что и предполагается далее.) Поэтому, **во-первых**, вклад (nT) вершины не полностью соответствует полному сечению (nT) рассеяния: из него следует исключить вклад упругого рассеяния (по крайней мере часть). **Во-вторых**, эта вершина не обязательно в точности такая же, как для рассеяния свободного реального нейтрона. Впрочем, если последним различием пренебречь, то с учетом всего уже сказанного, можно воспользоваться формулой (10.28), но взять инвариантный поток для системы (*передаваемый нейтрон + мишень*):

$$\sum_{\text{final states}} \int_{PhaseVolume} | < f|T|nT > |^2 = \\ = \sigma_{inel}(nT) \times InvFlux(n_{transf}T) \ . \qquad (10.29)$$

Теперь известны все факторы, определяющие сечение фрагментации дейтрона согласно диаграмме рис. 4.3 в описанной картине, и для получения формулы (4.8) остается снова воспользоваться (10.28), взяв инвариантный поток для системы (*дейтрон+мишень*), то есть $InvFlux(dT)$. В полученной после этого формуле появится отношение

$$R\left(n,d\right)=\frac{InvFlux(n_{transf}T)}{InvFlux(dT)}=\frac{\lambda^{1/2}\left(s_n,M_{targ}^2,m_n^2\right)}{\lambda^{1/2}\left(s_d,M_{targ}^2,m_d^2\right)}\ . \qquad (10.30)$$

Из приведенного примера и сравнения полюсной диаграммы для реакции фрагментации дейтрона с общей кинематической диаграммой рис. 10.9 или т. н. "деревом импульсов" рис. 10.12 наглядно видны происхождение и смысл второго множителя в формуле (10.26): часть начального потока частиц a и b уносится частицей 1, а остальная приходится на долю "промежуточной" системы, превращающейся затем в частицы 2 и 3. Величину этой доли определяет второй множитель в формуле (10.26).

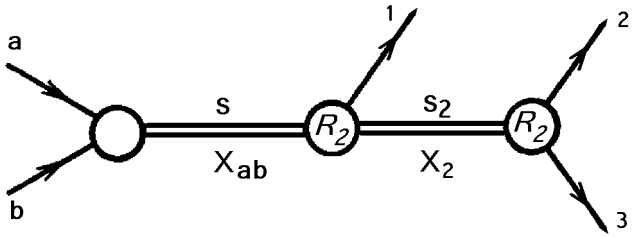


Рис. 10.12. Диаграмма "дерева импульсов": кинематической редукции реакции рождения нескольких частиц к последовательности реакций типа двухчастичного распада. Частицы начального состояния a и b "объединяются" в промежуточное состояние X_{ab} с массой $\sqrt{s}$, которое затем распадается на частицу 1 и псевдочастицу X_2 с массой $\sqrt{s_2}$, в свою очередь распадающуюся на конечные частицы 2 и 3. Каждому из последовательных двухчастичных распадов доступен двухчастичный фазовый объем R_2. Соответственно, посредством подобной редукции полный фазовый объем многочастичной реакции $a+b\to 1+2+3+...$ может быть выражен через интегралы от соответствующих двухчастичных фазовых объемов.

Часть VII

Лекции 13 и 14

Глава 11

Диаграммы Далица и дискретные симметрии

11.1 Симметрии и распределение событий на диаграмме Далица.

До сих пор в обсуждениях фазового объема, диаграмм Далица и Чу-Лоу матричный элемент реакции считался константой. Обсуждение было сосредоточено на чисто кинематических факторах, влияющих на величину сечений и на форму распределений по кинематическим переменным. Пришло время вернуться к матричному элементу, который определяется не только динамикой рассматриваемого процесса, но и законами сохранения существенных для него квантовых чисел.

Рассмотрим, как проявляются эти законы в структуре матричного элемента и в форме распределений событий в диаграмме Далица на примере распада нейтрального изоскалярного мезона $\mathcal{M}$ в три пиона: $\mathcal{M} \to \pi^+\pi^-\pi^0$. Матричный элемент распада обозначим как $< 3\pi \mid T \mid \mathcal{M} >= \mathcal{M}_\alpha(\mathbf{p}_i, E_i)$, где индекс α помечает **спиновые** состояния распадающегося мезона и принимает только одно значение 1, если спин мезона равен нулю (тогда про этот индекс можно

забыть), три значения (-1, 0, 1) – если спин мезона равен 1 и т. д. **Заметим, что для рассматриваемого случая диаграмма Далица** в треугольных координатах $(E_1\,, E_2\,, E_3)$ **симметрична** и вписана в равносторонний треугольник с высотой, определяемой энерговыделением при распаде (см. раздел 10.1.3).

Поскольку четность считается сохраняющейся, так как распад идет за счет сильного взаимодействия, и поскольку пионы - псевдоскалярные частицы, то матричный элемент должен удовлетворять условию

$$\mathcal{M}_\alpha\left(-\mathbf{p}_i\,, E_i\right) = (-1) P_{\mathcal{M}} \mathcal{M}_\alpha\left(\mathbf{p}_i\,, E_i\right)\ , \tag{11.1}$$

где $P_{\mathcal{M}}$ – внутренняя четность распадающегося мезона.

Итак, изоспин начального состояния равен нулю: $I_{in} = 0$. Изоспин конечного состояния тоже должен быть равен нулю. Можно показать (пользуясь законами сложения угловых моментов, поскольку для изоспина они такие же, как и для углового момента), что трехпионное состояние с нулевым полным изоспином может быть представлено через пионные состояния так[1]:

$$\begin{aligned} \mid 3\pi\,, 0> \;&=\; \frac{1}{\sqrt{6}}\left[\mid \pi^+\,, \pi^0\,, \pi^-> + \mid \pi^0\,, \pi^-\,, \pi^+> + \right. \\ &+\; \mid \pi^-\,, \pi^+\,, \pi^0> - \mid \pi^+\,, \pi^-\,, \pi^0> - \\ &-\; \left. \mid \pi^0\,, \pi^+\,, \pi^-> - \mid \pi^-\,, \pi^0\,, \pi^+>\right]\ . \end{aligned} \tag{11.2}$$

Видно, что конечное трехпионное состояние с нулевым полным изоспином **антисимметрично при перестановке любых двух пионов**. Эти два условия, (11.1) и (11.2), приводят к весьма важным следствиям для матричного элемента и, соответственно, для распределения событий на диаграмме Далица.

Действительно, полный матричный элемент $< 3\pi \mid T \mid \mathcal{M} >$ должен быть скаляром. В него входит, очевидно, волновая функция распадающегося мезона $\mathcal{M}$ (скаляр, если это скалярный мезон, псевдоскаляр – если это псевдоскалярный мезон, вектор – если этот мезон векторный и т. д.) и величины, характеризующие трехпионное конечное состояние; это энергии мезонов и/или их импульсы, скомбинированные так, чтобы после умножения $\mathcal{M}_\alpha\left(\mathbf{p}_i\,, E_i\right)$ на волновую функцию мезона $\mathcal{M}$ получилась скалярная величина.

[1] См. главу 15, раздел 15.2.

11.1.1 Распад мезона со спином 0 на три пиона.

В этом случае матричный элемент $\mathcal{M}(\mathbf{p}_i, E_i)$ должен быть скалярной функцией энергий мезонов конечного состояния, причем такой, чтобы выполнялось условие антисимметричности при перестановках любой пары пионов, следующее из (11.2). Уже поэтому ясно, что эта скалярная функция не может быть константой и должна зависеть от энергий мезонов. Ясно также, что матричный элемент должен зануляться при $E_1 = E_2$, или $E_3 = E_2$, или $E_1 = E_3$, то есть, на диаграмме Далица плотность событий должна зануляться вдоль линий, отвечающих этим условиям.

Наиболее общей функцией, удовлетворяющей всем описанным здесь условиям, является

$$\mathcal{M}(\mathbf{p}_i, E_i) = (E_1 - E_2)(E_2 - E_3)(E_3 - E_1) \cdot f(E_1, E_2, E_3) \ , \quad (11.3)$$

где функция $f(E_1, E_2, E_3)$ **симметрична** при перестановке любых двух ее аргументов. При равенстве любых двух ее аргументов она должна оставаться конечной (во всяком случае, если она и расходится, то медленнее, чем стремится к нулю разность этих же аргументов). Предположим, что эта функция меняется так слабо при движении по диаграмме Далица точки, соответствующей конкретной конфигурации энергий частиц конечного состояния, что ее можно считать практически постоянной. Тогда вся зависимость матричного элемента от кинематических параметров будет определяться первым множителем в (11.3).

Если теперь перейти от энергий к полярным координатам r и φ (см. параграф 10.1.3), то плотность вероятности на диаграмме Далица окажется такой:

$$\begin{aligned} \frac{d\rho_{c.m.}}{dS} &= \text{const} \cdot (E_1 - E_2)^2 (E_2 - E_3)^2 (E_3 - E_1)^2 = \\ &= \text{const} \cdot r^6 \sin^2 \varphi \ . \end{aligned} \quad (11.4)$$

Отсюда видно, что плотность событий максимальна вблизи границы диаграммы Далица, причем абсолютные максимумы плотности находятся в точках $n\pi/6$, $n = 1, 3, ..11$ (6 точек). На линиях $n\pi/6$, $n = 0, 2, ..10$ плотность точек равна нулю (см. рис. 11.1).

Заметим, что вид (11.3) означает, что матричный элемент инвариантен при отражениях, и т. о. четность нашего мезона $\mathcal{M}$ должна быть отрицательной в силу (11.1).

Можно было бы предположить, что истинно скалярный мезон все же может распасться на 3 пиона. Но в этом случае, с учетом псевдоскалярности пионов и того факта, что полный момент конечного состояния должен быть нулевым (ибо в начальном состоянии от равен нулю по предположению), матричный элемент надо было бы построить из псевдоскалярной комбинации трех импульсов. Такая комбинация существует; например, это детерминант из компонент всех трех импульсов. Но сумма всех импульсов в системе центра масс равна нулю и этот детерминант тождественно обращается в нуль! Это означает, что **из-за сохранения четности скалярная частица (с четностью $+1$) не может распасться на три пиона**.

11.1.2 Распад векторного мезона на три пиона.

В этом случае полный угловой момент в начальном состоянии равен 1, а четность начального состояния равна -1.

В силу (11.1) и векторного характера волновой функции мезона $\mathcal{M}$, матричный элемент должен быть псевдовектором. Такой псевдовектор, антисимметричный при перестановках пары пионов, может быть построен; комбинация

$$\mathbf{M} = [\mathbf{p}_1 \times \mathbf{p}_2 + \mathbf{p}_2 \times \mathbf{p}_3 + \mathbf{p}_3 \times \mathbf{p}_1] \cdot f \ , \quad \mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2 + \mathbf{p}_3 = 0 \ , \qquad (11.5)$$

удовлетворяет всем поставленным условиям; функция f – скалярна и симметрична при перестановках аргументов. Второе соотношение в (11.5) позволяет переписать первое в виде

$$\mathbf{M} = 3f \cdot [\mathbf{p}_1 \times \mathbf{p}_2] \ . \qquad (11.6)$$

Плотность событий на диаграмме Далица будет определяться квадратом этого матричного элемента, и опять, если функция f практически константа в разрешенной кинематикой области диаграммы Далица, то можно показать, что

$$\frac{d\rho_{c.m.}}{dS} = \mathrm{const} \frac{\lambda\left(\mathbf{p}_1^2, \mathbf{p}_2^2, \mathbf{p}_3^2\right)}{4} \ , \qquad (11.7)$$

что в полярных координатах сводится к выражению

$$\frac{d\rho_{c.m.}}{dS} = \mathrm{const} \left[1 - \left(1 + \frac{2\varepsilon}{(1-\varepsilon)^2}\right) r^2 - \frac{2\varepsilon}{(2-\varepsilon)^2} r^3 \cos(3\varphi)\right] \ , \qquad (11.8)$$

где величина ε определена в (10.17).

Можно отметить следующее: (1) функция в квадратных скобках как раз та, что определяет границу диаграммы Далица в случае распада на три частицы одинаковой массы; условие границы есть равенство нулю этой функции (см. предыдущие лекции). То есть, на границе диаграммы Далица плотность вероятности обращается в нуль для рассматриваемого случая. (2) Максимум плотности вероятности достигается в центре диаграммы Далица. (3) На границе диаграммы Далица импульсы частиц либо равны нулю, либо коллинеарны – откуда тоже (без обращения к (11.8)) следует, что плотность вероятности обращается в нуль на границе диаграммы Далица. На рис. 11.1 все это наглядно видно.

11.1.3 Распад псевдовекторного мезона на три пиона.

В этом случае полный момент в начальном состоянии равен 1, а четность начального состояния $+1$.

В силу (11.1) и псевдовекторного характера волновой функции мезона $\mathcal{M}$, матричный элемент должен быть вектором. Рассуждая примерно так же, как в предыдущих случаях, можно прийти к выводу о том, что матричный элемент, антисимметричный по перестановкам пары мезонов, должен иметь вид

$$\mathbf{M} = f \cdot \left[E_1 \left(\mathbf{p}_2 - \mathbf{p}_3 \right) + E_2 \left(\mathbf{p}_3 - \mathbf{p}_1 \right) + E_3 \left(\mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_2 \right) \right] \ . \tag{11.9}$$

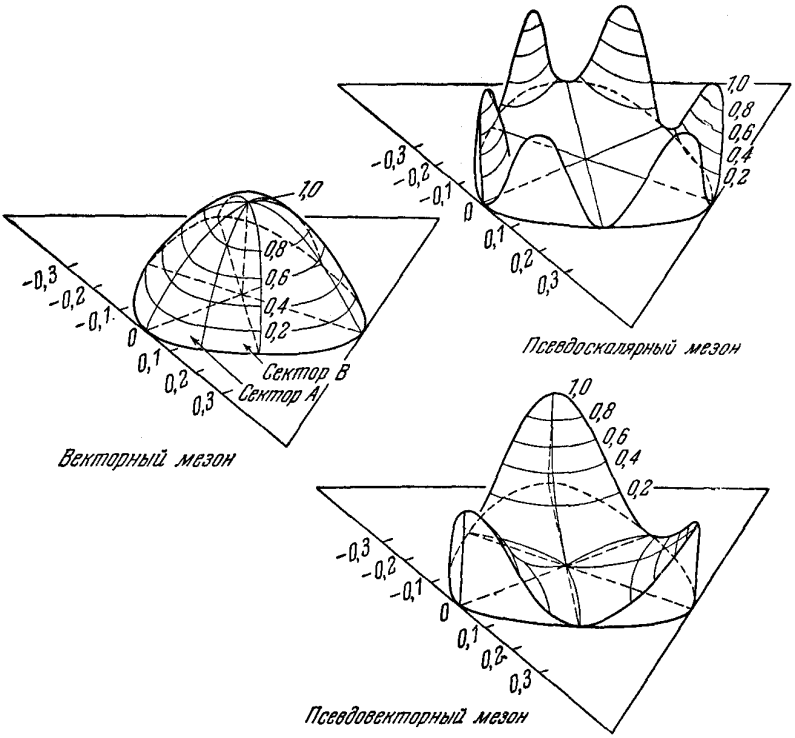
Приняв во внимание законы сохранения энергии и импульса, это выражение можно привести к виду

$$\mathbf{M} = f \cdot \left[\mathbf{p}_1 \left(M - 3E_2 \right) - \mathbf{p}_2 \left(M - 3E_1 \right) \right] \ , \tag{11.10}$$

откуда видно сразу, что в центре диаграммы Далица плотность вероятности обращается в нуль (так как в этой точке $E_1 = E_2 = E_3 = M/3$). Кроме того, из (11.9) видно, что на границе диаграммы Далица в точках, где $\mathbf{p}_1 = \mathbf{p}_2$, или $\mathbf{p}_2 = \mathbf{p}_3$, или $\mathbf{p}_1 = \mathbf{p}_3$ плотность вероятности также обращается в нуль (т. к. зануляется матричный элемент). Зато в тех точках, где $\mathbf{p}_1 = -\mathbf{p}_2$, или $\mathbf{p}_2 = -\mathbf{p}_3$, или $\mathbf{p}_1 = -\mathbf{p}_3$, плотность вероятности максимальна (см. рис. 10.5 и рис. 11.1).

Если перейти к полярным координатам, как и в двух предыдущих случаях, то можно получить:

$$\frac{d\rho_{c.m.}}{dS} = \text{const}\left[1 - \frac{2}{2-\varepsilon} r\,\cos(3\varphi)\right] r^2\ . \qquad (11.11)$$



Трехмерные картины распределений плотности вероятности

Рис. 11.1. Диаграммы Далица для распада на три пиона 0^-, 1^+ и 1^- мезонов [8].

11.2 Классификация диаграмм Далица.

Фактически, в предыдущем разделе были рассмотрены **особые точки и линии** на диаграмме Далица для трехпионного распада изоскалярного мезона, связанные с квантовыми числами начального и конечного состояний. Все отклонения от изотропного распределения событий на диаграмме Далица, связанные именно с динамикой реакции, остались спрятаны в скалярной функции f. Например, в ней "спрятаны" резонансы, которые могли бы быть в системе двух пионов.

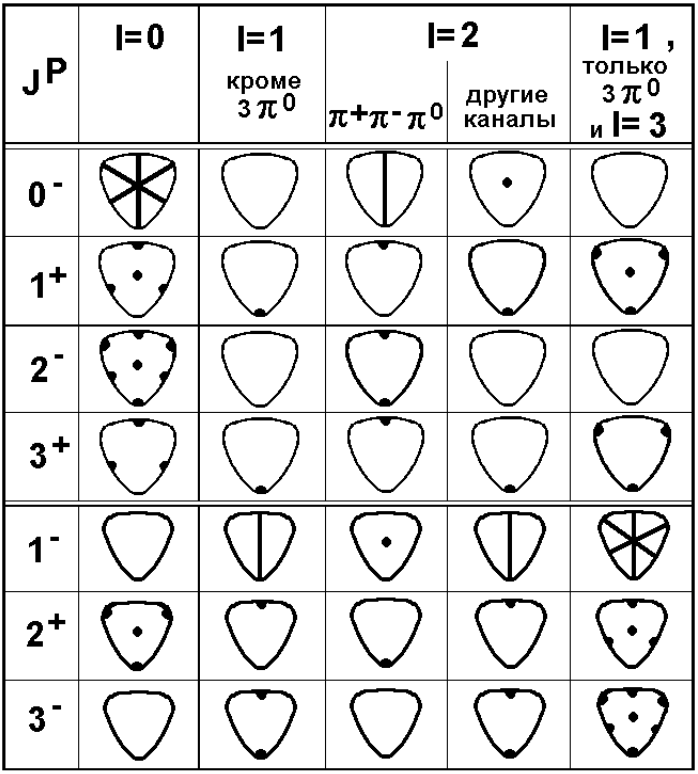


Рис. 11.2. Классификация диаграмм Далица для распада на три пиона различных мезонов [2].

Классификацию особых точек и линий на диаграмме Далица для трехпионных распадов мезонов с различными квантовыми числами

можно найти, например, в книге [2] (рис. 11.2). Запрещенные для событий области показаны жирными линиями или точками; там, где они пересекаются, возникают более сильные запреты.

Подобные схемы часто применяют для определения квантовых чисел резонансов (в рассмотренных здесь случаях в роли такого резонанса выступал мезон $\mathcal{M}$), поскольку каждой отдельной комбинации квантовых чисел изоспина I, спина J и четности P, т. е. набору $(I\,J^P)$, отвечает своя, достаточно характерная, конфигурация запрещенных областей на диаграмме Далица.

При обсуждении диаграмм Далица в Части VI, отмечалось одно из ее важнейших свойств: постоянство фазовой плотности (распределения событий), если квадрат матричного элемента реакции не зависит от положения события внутри разрешенного кинематикой (в узком смысле) фазового объема. Только что рассмотренные примеры показывают, во-первых, что это уже не так, если кинематика понимается в широком смысле, и во-вторых, что законы сохранения дискретных квантовых чисел позволяют определить общий характер зависимости квадрата матричного элемента реакции от кинематических переменных. Конкретный характер такой зависимости определяется уже динамическими механизмами реакции.

Глава 12

Экспериментальная физика и моделирование

В настоящее время компьютерное моделирование эксперимента[1] стало рутинным и необходимым этапом его подготовки, особенно в тех случаях, когда полный цикл физического эксперимента (проектирование и создание установки, проведение измерений, обработка и анализ данных, получение и публикация физических результатов) занимает годы или даже десятки лет.

Как было видно из рассмотрения понятий фазового объема и диаграммы Далица, один из наиболее распространенных приемов моделирования реакции взаимодействия частиц состоит в том, чтобы для определенного кинематического состояния начальных частиц (пучка и мишени) случайным образом определить кинематические параметры тех частиц конечного состояния, которые интересуют экспериментатора. При этом должны быть выполнены все известные законы сохранения (энергии-импульса, квантовых чисел и т. п.). Затем прослеживается их "судьба" в экспериментальной установке.

Моделируемые события взаимодействия по своим кинематическим параметрам распределены в фазовом пространстве реакции (Часть 9) по некоторому закону и при моделировании необходимо

[1] Одним из пионеров и энтузиастов этого метода был Г.И.Копылов [2].

обеспечить достаточно плотное заполнение разрешенной кинематикой области фазового пространства (фазовый объем). В простейшем случае (например, когда отвлекаются от динамики реакции), моделируемые события должны быть равномерно распределены по диаграмме Далица или, для многочастичных реакций, по многомерному фазовому объему. Во многих случаях такой подход оправдан. Однако, нередко требуется учесть наличие "пустот", или "каверн" в фазовом пространстве [2], причины появления которых очевидны, а некоторые примеры уже были рассмотрены. Как учесть наличие этих "каверн" наиболее эффективным, в смысле скорости вычислений, образом? Иными словами, как обеспечить розыгрыш событий моделируемой реакции наиболее экономным образом, только в кинематически (в широком смысле) разрешенной области фазового пространства? На этот вопрос не всегда просто ответить, и поэтому представляется полезным познакомить начинающих исследователей с некоторыми практическими приемами, помогающими (или облегчающими) нахождение ответа на него.

Опыт показывает, что приходя в современные коллективы экспериментаторов, работающих в физике элементарных частиц и ядер, физики-новички нередко "изобретают велосипед", когда включаются в моделирование эксперимента. Происходит это потому, что соответствующей учебной литературы немного или она труднодоступна (как, например, хорошее введение в "азбуку" моделирования [71]). Это обстоятельство и послужило мотивом для включения краткого обсуждения способов генерации случайных событий по заранее заданному закону распределения в курс основ кинематики элементарных процессов. Обсуждение опирается на работу [71].

12.1 Псевдослучайные числа.

В основе подавляющего большинства генераторов чисел, распределенных по некоторому, заранее заданному закону, лежит генератор равномерно распределенных на отрезке $(0, 1)$ случайных чисел.

Главные особенности большинства таких генераторов состоят в следующем:

1. Генераторы используют хорошо определенные алгоритмы, по которым создается последовательность чисел, где каждое сле-

дующее число получается из предыдущего. Начальное число хорошо определено.

Это означает, что при нескольких последовательных запусках задачи генерации, пользователь проходит через ту же самую последовательность случайных чисел, если каждый раз начинает генерацию чисел с самого начала.

2. Стартовое число может зависеть от типа компьютера, так что разные компьютеры будут генерировать различные последовательности случайных чисел. В конкретных реализациях граничные значения 0 и 1 могут либо включаться, либо не включаться во множество генерируемых чисел.

3. Название и конкретный алгоритм конкретного генератора случайных чисел, равномерно распределенных на отрезке $(0, 1)$, зависят от применяемой программной и аппаратной платформ.

Ясно, что создаваемые таким образом случайные числа "не вполне случайны", хотя бы из-за конечной длины машинного слова. Поэтому они называются **псевдослучайными**. Отсюда следует также, что генерируемые числа повторяются с некоторым квазипериодом. Если длина генерируемой последовательности меньше этого квазипериода, то распределение генерируемых чисел будет достаточно близким к равномерному, а сами числа будут независимы в статистическом смысле. **Важно знать, каков период генератора на вашем компьютере.** На практике, пользователь всегда должен работать с последовательностями, длина которых намного меньше периода генератора. Только тогда можно быть уверенным в том, что числа действительно случайны в статистическом смысле.

12.2 Генерация событий по заданному закону.

Подробно, и с большим количеством часто встречающихся на практике примеров и алгоритмов, эти вопросы изложены в работе[71]. Простейшие примеры, рассмотренные здесь, взяты именно оттуда.

Одной из типичных и часто встречающихся задач в процессе моделирования эксперимента методом Монте-Карло является проблема генерации случайной величины x, распределенной на интервале

$[A, B]$ по заданному (например, экспериментально измеренному) закону $f(x)$ (здесь $f(x)$ – плотность вероятности).

Очевидно, что удобнее всего иметь такой генератор, который выдает нужное случайное число чаще всего там, где плотность вероятности максимальна. Наиболее эффективная идея решения поставленной задачи основана именно на этой здравой мысли и состоит в следующем.

Разделим интервал $[A, B]$ на N подынтервалов; обозначим конец подынтервала i как x_i; $x_0 = A$; $x_N = B$. Вероятность того, что x принадлежит подынтервалу i есть $\Delta W_i \simeq f(x_i) \cdot (x_i - x_{i-1})$, точнее:

$$\Delta W_i = \int\limits_{x_{i-1}}^{x_i} f(x)dx \quad ; \quad \sum_{i=1}^{N} \Delta W_i = 1 \ . \tag{12.1}$$

Расположим (последовательно) все числа ΔW_i на интервале $[0, 1]$ (поскольку вероятность есть неотрицательное число, не превосходящее 1 по определению). Очевидно, что если *равномерно* распределенное случайное число w, генерируемое соответствующей стандартной программой (условно назовем ее RANF) попадает в интервал j (т.е удовлетворяет условию $\Delta W_{j-1} < w \leq \Delta W_j$), то соответствующее значение случайной величины x есть x_j (или $(x_j + x_{j-1})/2$, что кажется для многих предпочтительнее). Это и есть суть идеи, которую легко запрограммировать.

Другой, нередко используемый способ, состоит в том, чтобы приписать событию с выпадением числа x, генерированного программой RANF[2] , *вес* $w(x)$, но это – как правило – неудобно, тем более, что основная часть машинного времени уйдет на генерацию чисел вдали от максимума (максимумов) распределения. Кроме того, возникает масса других неудобств, если используются критерии отбора событий по тем или иным признакам и необходимо сравнивать выходы событий после таких отборов.

Итак, основная идея – генерировать равномерно распределенное случайное число y с последующим нахождением требуемого числа x по правилу

$$y = \int\limits_{A}^{x} f(x')dx' \ ; \qquad \int\limits_{A}^{B} f(x')dx' = 1 \ . \tag{12.2}$$

[2] Примем для определенности, что генератор случайных чисел, равномерно распределенных на отрезке $(0, 1)$, называется именно так.

Можно поступить и по-другому: найти такую новую переменную $\xi = g(x)$, что $g'(x) = f(x)$. В этом случае $d\xi = g'(x)dx = f(x)dx$, где величина ξ распределена равномерно на интервале $[0, 1]$. Получив ξ с помощью генератора RANF, необходимо решить уравнение $g(x) = \xi$ для того, чтобы получить значение переменной x, распределенной согласно заданной плотности вероятности. Этот метод носит название **метода обратного преобразования**.

Пример 1: экспоненциальное распределение. Проиллюстрируем только что сказанное. Пусть распределение плотности вероятности имеет вид $exp\,(-x/X_0)$, где X_0 есть некая константа. Надо построить генератор, дающий вам случайное число, распределенное по этому закону и подсчитать, сколько чисел из N_0 "выброшенных" генератором окажется больше заранее заданного X_{max}.

Используем метод обратного преобразования. Имеем:

$$d\xi = -\frac{1}{X_0}e^{-x/X_0}dx\ ; \quad \xi = -\frac{1}{X_0}\int\limits_0^x e^{-x'/X_0}dx' = 1 - e^{-x/X_0}$$

$$x = -X_0 \cdot ln(1-\xi)\ . \tag{12.3}$$

Теперь алгоритм выглядит так:

```
--   Инициализация; N0 - полное число
     генерируемых чисел, X0 - параметр распределения,
     Xmax - заданная граница, Nout - искомое количество
     "выброшенных" генератором чисел, превзошедших Xmax.
     Nout=0
-- Начало цикла по i от 1 до N0
    ksi=RANF(1) ; ksi - равномерно распределенное случайное число
    x=-X0*Alog(1.-ksi)
    Если (x.ge.Xmax) Nout=1+Nout
-- Конец цикла по i от 1 до N0
    Вывод Nout
-- КОНЕЦ ПРОГРАММЫ
```

Пример 2: нормальное распределение. Иногда бывает полезным, для решения задачи генерации случайных чисел в "одномерном" множестве, рассмотреть задачу в *большем* числе измерений, чем в изначальной ее формулировке[3]. Проблема генерации

[3] Следует отметить, что это – один из мощных приемов решения самых разнообразных проблем, в том числе – изобретательских.

нормально распределенного случайного числа является превосходной иллюстрацией действенности этого приема.

Итак, пусть надо получить случайное число, распределенное по нормальному закону со средним значением $X = 0$ и параметром дисперсии $\sigma = 1$ (эти два дополнительных условия никак не ограничивают общности рассмотрения), т. е. случайное число x распределено согласно плотности вероятности

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}} exp\,(-x^2/2)\ . \tag{12.4}$$

Выйдем в пространство чисел более высокой размерности ("из линии на плоскость") и рассмотрим задачу на плоскости (x, y), где y – тоже случайное число, распределенное по тому же закону, что x, но **статистически независимое** от него[4]. Тогда вероятность иметь **пару** чисел x и y в интервале $(x, x + dx; y, y + dy)$ есть

$$\begin{aligned} dW_{xy} &= \frac{1}{2\pi} exp\left(-(x^2 + y^2)/2\right) dxdy = \\ &= \frac{1}{2\pi} exp\,(-\rho^2/2)\rho d\rho d\varphi = dW_{\rho\varphi}\ . \end{aligned} \tag{12.5}$$

Можно проинтегрировать по переменной φ и получить следующее распределение для случайной величины ρ:

$$dW_\rho = exp\,(-\rho^2/2)\rho d\rho \Rightarrow W_\rho = exp\,(-\rho^2/2)\,; \tag{12.6}$$

Как видно, использован именно метод "обратного преобразования": W_ρ лежит в единичном интервале $(0, 1)$. Разыгрывая величину W_ρ по равномерному закону в этом интервале, находим случайные величины x и y:

$$\begin{aligned} \rho &= \sqrt{-2\ln(W_\rho)} \\ x &= \rho \cdot cos(\varphi) \\ y &= \rho \cdot sin(\varphi) \end{aligned} \tag{12.7}$$

где φ также равномерно распределенная в интервале $(0, 2\pi)$ величина. В итоге, получаем **два** нормально распределенных случайных числа x и y, вместо одного, как это требовалось вначале!

[4] Этот алгоритм известен столь давно и широко, что трудно даже найти ссылки на его авторов.

Часть VIII

Заключение

Глава 13

Перспективы ядерной физики средних энергий

13.1 Наши "органы чувств".

Работая с объектами микромира экспериментатор не может наблюдать их непосредственно, с помощью своих органов чувств. Более того, проводя наблюдение (измерение) экспериментатор неизбежно изменяет состояние наблюдаемого объекта. Один из наиболее ярких примеров этому – регистрация нейтральных частиц (фотонов, нейтрино, в ряде случаев – нейтронов): измерение обычно выполняется только в одной пространственно-временной точке и зарегистрировав частицу экспериментатор ее либо "уничтожает", либо радикально меняет ее состояние движения. Поэтому заряженные частицы регистрировать и опознавать легче, чем нейтральные.

В самых общих чертах, при регистрации заряженных частиц эксплуатируются явления, возникающие вследствие возмущения атомов или молекул сенсорной среды электрическим полем движущегося заряда, которым обладает частица. Это электрическое поле возбуждает или ионизирует атомы (молекулы) среды, расположенные вблизи траектории частицы. То, что происходит далее, зависит уже

от конкретного типа детектора и его сенсорной среды.

Таким образом, в любом детекторе можно выделить несколько элементов:

1. сенсорную среду, в которой вблизи траектории частицы возникает возмущение ее атомов или молекул;

2. транспортную среду, обеспечивающую транспортировку сигнала о возмущении к регистрирующему элементу. В некоторых детекторах она отсутствует, например – в пузырьковых камерах, камерах Вильсона или в фотоэмульсиях; в других – может совпадать с сенсорной средой (например, рабочая газовая смесь газоразрядных детекторов) либо состоять из разных сред, включая сенсорную (сцинтилляционные счетчики с разнообразными световодами, сцинтилляционные счетчики со сместителями спектра, черенковские счетчики и т. д.).

3. Регистрирующий элемент, преобразующий первоначальный сигнал о возмущении в некоторое макроскопическое возмущение другого вида, поддающееся обнаружению и цифровой обработке. Это последнее может быть неоднородностью в среде (пузырек пара, если сенсорная среда – жидкость, капелька – если среда – пар, зерно серебра в фотоэмульсии после проявления), или электрическим сигналом (от фотодетектора или от электрического разряда), световым сигналом (от электрической искры или стримера) и т. д.

4. Накопитель, где хранится информация о пространственном положении регистрирующего элемента и о характере сигнала, им зарегистрированного. Накопитель информации может совпадать с сенсорной средой (изменившейся после обработки, как фотоэмульсия) или не совпадать с ней (например: фотопленка – в случае пузырьковых камер, память цифрового фотоаппарата, специализированные электронные модули, компьютерная память и т. д.)

Поступившая от детекторов информация обрабатывается далее с целью наиболее полной реконструкции события в системе детекторов и извлечения физической информации. Этот этап в современных экспериментах достаточно длительный и трудоемкий, совершенно немыслимый без использования современной компьютерной техники, достаточно изощренного программного инструментария и вычислительных процедур.

Координатные детекторы (годоскопы, пропорциональные или дрейфовые камеры, полупроводниковые детекторы, гранулированные калориметры и т. д.) в первую очередь сообщают нам о том, **где** прошла частица (как правило, заряженная). Но чтобы опознать частицу, определив ее атрибуты, нужна дополнительная информация о ней. Для заряженных частиц получить эти сведения не слишком сложно. По существу, нужны часы, линейка и магнит. Иногда полезен своеобразный "тонкий" и/или "толстый" калориметр с "термометром" для измерения поглощенной в нем (калориметре) энергии; совместный анализ показаний этих приборов позволяет уверенно отождествить зарегистрированную заряженную частицу.

В самом деле, в "тонком калориметре" измеряется удельное энерговыделение (например – ионизационные потери: по величине появившегося электрического сигнала или по яркости вспышки света), что позволяет определить заряд частицы (зная ее скорость); в "толстом" калориметре измеряется полная энергия этой частицы; комбинируя полученные данные экспериментатор в состоянии, в определенных случаях, найти массу частицы.

Имея линейку, магнит и часы, можно уверенно измерить не только импульс, но и массу частиц единичного заряда, а добавив к ним "тонкий калориметр" - полностью опознать частицу. (Линейкой измеряется пройденный путь и угол отклонения траектории от начального направления в магните, часы дают возможность измерить скорость, направление отклонения траектории в магните говорит о знаке заряда а величина этого отклонения – о величине импульса; комбинируя эту информацию можно вычислить массу, зная заряд).

Например, когда измеряется время пролета (τ) базы L (либо примерно одной и той же для всех регистрируемых частиц, либо измеряемой для каждой частицы отдельно), нетрудно увидеть, что зная импульс и время пролета можно вычислить массу m зарегистрированной частицы:

$$m = p \cdot \sqrt{\left(\frac{c}{L} \cdot \tau\right)^2 - 1}\,, \tag{13.1}$$

где c - скорость света.

Данные ниже рисунки поясняют принцип определения массы частиц по независимым измерениям их импульса и времени пролета.

Однако измерение времени часами не всегда обеспечивает нужную точность вычисления массы частицы. К счастью, порой достаточно установить только факт того, что скорость данной частицы больше некоторой фиксированной величины (для этого можно ис-

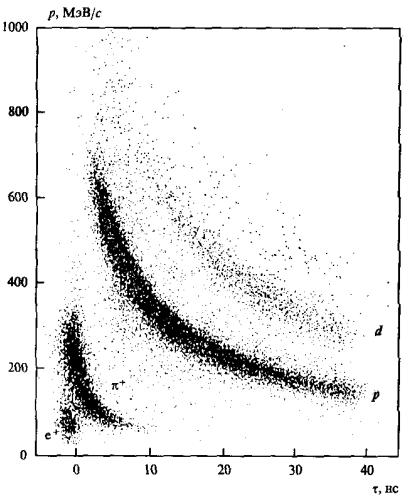


Рис. 13.1. Корреляция между временем пролета на фиксированной базе и импульсом для положительно заряженных частиц [72].

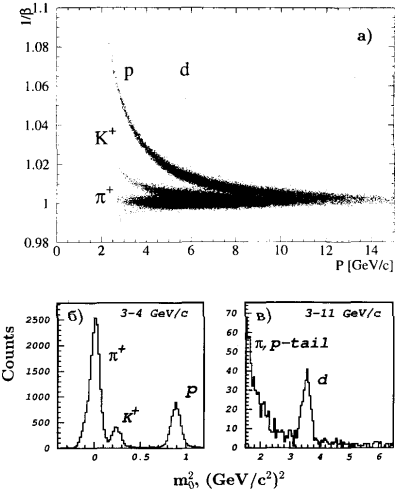


Рис. 13.2. Те же данные - после применения формулы (13.1). На верхней панели – корреляция между импульсом и величиной $1/\beta$ [72].

пользовать эффект Вавилова-Черенкова), чтобы однозначно ее идентифицировать. Современные черенковские счетчики позволяют измерить даже интенсивность черенковского излучения и его угловое распределение для отдельной частицы, что облегчает задачу идентификации.

Используя различие в типе взаимодействия лептонов и адронов и, соответственно, в величине сечений взаимодействия, экспериментаторы отделяют мюоны и электроны от пионов, например: у них разная проникающая способность, а сами процессы потерь энергии на ионизацию развиваются различным образом. Поэтому, например при высоких энергиях, после достаточно "толстого" фильтра регистрируются, как правило, мюоны или нейтрино, но не пионы. Однако, этот принцип разделения мюонов и пионов не универсален. При промежуточных энергиях, когда скорости частиц таковы, что минимум ионизационных потерь еще не достигнут, задача разделения мюонов и адронов (пионов) не столь проста.

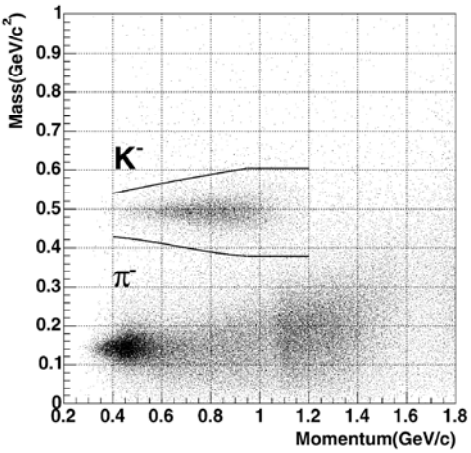


Рис. 13.3. Корреляция между вычисленной массой регистрируемой частицы (ф-ла 13.1) и ее импульсом, из работы [73]. Хорошо видно, как с ростом импульса падает разрешение по вычисленной массе.

Наконец, законы сохранения (электрического заряда, барионного числа, странности и т. п.) и анализ кинематики реакции позволяют достаточно уверенно опознать нестабильные частицы по информации о зарегистрированных продуктах распада. Они же применяются для распознавания конкретной реакции.

Весь этот набор приемов и методов – результат многих лет методических исследований, разработок новых приборов и развития технологии. И наоборот, развитие технологии постоянно стимулируется потребностями эксперимента, поскольку каждый существенно новый эксперимент требует таких новых качеств детекторов или новых материалов, которые еще не существуют или еще не достигнуты в массовом производстве. Поляризационные эксперименты – наиболее яркий пример объединения и использования в одной задаче физических явлений из самых разных областей физики: атомной, физики твердого тела, радиотехники, физики частиц, физики низких температур, термодинамики и т. д.

В современной экспериментальной физике частиц используются комплексы детекторов, совсем непохожие по сложности на установки Резерфорда (хотя по принципу работы детекторов и набору методических приемов измерений сходство есть). Однако важно и то, что

от показаний детекторов до физических характеристик, подлежащих измерению, надо еще уметь правильно дойти. Без современных вычислительных методов и средств это невозможно.

Тесная связь технологии с методикой эксперимента очень хорошо видна на примере эволюции газоразрядных детекторов от счетчика Гейгера до современных "время-проекционных камер" (TPC, или "time projection chambers").

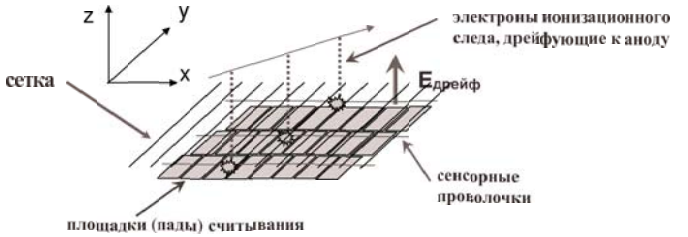


Рис. 13.4. Принципиальная схема время-проекционной камеры.

Принцип работы детектора TPC поясняется на рис. 13.4. По сути дела, время-проекционная камера не что иное, как синтез классической ионизационной камеры с сеткой и пропорциональной камеры. Но ее появление стало возможным именно благодаря современной импульсной электронике.

От ионизационной камеры этот детектор унаследовал дрейфовый объем и сетку, электростатически разделяющую дрейфовый объем и зону регистрации сигнала (рис. 13.4). Электроны ионизационного следа, возникшие вдоль траектории прошедшей заряженной частицы, дрейфуют к сетке с постоянной скоростью, величина которой определяется напряженностью электрического поля в дрейфовом объеме и свойствами наполняющего этот объем газа. Это время измеряется, что позволяет определить продольную (вдоль электрического поля) координату выбранной точки трека.

Пройдя сетку электроны попадают в зону регистрации. Как правило, эта зона является пропорциональной камерой. Разница между разными вариантами время-проекционных камер лишь в том, как организовано измерение обеих координат проекции трека на плоскость регистрации.

В данном примере это делается следующим образом. В зоне регистрации натянуты, как и в пропорциональной камере, сенсорные проволочки. Электростатическое поле, будучи практически однород-

ным у сетки, концентрируется у проволочек (как и в пропорциональной камере). Поэтому электроны в зоне действия данной сенсорной проволоки собираются к ней и вблизи нее развивается пропорциональный разряд. При этом на расположенной вблизи зоны разряда площадке регистрации наводится сигнал, который и регистрируется. Тем самым, по номеру площадки регистрации, определяются координаты (x, y) области трека, спроецированного на плоскость сенсорных проволок. Амплитуда сигнала пропорциональна количеству собранных с трека в эту зону электронов, то есть, величине ионизационных потерь на этом участке трека. Время появления сигнала с данной площадки определяет продольную координату "центра тяжести" соответствующего участка трека. Вся полученная в совокупности информация позволяет не только реконструировать трек, но и провести идентификацию частицы, создавшей ионизационный след, используя измеренную величину удельных ионизационных потерь (конечно, если эта частица имеет скорость ниже той, что соответствует минимальным потерям на ионизацию).

На рис. 13.5 показано реконструированное реальное событие взаимодействия фотонов с протонами в эксперименте на фотонном пучке электронного синхротрона (SPring-8, Япония). Установка LEPS на этом пучке создана по инициативе физиков Исследовательского центра ядерной физики (RCNP) университета Осаки.

Плоскость регистрации (рис. 13.5) видна на первом плане. На ней видны проекции треков на эту плоскость. Примыкающий к ней цилиндрический объем обозначает область расположения жидководородной мишени, вставляемой во внутреннюю полость TPC. Размер отдельных элементов трека в плоскости (x, y) определяется размером регистрирующей ячейки, а оттенок (степень затемнения) отражает величину амплитуды сигнала, зарегистрированного ячейкой (чем больше электронов собрано ячейкой, тем больше амплитуда сигнала и оттенок более темный).

Можно сравнить время-проекционную и пузырьковую камеры. В принципе, они похожи. И в том, и в другом приборе регистрируется ионизационный след заряженной частицы: либо через образованные вдоль него пузырьки, либо прямой регистрацией электронов этого следа. Однако разница между ними очевидна. **Важнейшие преимущества** TPC – управляемость (информация считывается только при появлении триггерного сигнала, тогда как пузырьковая камера срабатывает один раз в несколько секунд независимо от того, случилось ли нужное событие или нет), быстродействие (если в

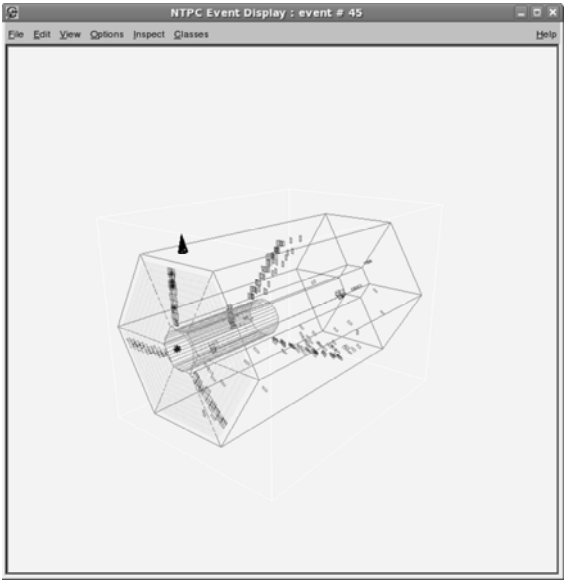


Рис. 13.5. Пример события, зарегистрированного во время-проекционной камере установки LEPS, созданной для изучения взаимодействия фотонов высокой энергии с протонами, дейтронами и ядрами. В данном случае изучались γp взаимодействия.

пузырьковой камере оказалось в момент срабатывания более десятка пучковых частиц, то разобраться в зарегистрированной картине обычно невозможно), тогда как TPC способна работать практически непрерывно, причем прибор можно построить так, чтобы он загружался только продуктами взаимодействия. Наконец, стенки TPC имеют малую радиационную толщину и поэтому этот прибор может быть окружен другими детекторами, работая совместно с ними, тогда как стенки пузырьковых камер слишком "толстые" для этого.

С другой стороны, на сегодняшний день пространственное разрешение TPC уступает разрешению пузырьковых камер. В первую очередь, это обусловлено экономикой: числом каналов регистрации и их стоимостью.

Современные детекторы частиц рассмотрены довольно подробно в книге [74].

13.2 Ближайшие перспективы современной физики релятивистских ядер.

В последние два десятилетия в ядерной физике, взятой в целом, произошли сильные изменения в направлениях исследований. Это вызвано как внешними причинами (в первую очередь – изменениями в технологиях, на которые опирается инструментальная база экспериментальной ядерной физики), так и внутренними, связанными с расширением наших знаний о ядрах и элементарных частицах. На первый план, потеснив проблему существования "стабильных"[1] сверхтяжелых ядер, поставленную более сорока лет тому назад и решенную совсем недавно, вышли задачи, связанные со свойствами сильно взаимодействующей материи (это не обязательно вещество, составленное только из нуклонов) при нормальных и высоких плотностях, "нормальной" и высокой температурах. Иными словами, изучение сильно взаимодействующей адронной (КХД) материи становится главным предметом исследования в физике тяжелых ионов средних и высоких энергий, что отражается в общей тенденции последних десятилетий к унификации программ исследований в физике частиц и в ядерной физике при релятивистских энергиях.

Главный, доступный ныне метод экспериментального изучения сильно взаимодействующей КХД материи – рассеяние ядер. При этом можно выделить три характерные стадии: (1) образование (рождение) такой материи, (2) ее эволюция (например, от горячего и плотного состояния к разреженному и холодному, где уже могут появиться адроны) (3) появление регистрируемых в эксперименте адронов (адронизация) и конденсация в адронную или ядерную материю (рис. 13.6).

Общей для этих стадий особенностью является то, что на каждой из них приходится с неизбежностью иметь дело с проблемами непертурбативного характера. В разных типах реакций приходится иметь дело с разными аспектами этих трех стадий. Например, в любом неупругом рассеянии рождение частиц происходит в различном окружении: в столкновениях "частица-частица" образование новых частиц происходит в области, погруженной в физический вакуум, тогда как в ядро-ядерных столкновениях оно происходит в областях, погруженных в сильно взаимодействующую КХД среду (где, кстати,

[1] Конечно, стабильных в масштабе характерного времени реакций, идущих вследствие сильных взаимодействий.

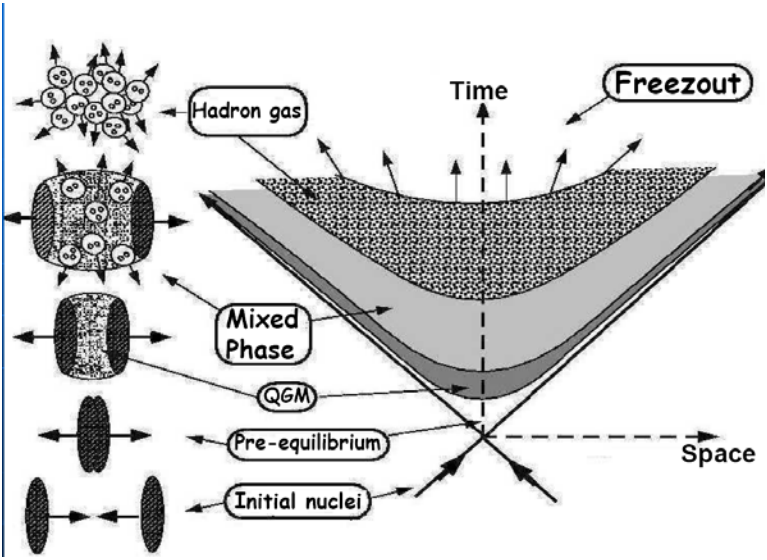


Рис. 13.6. Популярное представление образования сильно взаимодействующей КХД материи при столкновении релятивистских ядер (движутся почти по световому конусу) на пространственно-временной диаграмме. За начало отсчета времени (произвольно) принят момент, когда линия, соединяющая центры масс сталкивающихся ядер перпендикулярна линии, на которой лежит импульс одного из ядер; начало отсчета пространственных координат совпадает с координатами точки наибольшего сближения сталкивающихся ядер (для симметричного столкновения (одинаковые ядра) она совпадает с координатами центра масс системы двух ядер).

некоторые спонтанно нарушенные симметрии могут оказаться восстановленными). Поэтому изменение свойств частиц в среде становится в настоящее время "горячей" темой (могут быть разными в холодной и горячей, плотной и разреженной материи как структурные функции частиц, так и спектры частиц и/или ширины резонансов); адронизация кварков (функции фрагментации) на конечной стадии эволюции КХД вещества также происходит в различном окружении, и т. д. и т. п.

Изучение сильно взаимодействующей адронной (КХД) материи прежде всего подразумевает установление диаграмм состояний (фа-

зовых диаграмм) ядерной материи и нахождение границ, разделяющих разные фазы (т. е. границ, где происходят фазовые переходы – если они вообще происходят).

Согласно современным теоретическим представлениям ожидается, что существуют следующие различные фазы сильно взаимодействующего КХД вещества: адронное вещество, плотное барионное вещество, кварк-глюонная плазма. Вполне возможно, что есть и другие фазы.

При низких энергиях исследуется обычная ядерная материя при нормальной (или низкой) плотности и ее уравнение состояния. Намного хуже исследована область больших плотностей и/или высоких температур. Именно эта область может быть прощупана с помощью тяжелых ионов высоких энергий.

Особо интригующей темой сегодня является вопрос о том, существует ли хотя бы одна критическая точка на диаграмме состояний сильно взаимодействующей адронной (КХД) материи.

Другой, не менее интересный, вопрос обусловлен тем, что эволюция горячей и плотной адронной материи может заканчиваться стадией "ароматизированной" барионной материи, обогащенной гиперонами и странными мезонами. Стабилизирующая роль странности в ядерной материи сегодня является одной из наиболее интересных и не слишком исследованных тем; яркий пример дают нейтроноизбыточные легчайшие гипер-ядра.

Наконец, весьма интересен и вопрос о начальной стадии формирования сильно взаимодействующей КХД материи, где заметную роль могут играть электромагнитные взаимодействия (из-за высокого заряда сталкивающихся ядер и наличия магнитных моментов у нуклонов, как и у конституентных кварков). По теоретическим оценкам, напряженности магнитного поля, например, в области столкновения ядра с ядром, могут достигать чудовищных величин (на пару порядков выше, чем на поверхности т. н. магнетаров): порядка 10^{17} гаусс. Это может приводить к интереснейшим и неожиданным наблюдаемым эффектам, а пространственно-временную диаграмму рис. 13.6 может быть, следует представлять так, как было показано на рис. 2.10.

Итак, экспериментальное изучение в ядро-ядерных столкновениях горячей и плотной, сильно взаимодействующей материи с поиском сигналов о смешанной фазе и критической точке будет в ближайшее десятилетие главным стратегическим направлением в физике тяжелых ионов высоких энергий. Поэтому можно ожидать, что как

сегодня, так и в ближайшее время, развитие ядерной физики средних энергий в целом будет определяться работами над следующими проблемами.

- Свойства ядерной материи при высоких плотностях, уравнение состояния. Проявления ненуклонных степеней свободы ядерной материи, в том числе – кварк-глюонных.

- Поиск фазовых переходов и возможной критической точки на фазовой диаграмме сильно взаимодействующей адронной материи. Поиск возможных сигналов деконфайнмента и/или восстановления киральной симметрии. Многие теоретические модели, включая КХД-вычисления на решетке, указывают, что в области энергий (в системе центра масс, в расчете на нуклон) $\sqrt{s_{NN}} = 4 - 9$ ГэВ для столкновений, например, $Au - Au$ или $U - U$, может находиться критическая точка (по крайней мере - одна) для сильновзаимодействующей квантовохромодинамической материи.

- Свойства элементарных частиц и резонансов в ядерной среде.

- Отклик ядерного вещества на высокие возбуждения, проявления внутренней структуры частиц при малых расстояниях между ними.

- "Экзотические" ядра, в том числе с протяженной нейтронной (или протонной) оболочкой и гипер-ядра [61].

- Релятивистские составные системы и проблема их теоретического описания.

- Среди вопросов, характерных для традиционной ядерной физики (структура ядер и ядерная материя) внимание исследователей сосредоточено сегодня на следующих направлениях:

  - Изучение механизмов образования сверхтяжелых ядер и свойств этих ядер.

  - Распределение вещества в ядрах (протонов, нейтронов); селективное возбуждение уровней; распределения зарядов, распределения токов.

  - Механизмы возбуждения ядерных уровней. Функции отклика на разные типы возбуждений разными пробниками.

- Ядерные силы при "средних" и "малых" расстояниях между нуклонами. механизмы рождения частиц (мезонов, барионов), коллективные (в широком и узком смысле) явления.

- Спектроскопия элементарных частиц; экзотические частицы.

- Многонуклонные взаимодействия и многонуклонные (в первую очередь – трехнуклонные) силы.

- Механизмы рождения частиц вблизи их порогов. Метрологические задачи определения феноменологических констант, необходимых как для традиционной ядерной физики, так и для физики высоких энергий.

Поляризационные явления при средних энергиях.

Собственный момент количества движения частиц и ядер (спин) является одной из их важнейших фундаментальных характеристик, таких же, как масса, заряд, четность, изоспин, странность и т. п. Если бы нуклоны и электроны не имели спина, не было бы, например, сложных атомных ядер и атомов (достаточно вспомнить о принципе Паули и статистиках Ферми и Бозе-Эйнштейна). Не исключено, что именно явления, обусловленные спином электронов и ядер, имели и имеют решающее значение для зарождения и существования жизни.

Долгое время в физике частиц поляризационным явлениям уделялось много меньше внимания, чем в в атомной физике и оптике: как по субъективным, так и по вполне объективным причинам. Эта ситуация кардинально изменилась в конце прошлого века. Оказалось, что при высоких энергиях поляризационные эффекты не исчезают и не малы, и одной из центральных проблем физики частиц стала т. н. проблема спинового кризиса, то есть, поиск ответа на вопрос о происхождении спина нуклонов.

Решающую роль в том, что и экспериментаторы, и теоретики обратились к интенсивному изучению поляризационных явлений в физике частиц и ядерной физике средних энергий сыграл прогресс в технологиях приготовления поляризованных пучков и поляризованных мишеней. Именно:

- Благодаря методическим и техническим достижениям в физике и технике источников поляризованных частиц стало возможным иметь высокие интенсивности и высокие степени поляризации пучков.

- Прогресс в теории и практике эксплуатации ускорителей дал возможность создавать ускорители нового поколения (с жесткой фокусировкой, электронным или стохастическим охлаждением пучка) и ускорять поляризованные частицы до высоких энергий, преодолевая деполяризующие резонансы благодаря изобретению способов сохранения поляризации во время ускорения (пример: "сибирские змейки"). Были изобретены поляризованные внутренние мишени с накопительными трубками, позволившие существенно повысить светимость для поляризационных экспериментов.

- Изобретение способов "заморозки спина" в мишенях и нахождение новых материалов для поляризованных мишеней позволили строить поляризованные мишени больших размеров с высокой степенью поляризации рабочего вещества.

В итоге, "удельный вес" исследований поляризационных явлений при средних и высоких энергиях существенно вырос по сравнению с уровнем шестидесятых-семидесятых годов прошлого века. Такие исследования составляют второе, интенсивно развивающееся, стратегическое направление в физике частиц и ядерной физике средних энергий.

13.3 Заключение.

Есть немало проблем фундаментальной важности, составляющих предмет физики средних (или переходных, промежуточных) энергий. В экспериментальных работах акцент сместился на прецизионные (как в смысле статистической, так и систематической точности) данные, особенно при энергиях вблизи порогов рождения частиц.

На ближайшие два-три десятилетия главным стратегическим направлением в ядерной физике становится физика тяжелых ионов высоких энергий и экспериментальное изучение в ядро-ядерных столкновениях горячей, плотной, сильно взаимодействующей материи, с поиском сигналов о фазовых переходах, смешанной фазе, критической точке (или точках).

Исследования в области промежуточных энергий имеют и менее фундаментальное, но ничуть не менее важное значение для общества также и в других отношениях. Здесь заслуживают внимания:

- Работы прикладного характера для нужд физики высоких и сверхвысоких энергий: калибровка детекторов и других устройств. (Сюда можно отнести, например, калибровку поляриметров, разработку и методические исследования детекторов частиц и т. д.).

- Поиски путей решения проблемы трансмутации элементов (проблема переработки радиоактивных отходов): здесь налицо два аспекта: прикладной и фундаментальный (механизмы расщепления ядер).

- Применение ядерных и протонных пучков в биологии и медицине, в том числе – для радиационной терапии.

Перспективы развития этих ветвей физики ядра и частиц целиком определяются наличием и состоянием развития ее инструментальной базы: ускорителей и детекторов (включая элементную базу для электроники регистрации, компьютерную базу и программный инструментарий для анализа данных и вычислений).

Фундаментальная наука: нужна ли она обществу и зачем?

Удивительно, но до сих пор продолжается странная дискуссия о том, нужна ли нашему российскому обществу фундаментальная наука, хотя вполне достаточно оглядеться в собственном жилище, сделав это внимательно и вдумчиво, чтобы ответить на этот вопрос утвердительно.

Однако, обсуждая подобные темы сегодня, нельзя не коснуться вопросов и о том, как понимать "интернациональность" науки? В каком отношении (или смысле) она действительно интернациональна, и в каком смысле она все же национальна? Как интернациональное и национальное соотносятся между собой, в какой пропорции?

Поскольку "нет пророка в своем отечестве", и российские менеджеры-управленцы до сих пор более склонны прислушиваться к высказываниям конкурентов нашей страны и следовать их советам и рецептам, нежели рекомендациям своих собственных специалистов, нелишне обратить внимание на то, что эти конкуренты говорят о соотношении интернационального и национального во внутренней политике своих стран по отношению к фундаментальной науке.

Вот одна весьма примечательная цитата [2]:

" ... Мы считаем важным инвестировать средства в фундаментальные науки, поскольку они дают технику и технологии, важные для нашей экономики.

Так что мы не возражаем против таких инвестиций. Наш конгресс щедро поддерживает науку, а президент в послании "О положении страны" в нынешнем году выдвинул несколько новых научных инициатив.

Мы считаем, что должны сохранять технологическое лидерство. Конечно, результаты фундаментальных исследований общедоступны для всех стран. **Но чтобы пользоваться плодами таких исследований, необходимо вкладывать средства в инфраструктуру НИОКР, в подготовку квалифицированных кадров, во внедрение разработок фундаментальной науки.** .... "

Еще одна цитата (из речи президента Франции Н. Саркози на открытии 35-й Международной конференции по физике высоких энергий (т. н. Рочестерской), состоявшейся в Париже в июле 2010 года):

"**Страна, которая не дает главный приоритет фундаментальным исследованиям, допускает историческую ошибку.**"

Эта формула полностью согласуется со сказанным Екклезиастом.

[2] 26.05.2006 ИТАР-ТАСС, сообщение о выступлении в С.-Петербурге тогдашнего советника президента США по науке, начальника Управления Белого дома по научно-технической политике Джона Марбургера.

Часть IX

Приложения

Глава 14

Инструментальная база физики частиц и ядер

Любые экспериментальные исследования невозможны без действующей и развивающейся инструментальной базы. Для физики элементарных частиц это – в первую очередь – ускорители частиц и ядер, оснащенные соответствующими экспериментальными установками. Как правило, время жизни ускорителей больше времени жизни установок хотя бы потому, что установки создаются для решения конкретных задач, тогда как ускорители с самого начала создаются для решения многих задач, в том числе и тех, о возможности постановки которых при проектировании машины даже не предполагалось. Поэтому очень важно на этапе проектирования обеспечить ускорительной установке то, что называется "потенциалом для открытий". Здесь требуется и смелость, и дальновидность, и убежденность тех, кто проектирует ускорительную установку. Это тем более важно, что правота или неправота проектировщика выясняется только через достаточно большое время, когда изменить принятые решения уже невозможно. Другой момент, который всегда присутствует при выборе главных параметров ускорителя обусловлен тем, что в науке во многих случаях возникают такие вопросы, когда выбор правильного ответа определяется глубиной знания предмета, а не мнением

большинства. Как говорят в таких случаях, "вопросы истины голосованием не решаются": мнение только одного является правильным, а мнение всех остальных может оказаться заблуждением. Примеров этому в истории науки достаточно. В этом смысле наука не демократична, но она же и не сословна и не авторитарна: истина открывается любому, кто для этого достаточно глубоко проник в суть исследуемого предмета. Этим-то она и прекрасна.

Как уже говорилось, можно говорить о физике высоких энергий, если энергия пучка частиц, падающих на покоящуюся в лаборатории мишень, выше 10-20 ГэВ (более-менее условно). Основу инструментальной базы экспериментов в этой области энергий составляют ускорители электронов и протонов.

Ускорители для физики высоких энергий подразделяются на два больших класса. Во-первых, это ускорители со встречными пучками (коллайдеры), которые в свою очередь бывают двух типов: симметричные (когда создаются два встречных пучка частиц одной и той же массы и энергии) и несимметричные (когда либо энергии встречающихся пучков разные, либо массы частиц пучка существенно различаются). Во-вторых, это ускорители с пучками, направляемыми на покоящиеся в лаборатории мишени (т. н. "ускорители для экспериментов с неподвижной мишенью"). Если принять во внимание тип орбиты пучка в ускорителе, то говорят о линейных (ускоряемый пучок движется по прямой линии) и циклических[1] ускорителях (в них орбита пучка – замкнутая линия, приближенно напоминающая окружность или отрезки окружности, соединенные отрезками прямых). Как правило, современные ускорители высоких энергий – циклические. Не так давно началось обсуждение проекта нового ускорителя для высоких энергий, который изначально проектируется как линейный и должен прийти на смену "Большому адронному коллайдеру" (LHC). Этот новый проект получил название "Международный линейный коллайдер" (ILC).

Одна из особенностей коллайдеров, которую нечасто отмечают в литературе, состоит в том, что экспериментальные установки интегрированы в ускоритель и строятся практически одновременно с ним. Поэтому они создаются как многоцелевые и их нелегко модифицировать. Когда возможности установок исчерпываются, заканчивает свою жизнь и сам коллайдер.

Главная особенность коллайдера с точки зрения кинематики со-

[1] Здесь термин "циклический" является калькой с английского cycle.

стоит в том, что экспериментатор (наблюдатель) находится в системе отсчета, неподвижной относительно центра масс сталкивающихся частиц (если коллайдер относится к т. н. "симметричному" типу, т. е. устраивается столкновение частиц одинакового типа и одинаковой, в с.ц.м., энергии). Поскольку лабораторной системой отсчета всегда считается та, где экспериментальная установка находится в покое, то в экспериментах на симметричных коллайдерах лабораторная система и система центра масс совпадают.

Пусть энергия одного из сталкивающихся пучков коллайдера равна E^* и пусть она много больше массы частиц соответствующих пучков. Тогда переменная Мандельстама s (квадрат полной энергии в системе центра масс)есть $s \approx 4E^{*2}$. Для того, чтобы получить такое же значение s в столкновении тех же частиц, но в кинематике, где в лабораторной системе только одна из них ("снаряд") ускорена, а другая ("мишень") покоится (такие эксперименты в последнее время называют экспериментами с "неподвижной" мишенью[2]), нужно иметь энергию E_{beam} ускоренного пучка

$$E_{beam} \approx \frac{s}{2m_{target}} = 2\frac{E^{*2}}{m_{target}} \ , \tag{14.1}$$

как следует из соотношения (2.4). Таким образом, для достижения одного и того же значения s в опытах с "фиксированной" мишенью нужен в $2E^*/m_{target}$ более мощный ускоритель, чем в коллайдерных опытах. С другой стороны, для коллайдерных экспериментов фактически нужны два идентичных ускорителя (если рассматривать симметричный коллайдер). Другое обстоятельство, работающее **не** в пользу коллайдера, связано с понятием *светимости*, а именно: в опытах с "фиксированной" мишенью достаточно легко увеличивать светимость простым увеличением толщины мишени, тогда как достижение высокой светимости в коллайдерах обеспечивается за счет очень точного сведения пучков в точке встречи и уменьшения их поперечных размеров при увеличении интенсивности пучков. Техническое решение этой задачи довольно сложно. Есть и третье обстоятельство: одни области фазового пространства реакций экспериментаторам легче исследовать при выполнении коллайдерных экспериментов, другие, наоборот, в экспериментах с неподвижными мишенями. Именно поэтому неразумно ограничиваться только экспериментами одного из этих типов.

[2] В англоязычной литературе используется термин "fixed target experiments".

Понятие светимости.

Одна из важнейших характеристик любого ускорителя – интенсивность пучка, так как она определяет частоту появления (в единицу времени) исследуемых событий. В последние десятилетия стала популярной другая характеристика "интегрального" типа, а именно – **светимость**. Она удобна для коллайдеров, но полезна и для ускорителей "с фиксированной мишенью". В последнем случае светимость определяется интенсивностью и "фактором заполнения" ("duty factor"), т. е. длительностью импульса излучения и толщиной мишени (см. формулу (8.7)):

$$L = N_{nucl} \cdot \frac{I}{\tau} \cdot \delta = l \cdot \frac{\rho}{A} \cdot \frac{I}{\tau} \cdot \delta \cdot 6.022 \cdot 10^{23} \times n_{mol} = \frac{n}{\sigma} \ , \qquad (14.2)$$

где N_{nucl}– число ядер-мишеней в одном см^2 на пути пучка, I– число частиц в импульсе излучения, δ– "фактор заполнения" ("duty factor"): $\delta = \tau/T$ (здесь τ– длительность импульса излучения, T– период повторения этих импульсов (все – в секундах)); l– толщина мишени (в см), ρ– плотность вещества мишени (в г/см^3), A– молекулярный вес вещества мишени (в г/моль), n_{mol} – число атомов, содержащих ядра-мишени в молекуле вещества мишени, n– число событий исследуемого процесса в единицу времени (сек), σ– его поперечное сечение.

Оценка выхода исследуемых событий согласно (14.2) верна для очень тонких мишеней, когда поглощением частиц (пучковых и/или регистрируемых) можно пренебречь. Обычно учет мультипликативной поправки на поглощение делается отдельно, и даже тогда, когда она заметна, формула (14.2) используется для приближенной быстрой оценки выхода исследуемых событий, например, при планировании эксперимента. Еще одно очевидное предположение, скрытое в формуле (14.2), заключается в том, что мишень полностью перехватывает пучок, т. е. ее поперечное сечение не меньше поперечного размера пучка.

Размерность светимости – 1/(см$^2\cdot$ сек); поэтому ее обратная величина дает значение сечения, при котором нужные события появляются с частотой 1 Гц (т. е. один раз в секунду). В Табл. 14.1 даны характерные светимости при разных интенсивностях пучка, падающего на мишень толщиной 1 см при факторе $\delta = 1$.

Интенсивность пучка часто приводят в μA или mA; полезно помнить, что для *однозарядных частиц* ток в 1 μA соответствует

Таблица 14.1. Светимости для мишеней толщиной 1 см при $\delta = 1$.

Вещество	ρ, г/см^2	A	L(I=10^6/сек)	σ(1 Гц)
H_2 (жидк.)	0.0708	2	$4.2{\cdot}10^{28}$	24 мкбн
CH_2	0.92-0.95	14	$4.02{\cdot}10^{28}$ (углерод)	25 мкбн
Al	2.7	27	$6.02{\cdot}10^{28}$	17 мкбн
Pb	11.35	207	$3.3{\cdot}10^{28}$	33 мкбн

$\approx 6.25{\cdot}10^{12} \approx 2\pi{\cdot}10^{12}$ частиц/сек. Наоборот: интенсивность в 10^{12} частиц/сек соответствует току $\approx 0.16\ \mu A \approx \frac{1}{2\pi}\ \mu A$.

14.1 Ускорители для физики высоких энергий.

Большинство действующих ускорителей для высоких энергий находится вне России. Некоторые из них (коллайдеры) упомянуты в книге [25], в частности:

(1) асимметричный (электрон/позитрон)-протонный коллайдер HERA (Германия, вблизи Гамбурга, центр DESY) с энергиями пучков, соответственно, 27.5 ГэВ/с $\times$ 920 ГэВ/с; поляризованные электроны/позитроны также были доступны. Свою работу он закончил.

(2) Симметричный протон-антипротонный коллайдер TEVATRON (ФНУЛ, США с энергиями пучков 1 ТэВ/с $\times$ 1 ТэВ/с).

(3) Симметричный протон-протонный и ядро-ядерный коллайдер LHC (ЦЕРН, Швейцария; 7 ТэВ/с $\times$ 7 ТэВ/с. Начал свою работу в 2009 году.

Действующие в настоящее время коллайдеры других центров:

- асимметричный электрон-позитронный коллайдер PEP-II с пучками 9 ГэВ/с (e^-) $\times$ 3.1 ГэВ/с (e^+) и светимостью 10^{33} см$^{-2}$с$^{-1}$, работает в Стэнфорде (SLAC, США);

- асимметричный электрон-позитронный коллайдер KEKB в Японии с пучками 8 ГэВ/с (e^-) $\times$ 3.5 ГэВ/с (e^+) и светимостью 10^{34} см$^{-2}$с$^{-1}$;

- В Институте физики высоких энергий (Пекин, Китай), прекрасно работает электрон-позитронный коллайдер с энергией пучков до 2.8 $\times$ 2.8 ГэВ и светимостью до 10^{31} см$^{-2}$с$^{-1}$;

- ядро-ядерный коллайдер RHIC в Брукхейвене (США), способен также работать с пучками протонов (250 ГэВ/с $\times$ 250 ГэВ/с) и дейтронов, в том числе поляризованных (поляризованные протоны и поляризованные дейтроны).

Из циклических ускорителей, находящихся вне России, нужно также упомянуть:

- SPS, который не только служит промежуточным ускорителем в составе комплекса LHC, но и еще некоторое время продолжит свою работу в качестве самостоятельного ускорителя протонов с максимальным импульсом до 400 ГэВ/с (или ядер с таким же полным импульсом); схема ускорительного комплекса ЦЕРН показана на рис. 14.1;

- начавший свою работу протонный ускоритель JPARC в Японии с пучками до 50 ГэВ/с;

- работающий с 1960 года ускоритель AGS (33 ГэВ/с, Брукхейвен, США).

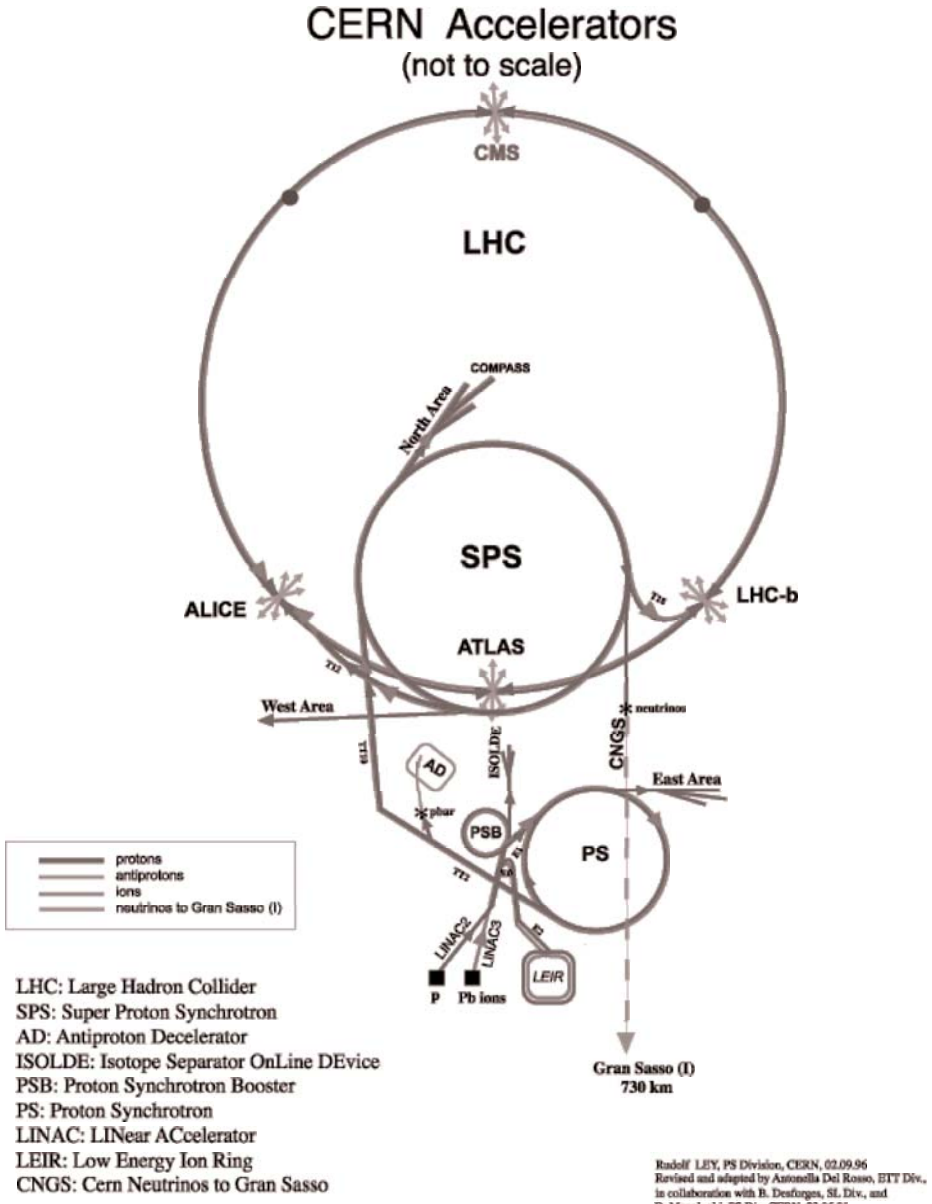


Рис. 14.1. Ускорительный комплекс ЦЕРН. Общая схема.

В России для физики высоких энергий пока еще работают два ускорителя:

- протонный синхротрон в ИФВЭ (Протвино, энергия пучка до 70 ГэВ/с (см. рис. 14.2). Он запущен в 1967 году. Более подробную информацию об ускорителе и его истории можно найти на сайте ИФВЭ.

- Электрон-позитронный коллайдер ВЭПП-4М (ИЯФ им. Будкера в Новосибирске; 6 ГэВ/с $\times$ 6 ГэВ/с. Коллайдер ВЭПП-4 запущен 14 ноября 1979 г., в 1992 году он был модернизирован в ВЭПП-4М. (Рис. 14.3).

Основные параметры

Максимальная энергия	76 ГэВ
Энергия инжекции	1.32 ГэВ
Интенсивность пучка протонов в импульсе	1.7×10^{13}
Частота повторения импульсов	0.11 Гц
Периметр орбиты	1483.63 м
Радиус кривизны орбиты в магнитном блоке	194.12 м
Число магнитных блоков	120
Число суперпериодов магнитной структуры	12
Прирост энергии за оборот	170 кэВ
Частота ускоряющего напряжения	5.5–6.1 МГц
Длительность цикла	~9 сек
Индукция магнитного поля	0.355 кГс
Длительность плато	2 сек
Порядок фокусировки	FODO
Бетатронная частота	9.75–9.85
Кратность ускорения	30
Критическая энергия	8 ГэВ
Размеры гладкой вакуумной камеры	200×100 мм^2

Рис. 14.2. Основные параметры ускорителя У-70 в ИФВЭ, Протвино.

Electron-Positron Facility VEPP-4M

The VEPP-4M facility is an electron-positron collider of the State Research Center, Budker Institute of Nuclear Physics, Siberian Branch of Russian Academy of Science, Novosibirsk.

Current status

See VEPP-4 status
to get current status (beam current, energy, etc.)

Recent view

Some photos of VEPP-4M facility

Date of Commissioning

The VEPP-4M is the updated facility of that having been operated during the period from 1979 to 1985. It's updating was undertaken for an increase in its luminosity and for the change of its detector. The booster storage ring VEPP-3 was put into operation again in 1986 and the VEPP-4M was really commissioned in 1992.

The Most Important Subjects of Work

- Physics of Y-meson resonances
- Two-photon physics
- Generation of high energy beams of gamma-quanta
- Electro- and photo-nuclear physics
- The use of synchrotron radiation (SR) in research and applications

The Main Technical Parameters of the Facility

VEPP-4M is the only one in Russia collider with the high energy beams of electrons and positrons.

The VEPP-4M accelerator facility consists of the electron-positron collider VEPP-4M at an energy up to 6000 MeV, a synchrotron at an energy of 350 MeV, and linear accelerator which enables the obtaining of 7 MeV electrons or positrons. Both the storage ring VEPP-3 and the VEPP-4M collider are used in experimental studies. These installations have rooms specially equipped for the operation with SR beams. At the VEPP-4M there is the ROKK-1M installation (Backward Scattered Compton Quanta), producing the polarized tagged gamma-quanta within the energy range from 50 to 1600 MeV, obtained with the method of the backward Compton scattering of the laser light on the VEPP-4M electron beam.

Рис. 14.3. ВЭПП-4М: общие сведения.

14.2 Циклические ускорители для физики переходной области.

В этом разделе кратко характеризуются ускорители для физики промежуточных энергий, действующие в России; характеристика ускорителей этого класса в других странах дана выборочно. Отобраны только те действующие машины, которые дают для экспериментаторов первичные пучки ускоренных протонов и ядер. Ускорители электронов или позитронов здесь не рассматриваются.

Примечательно, что в последние десятилетия возник заметный "перекос" в сторону ускорителей лептонов (электронов и позитронов), если обсуждать только ускорители для промежуточных энергий. Этой тенденции не видно пока только в Германии: набор ускорительных машин в этой стране более-менее сбалансирован.

Чем шире спектр доступных экспериментаторам снарядов, тем лучше; нужны как ускорители электронов и позитронов, так и адронные (с пучками ядер, протонов, нейтронов и вторичными пучками мезонов). Чтобы убедиться, что баланс между машинами обоих классов необходим, достаточно задаться простым вопросом: а много ли бы мы знали о ядерных силах (и нуклон-нуклонном потенциале в частности), если бы эксперименты проводились бы только (и исключительно) на ускорителях электронов?

14.2.1 Действующие в России ускорители.

Основной базой ядерной физики промежуточных энергий в России остается Объединенный Институт Ядерных Исследований в Дубне (ОИЯИ), основанный в 1956 году.

Ускорительный комплекс ЛФВЭ ОИЯИ.

До 2003 года ускорительный комплекс Лаборатории физики высоких энергий (ЛФВЭ им. Векслера-Балдина) Объединенного Института Ядерных Исследований состоял из двух ускорителей: Синхрофазотрона (старейший и единственный в мире из тех ускорителей с "мягкой" фокусировкой, которые проработали почти 50 лет) и Нуклотрона – первого в Европе действующего сверхпроводящего синхротрона с жесткой фокусировкой, построенного в самые тяжелые для

российской науки годы. Можно сказать, что он был введен в строй скорее вопреки господствовавшей в те времена политике в области науки и культуры, чем "благодаря..."(см. [99] и Табл.14.2).

Таблица 14.2. Технические характеристики ускорителей ЛФВЭ

Параметр	Синхрофазотрон	Нуклотрон
Макс. кинетическая энергия T_{max} протонов, ГэВ	9	12
Макс. кин. энергия ядер с $Z/A = 1/2$; T_{max}, ГэВ/А	4	6
Частота повторения (1/Т) циклов/сек	0.1	$0.1 \div 1.0$
Длительность вывода ("растяжка") τ, сек	0.5	до 10
Фактор заполнения (δ)	0.05	до $\sim$1
Вакуум, торр	$10^{-6} \div 10^{-7}$	$10^{-10} \div 10^{-11}$
Потребляемая мощность, МВ	8	1.5
Макс. поле в диполях, Т	1.1	2.0
Периметр, м	207.1	251.5
Количество сверхпровод. диполей, шт.		96
Количество сверхпровод. квадруполей, шт.		64
Апертура диполей, мм		110
Общая охлаждаемая масса, т		$\sim$80
Мощность гелиевых ожижителей при 4.5°К, кВ		2×1.6

Комплекс ЛФВЭ имеет довольно богатый набор ускоряемых пучков, включая поляризованные пучки дейтронов, протонов и нейтронов. Особенностью этого ускорительного комплекса является наличие поляризованной протонной или дейтронной мишени, которая может быть использована для экспериментов как на неполяризованных, так и на поляризованных пучках. Такое сочетание у нынешних ускорительных комплексов встречается довольно редко. На рис.14.6 представлена упрощенная схема комплекса и его пучков, а в Табл.14.3 приводится перечень ускоряемых частиц и ядер. Интенсивности пучков Нуклотрона в настоящее время соответствуют стадии I; стадия II требует создания бустера-накопителя, поэтому

Таблица 14.3. Прежние и проектные интенсивности пучков ускорительного комплекса ЛФВЭ (частиц/цикл); знаком * отмечены квазимонохроматические выведенные пучки нуклонов, получаемые из выведенных дейтронных пучков после реакции развала $d \to p$. Данные, помеченные знаком (*) – интенсивность, ожидаемая после ввода в эксплуатацию нового источника поляризованных ионов.

Пучок	Синхро-фазотрон	Нуклотрон (I)	Нуклотрон + бустер (II)
p	$4 \cdot 10^{12}$	10^{11}	10^{13}
n	10^{10}	$5 \cdot 10^{8}$	10^{11}
d	10^{12}	$5 \cdot 10^{10}$	10^{13}
$\mathbf{d}_{pol}$	$(1-5) \cdot 10^{9}$	$2 \cdot 10^{10}$ (*)	$2 \cdot 10^{10}$ (*)
$^{*}\mathbf{p}_{pol}$	$\sim 2 \cdot 10^{6}$	$\sim 10^{8}$	$\sim 10^{8}$
$^{*}\mathbf{n}_{pol}$	$\sim 10^{6}$	$\sim 10^{8}$	$\sim 10^{8}$
^{3}**He**	$2 \cdot 10^{10}$		
^{4}**He**	$5 \cdot 10^{10}$	$5 \cdot 10^{9}$	$2 \cdot 10^{12}$
^{7}**Li**	$2 \cdot 10^{9}$	$2 \cdot 10^{10}$	$5 \cdot 10^{12}$
^{12}**C**	10^{9}	$7 \cdot 10^{9}$	$2 \cdot 10^{12}$
^{16}**O**	$5 \cdot 10^{7}$		
^{20}**Ne**	10^{4}	$2 \cdot 10^{8}$	$5 \cdot 10^{9}$
^{24}**Mg**	$5 \cdot 10^{6}$	$3 \cdot 10^{8}$	$5 \cdot 10^{11}$
^{28}**Si**	$3 \cdot 10^{4}$		
^{40}**Ar**		$3 \cdot 10^{7}$	$2 \cdot 10^{9}$
^{56}**Fe**			10^{11}
^{65}**Zn**			$5 \cdot 10^{10}$
^{84}**Kr**		$2 \cdot 10^{7}$	$5 \cdot 10^{10}$
^{96}**Mo**			10^{10}
^{119}**Sn**			$2 \cdot 10^{8}$
^{131}**Xe**		10^{7}	$2 \cdot 10^{8}$
^{181}**Ta**			10^{8}
^{238}**U**		$3 \cdot 10^{6}$	10^{8}

в таблице даны ожидаемые (расчетные) значения. В ноябре 2002 г. было успешно осуществлено ускорение поляризованных дейтронов в Нуклотроне и на выведенном из него пучке поляризованных дейтронов были проведены физические эксперименты.

В настоящее время началась работа над новым проектом ОИЯИ: созданием коллайдера для тяжелых ионов на базе Нуклотрона (проект НИКА). Контуры этого проекта даны в разделе 2.4.2.

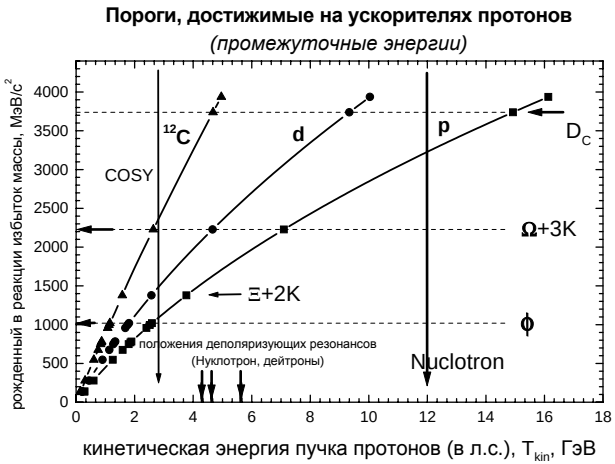


Рис. 14.4. Доступ к порогам рождения частиц в pp, $p\,d$ и $p\,^{12}C$ взаимодействиях. Абсцисса: лабораторная кинетическая энергия протонного пучка (для ядер (дейтронов и т. п.) это соответствует кинетической энергии на один нуклон). Стрелки над осью абсцисс указывают положения слабых деполяризующих резонансов в Нуклотроне для поляризованного d пучка (см. работу [100]). Другие детали этого рисунка поясняются в Части II.

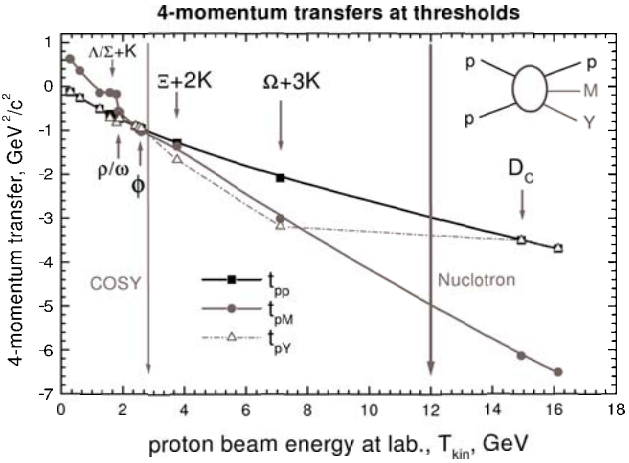


Рис. 14.5. Передачи 4-импульса при рождении частиц на пороге в pp взаимодействиях. Другие детали этого рисунка поясняются в Части II.

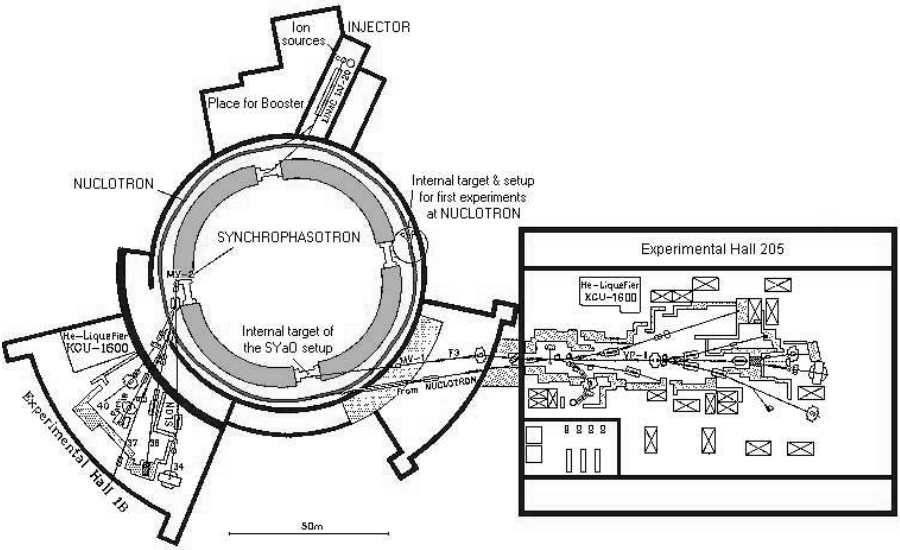


Рис. 14.6. Общая схема ускорителей ЛФВЭ ОИЯИ.

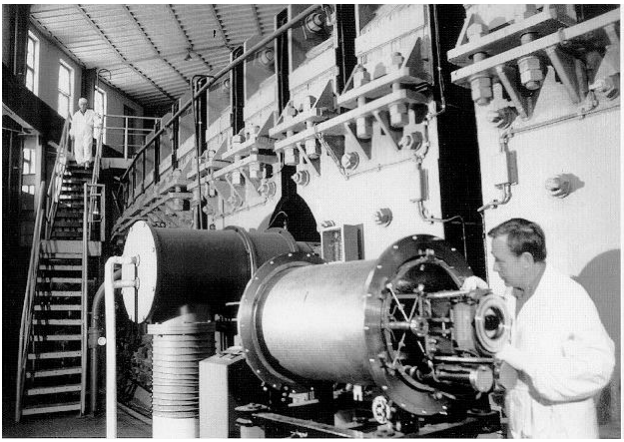


Рис. 14.7. Элемент Нуклотрона (дипольный магнит на переднем плане) в кожухе тепловой изоляции на фоне магнита Синхрофазотрона.

Синхроциклотрон ПИЯФ (Гатчина).

Информацию о ПИЯФ - Петербургском Институте Ядерной Физики, и его протонном ускорителе (макс. кинетическая энергия протонов около 1 ГэВ) можно найти на сайте ПИЯФ (см. [101] и перечисленные там же статьи); там же приводится краткий очерк истории физики частиц в ПИЯФ. Параметры ускорителя и выведенных пучков даны в Табл.14.4 и Табл.14.4-14.6.

Таблица 14.4. Важнейшие параметры синхроциклотрона ПИЯФ.

Параметр	Значение
Диаметр полюсов, м	6.85
Зазор между полюсами, см	50
Макс. поле на радиусе вывода	1.78 Т
Амплитуда ускоряющего поля	8 кВ
Частота повторения	40-60 Гц
Частота в ускоряющих электродах	30-13 Мгц
Макс. ускоряющее напряжение	500 кВ
Интенсивность внутреннего пучка	$3\mu A$
Эффективность вывода	30%
"Фактор заполнения"	50%
Вакуум	10^{-6} торр
Общий вес	8000 тонн

Таблица 14.5. Параметры протонных пучков в ПИЯФ.

Пучок, Назначение	T_{kin}, ГэВ	$\Delta T/T$, %	Интенс.,1/сек
протоны Основной p-пучок	1	1	$< 6 \cdot 10^{12}$
протоны Медицинский пучок, поперечный размер 3-5 мм^2	1	1	10^8
протоны Спектрометрический пучок	1	10^{-1}	10^8
протоны Второй p-пучок с фокусом в зале ускорителя	1	1	10^{10}

Таблица 14.6. Параметры вторичных пучков ПИЯФ.

Частицы	Импульс, МэВ/с	$\Delta p/p$, %	Интенс., 1/сек	Примечание
				Ахроматический режим
π^+	450	6	10^6	
π^-	450	6	$3 \cdot 10^5$	
				Ахроматический режим
π^+	250	2.5–12	$3 \cdot 10^6 - 1.6 \cdot 10^7$	
π^-	250	2.5–12	$3 \cdot 10^5 - 10^6$	
μ^+	29	12	$3 \cdot 10^4$	
				Разделенные пучки
μ^+	175	10	$3 \cdot 10^5$	
μ^-	160	10	$9 \cdot 10^4$	

Таблица 14.7. Нейтронный пучок ПИЯФ.

T_{kin}	Интенсивность 1/сек	Длительность, нсек	Частота, Гц
10^{-2} эВ – 100 МэВ	$3 \cdot 10^{14}$	10	50

В опытах, выполненных на этом ускорителе, было очень подробно изучено рассеяние протонов на большом числе ядер и получено много прецизионных данных об упругом и неупругом рассеянии с возбуждением ядерных уровней, структуре ядер и распределении плотности ядерного вещества в различных ядрах. Здесь существенную роль сыграл удачный выбор энергии ускорителя во время его проектирования (ускоритель запущен в 1967 г. и вышел в эксплуатационный режим в апреле 1970 г.): при кинетической энергии около 1 ГэВ для анализа данных по упругому и неупругому (с возбуждением ядерных уровней) рассеяния хорошо применима теория рассеяния Глаубера-Ситенко.

Ускоритель ИТЭФ (Москва).

Этот ускоритель относится к классу синхротронов с жесткой фокусировкой. Он был построен в Москве, в ИТЭФ, как прототип-модель

70-ГэВного ускорителя ИФВЭ (Протвино) и способен ускорять протоны до энергии 10 ГэВ, т. е. работает практически в том же диапазоне, что и ускорительный комплекс ЛФВЭ ОИЯИ. Протонный пучок используется как сам по себе, так и для генерации пучков вторичных частиц (мезонов). Физическая программа исследований на этом ускорителе включает в себя большое число экспериментов по ядерной физике промежуточных энергий с акцентом на исследования кумулятивных процессов и подпорогового рождения каонов и антипротонов. В этом направлении было получено много интересных и важных результатов.

Перечисленными машинами исчерпывается список"адронных" ускорителей на промежуточные энергии, действующих в России.

14.2.2 Действующие вне России ускорители.

Ускоритель COSY (Юлих, Германия).

Ускоритель COSY в Юлихе – современная машина с электронным охлаждением пучка. Его максимальная проектная энергия протонов (кинетическая) была 2.5 ГэВ. В настоящее время она доведена до 2.83 ГэВ, что немного выше порога рождения ϕ-мезонов в протон-протонных столкновениях. Ускоритель способен ускорять дейтроны а также обеспечить ускорение поляризованных протонов. Основные проектные параметры даны в Табл.14.8; более детальная информация о проекте этого ускорителя может быть найдена, например, в докладе [102] и на сайте по указанному там же адресу. Экспериментальные установки ориентированы, в основном, на работу с внутренними мишенями, в том числе – струйными мишенями с атомными пучками поляризованных протонов и дейтронов. Инфраструктура выведенных пучков недостаточно развита (например, по сравнению с ОИЯИ или с превосходным, но уже давно демонтированным, ускорителем САТУРН-II, см. раздел 14.2.3), как можно видеть из рис.14.8.

Таблица 14.8. Основные параметры ускорителя COSY

Параметр	Значения
p_{max}	3.30 ГэВ/с
p_{max}^{actual}	3.65 ГэВ/с
$\delta p/p$	$0.5 \cdot 10^{-4}$
Интенсивность ускоренного пучка	$2 \cdot 10^{11}$
Интенсивность выведенного пучка (резонансный вывод)	$5 \cdot 10^{9}$ 1/сек
Интенсивность выведенного пучка (медленный вывод)	$2 \cdot 10^{10}$ 1/сек
duty cycle, внутренний пучок	$0.2 - 1$ (зависит от эксперимента) ≈ 1 (микроструктура)
duty cycle, выведенный пучок	0.99 (зависит от эксперимента)
светимость (внутр. пучок)	$10^{28} \div 10^{34}$ 1/(см^2 сек)
размер выведенного пучка (ширина на полувысоте)	0.5×0.5 мм

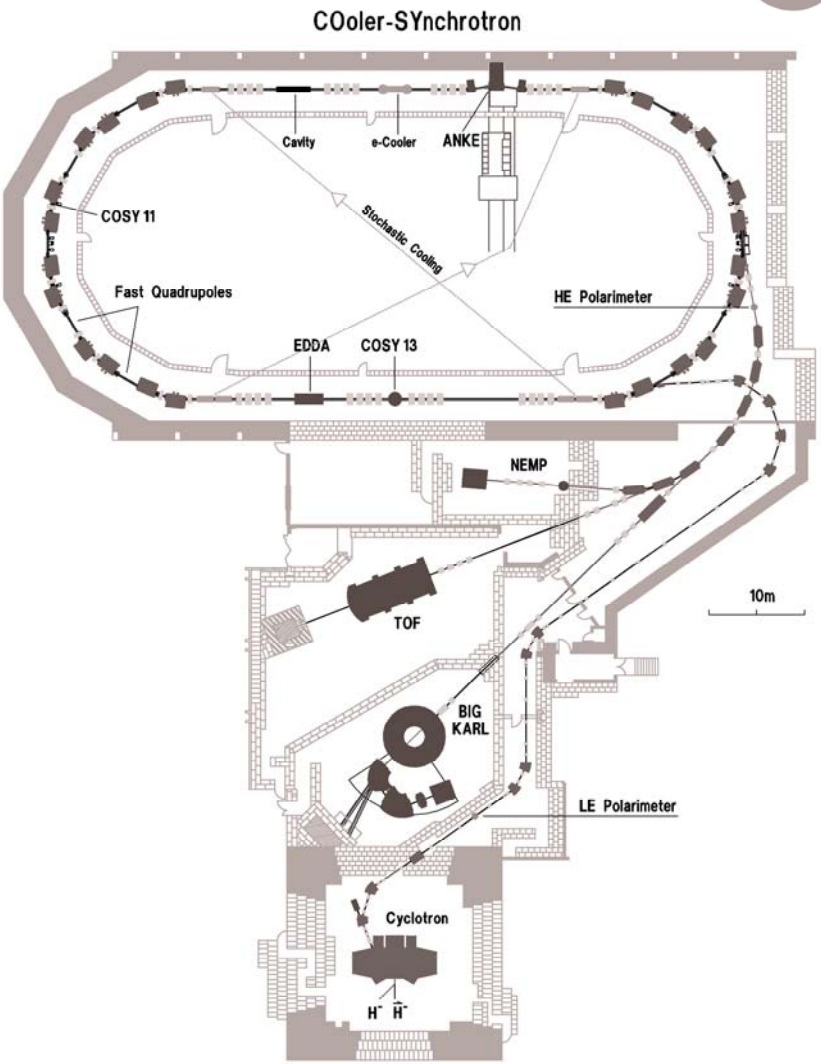


Рис. 14.8. Общая схема ускорителя COSY.

Ускорительный комплекс GSI/FAIR.

Этот ускорительный комплекс находится вблизи Дармштадта (Германия); он предназначен для исследований реакций взаимодействия тяжелых ионов релятивистских энергий. Его нынешняя программа исследований сформировалась под заметным влиянием научной программы ОИЯИ, чему способствовало давнее сотрудничество Германии с ОИЯИ.

Таблица 14.9. Проектные параметры пучков комплекса SIS100/300.

Программа	Макс. энергия	Интенс. за цикл	Средн. интенс.	Структура импульса
Пучки радиоактивных ионов	0.4 ÷ 1.5 GeV/u все эл-ты до урана	$5 \cdot 10^{11}$ для опытов на накопителе	$3 \cdot 10^{11}$/сек большой duty cycle для внешн. мишеней	≤ 60 нс (накоп.)
Антипротоны	29 ГэВ/с	$4 \cdot 10^{13}$	...	≈ 25 нс
Плотная ядерная материя	до 34 ГэВ/u U	...	$2 \cdot 10^{9}$/сек большой duty cycle	медл. вывод
Физика плазмы	ионы 0.4 – 1 ГэВ/u	$1 \cdot 10^{12}$	...	100-50 нс (фикс. мишени)
Атомная физика	ионы 1 – 10 ГэВ/u	...	10^{9}/сек большой duty cycle	медл. вывод

Комплекс состоит из двух ускорителей и накопительного кольца (UNILAC, SIS и ESR), предназначенных для ускорения тяжелых ионов, создания пучков нестабильных (радиоактивных) ядер и исследований их взаимодействий. О проектных параметрах нынешнего комплекса можно найти информацию в работах [103].

В настоящее время комплекс способен ускорять ядра вплоть до ^{238}U до максимальной кинетической энергии ~ 2 ГэВ/нуклон (или ~ 4 ГэВ для протонов). Интенсивность ограничена эффектами про-

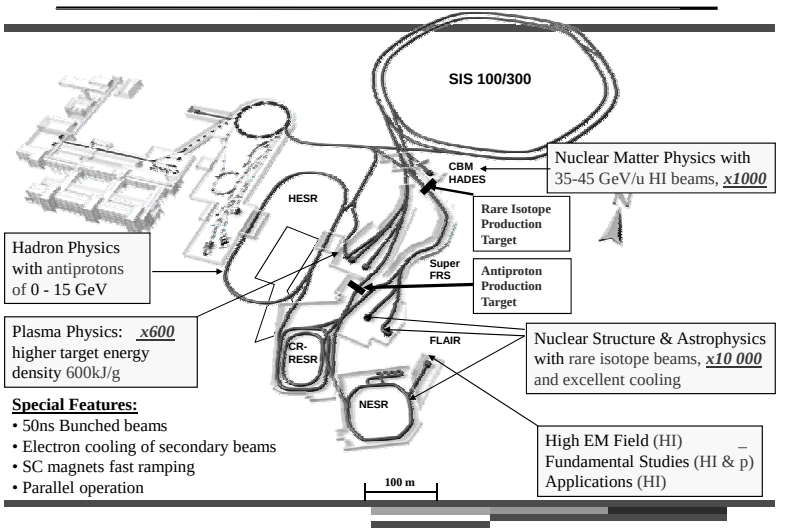


Рис. 14.9. Существующий ускорительный комплекс GSI показан слева в сером оттенке; он включает линейный ускоритель UNILAC, тяжелоионный синхротрон SIS18, сепаратор фрагментов FRS и накопительное кольцо для экспериментов ESR. В темном оттенке показаны будущие элементы: синхротрон для тяжелых ионов (двойное кольцо) SIS100/300, накопительные кольца (для высоких энергий HESR, кольцо собирания CR, кольцо для ядерных фрагментов NESR), сверхпроводящий сепаратор фрагментов Super-FRS и детекторные станции (PANDA, CBM) для экспериментов. Комплекс UNILAC/SIS18 выступает в роли инжектора для SIS100/300. Врезки поясняют назначение отдельных элементов комплекса.

странственного заряда пучка, влияющими на динамику ускорения (для ядер неона эти эффекты уже существенны при интенсивности около $4 \cdot 10^{10}$ частиц/цикл). "Растяжка" пучка - от 0.02 сек до 4 сек, энергии выведенных пучков – от 100 МэВ/А до 2 ГэВ/А. ESR (с электронным охлаждением) обеспечивает пучки ядер от C до U с энергиями до 0.8 ГэВ/А.

В 2002 г. начато проектирование нового будущего крупного ускорительно-инструментального комплекса FAIR. В нем активно участвуют физики и инженеры России и ОИЯИ.

Таблица 14.10. Важнейшие параметры синхротронов и накопителей с охлаждением пучка будущего нового комплекса FAIR.

Кольцо	Периметр, м	Откл. способность, Тм	Макс. энергия	Особенности
Синхротрон SIS100. Быстроцикл. магниты 2 Т, 4 Т/с	1083.6	100	2.7 ГэВ/u U^{28+} 29 ГэВ протоны	Сжатие сгустка до 60 нс раб. вакуум $5 \cdot 10^{-12}$ мбар
Синхротрон SIS300. Цикл. сверхпров. $cos\theta$ магниты 6 Т, 1 Т/с	1083.6	2300	34 ГэВ/u U^{92+}	Медл. вывод с высоким duty cycle, раб. вакуум $5{\cdot}10^{-12}$ мбар
Кольцо–коллектор CR. Быстрое стохаст. охлаждение радиоактивных ионов и $\bar{p}$, масс-спектрометр для короткоживущих ядер	212	13	740 МэВ/u, A/q=2.7; 3 ГэВ антипротоны	Аксептанс для $\bar{p}$ 240×240 mm·mrad, $\Delta p/p = \pm 3 \cdot 10^{-2}$
Накоп. кольцо RESR. Накопление $\bar{p}$ после предв. охлаждения в CR	245	13	740 МэВ/u, A/q=2.7; 3 ГэВ антипротоны	Быстрое (1 Т/с) замедление короткожив. ядер

Таблица 14.11. Важнейшие параметры синхротронов и накопителей с охлаждением пучка будущего комплекса FAIR (продолжение).

Новое эксперимен-тальное накоп. кольцо NESR	222	13	740 МэВ/u, A/q=2.7; 3 ГэВ антипротоны	Электронное охлажд. р/активных ионов пучком e^- до 450 КэВ, прецизионн. масс-спектрометр; накопл. и стохастич. охлажд. $\bar{p}$, опыты на внутр. мишенях с атомами и электронами, рассеяние электронов ядрами.
Накопит. кольцо для высоких энер-гий HESR	574	50	14 ГэВ анти-протоны	Стохастич. охлаждение $\bar{p}$ до 14 ГэВ, электрон-ное охлаждение $\bar{p}$ до 9 ГэВ

Циклотрон Института им. Пауля Шеррера (Швейцария).

В Институте им. Пауля Шеррера (PSI) есть несколько машин, которые используются для прикладных исследований или ядерной физики низких энергий, но секторный сильноточный циклотрон в основном был нацелен на задачи физики частиц и ядерной физики промежуточных энергий (вблизи нижней границы этой области). Это протонный ускоритель с возможностью ускорения поляризованных протонов. Высокая интенсивность протонного пучка (большой ток) позволяет получать достаточно интенсивные нейтронные и пионные пучки (поэтому его относят также к "мезонным фабрикам"). В настоящее время работы на этой машине ориентированы, главным образом, на прикладные исследования.

Основные параметры машины можно найти, например, в справочнике [104]; некоторые из них даны в Табл.14.12.

***

Перечисленные в этом разделе ускорители для адронной физики промежуточных энергий расположены в европейской части Евразийского континента. В этом списке нет появившихся недавно в Китае

Таблица 14.12. Важнейшие параметры ускорителя PSI.

Параметр	Значение
Энергия инжекции (МэВ)	72
Макс. энергия выведенного пучка (МэВ)	595
Степень монохроматичности выведенного пучка	2%
Макс. ток выведенного пучка (квазипостоянный, миллиампер)	1.5
Макс. интенсивность выведенного пучка	$9.4 \cdot 10^{15}$/сек
Длительность сгустка	$\sim$1 нсек
Длительность интервала между сгустками	19.75 нсек
Частота в ускоряющих электродах	50.63 Мгц

аналогичных ускорителей; не охарактеризованы также и машины, существующие (или вступающие в число действующих) в Японии (кроме циклотрона Университета г. Осаки, см. далее).

Ускорители адронов с максимальными энергиями выше 1 ГэВ/нуклон на других континентах либо отсутствуют, либо прекратили работу в качестве самостоятельного источника адронных пучков промежуточных энергий для исследований по фундаментальной физике (как в США, где протонный ускоритель на 800 МэВ в Лос-Аламосе используется теперь исключительно для исследований по военной тематике; в Брукхейвенской Национальной Лаборатории машина AGS работает как инжектор для коллайдера релятивистских тяжелых ионов RHIC).

Кольцевой циклотрон в RCNP (Университет Осаки).

Этот ускоритель [105] похож на секторный циклотрон в Виллигене (Институт им. Пауля Шеррера, Швейцария), но отличается более высокой степенью монохроматичности пучка из-за более современной ускоряющей ВЧ системы. Он способен ускорять протоны, дейтроны, ядра ^3He и α-частицы, а также другие легкие ионы до энер-

Таблица 14.13. Важнейшие параметры кольцевого циклотрона университета Осаки

Параметр	Значение
Число секторов магнита	6
Зазор между полюсами	6 см
Макс. поле	1.75 Т
Радиус инжекции	2 м
Радиус вывода	4 м
Общий вес	2200 тонн
Частота в ускоряющих электродах	30-52 Мгц
Макс. ускоряющее напряжение	500 кВ
ВЧ мощность	250 КВт/резонатор
Число резонаторов	3
Дополнительный резонатор	"Flat-top"
Частота "Flat-top" резонатора	90 – 156 Мгц
Среднее расстояние между сгустками	$\sim$ 60нс
"Ширина" (σ) сгустка во времени	0.35 нс

гий (кинетических) 400, 200, 510, 400 и $400 \cdot Q^2/\mathrm{A}$ МэВ соответственно. Интенсивность выведенных пучков – до 1 μA – ограничена требованиями радиационной безопасности. Система инжекторов обеспечивает возможность ускорения поляризованных протонов, дейтронов и ядер ^3He с варьируемой ориентацией поляризации выведенного пучка. Эта машина хорошо приспособлена для проведения экспериментов по ядерой физике, равно как и опытов по рождению пионов вблизи порога, включая кумулятивную (для пионообразования) область. Особенность ускорительно-инструментального комплекса, привлекающая экспериментаторов: высокое качество выведенных пучков и отличные спектрометры.

Ядро инструментальной базы этого комплекса состоит из времяпролетного нейтронного спектрометра и двух высококачественных спектрометров заряженных частиц (Grand Raiden и Спектрометр с Большим Аксептансом – LAS), которые могут работать вместе как двухплечевая установка. Основные характеристики машины и спектрометров приведены в Табл.14.13, 14.14. Спектрометр Grand Raiden имеет в своем составе также дипольный магнит для вращения спина, что позволяет измерять параметры вращения спина вторичных частиц. Каждый из спектрометров имеет в фокальной плоскости детектор с дрейфовыми камерами и поляриметром для измерения поляризации вторичных частиц.

Таблица 14.14. Важнейшие параметры спектрометрического комплекса Grand Raiden–LAS.

Параметр	Grand Raiden	LAS
Средний радиус траектории в анализирующем магните	3 м	1.75 м
Полный угол отклонения	162°	70°
Диапазон углов рассеяния в горизонт. плоскости	$-5° - -90°$	$-10° - -135°$
Макс. значение $B \cdot \rho$	5.5 Тм	3.2 Тм
Захват по импульсу	5%	30%
Горизонт. увеличение	-0.42	-0.40
Вертик. увеличение	-0.42	-0.40
Макс. разрешение по импульсу	37076	4980
Макс. разрешение по энергии (до 1.1 ГэВ/с протонов)	1/20000	
Общий вес	600 тонн	150 тонн

В том же энергетическом диапазоне, что и ускоритель центра RCNP, работает ускоритель в ЮАР.

14.2.3 Ускорители недавнего прошлого.

Комплекс CELSIUS (Уппсала, Швеция).

Этот ускоритель, как и COSY, имел систему электронного охлаждения пучка. Сведения о его основных параметрах можно найти в работах [106] и в Табл.14.15. Ускоритель был рассчитан на работу исключительно с внутренними мишенями. В настоящее время его работа закончена, ускоритель и его установки демонтированы; одна из них (WASA) перебазирована в Германию, на комплекс COSY и продолжает эксплуатироваться там.

Таблица 14.15. Важнейшие физические параметры ускорителя CELSIUS

Параметр	С охлаждением	Без охлаждения
T_{kin}^{max} (протоны), МэВ	550	1360
$\Delta p/p$	$2 \cdot 10^{-4}$	$2 \cdot 10^{-3}$
Интенсивность (протоны)	10^{10}	10^{11}
Размер пучка в области внутренней мишени (гориз.×верт.)	2×1 мм	5×2.5 мм

Ускоритель Национальной Лаборатории САТУРН (Сакле).

В 1958 г. в ядерно-физическом центре Сакле (вблизи Парижа) было завершено строительство и началась регулярная работа протонного ускорителя, ставшего базовой установкой образованной к тому времени Национальной Лаборатории САТУРН (LNS).

В 1978 году, двадцать лет спустя, этот ускоритель был реконструирован, оснащен бустером-накопителем МИМАС, введены в эксплуатацию новые источники ионов, включая источники поляризованных частиц (протонов, дейтронов и ядер ^6Li). Реконструированный ускоритель был назван САТУРН-II, был оснащен превосходными (для того времени) спектрометрами, что позволило выполнять на нем первоклассные исследования. После 1992 года стало возможным

ускорять тяжелые ядра, с отношением заряда к атомному номеру $Z/A \geq 0.22$.

Таблица 14.16. Диапазон энергий пучков ускорителя САТУРН-II

Z/A	min T_{kin}/A, МэВ/А	max T_{kin}/A, МэВ/А
1	100	2950
2/3	46	1746
1/2	26	1169
0.4	16.7	839
0.3	9.4	532
0.25	6.5	392

Кроме пучков неполяризованных частиц и ядер (см. Табл. 14.16, 14.17), ускоритель позволял проводить эксперименты с пучками поляризованных протонов (с поляризацией до 90%), поляризованных дейтронов (причем их векторная поляризация была до 60%, а тензорная – до 90%) и поляризованных ядер лития-6 (с интенсивностью до 10^{10} частиц/цикл). Длительность импульса излучения могла выбираться от 100 миллисекунд до 1 секунды, период повторения импульсов излучения был (при максимальной энергии пучка) около 4.5 секунд.

На САТУРН-II был исследован ряд методов пересечения деполяризующих резонансов, созданы квазимонохроматические пучки нейтронов, для чего использовалась реакция развала $d \to n$. Эти результаты нашли применение на других действующих ускорителях.

Комплекс имел хорошо развитую инфраструктуру выведенных пучков, оснащенных высококачественными многоцелевыми спектрометрами и поляризованной мишенью. Все это сделало LNS привлекательным международным центром исследований в области физики частиц и ядер при промежуточных энергиях. Во многих отношениях эта машина и ее инструментарий превосходили ускоритель COSY (достаточно сравнить их параметры), обеспечивая физикам больше возможностей для экспериментов. За 20 лет ее работы было получе-

но немало первоклассных физических и методических результатов (см. сборник [107]).

К сожалению, потенциал этого ускорителя не был реализован в полной мере: в декабре 1997 года, через 20 лет после превращения САТУРН-I в САТУРН-II, он был остановлен. Это недальновидное решение было принято на основе не столько научных, сколько политических причин. В настоящее время адронных ускорителей для промежуточных и высоких энергий во Франции (да и в других европейских странах, кроме России, Германии и Швейцарии) нет.

Таблица 14.17. Интенсивности пучков ускорителя САТУРН-II (частиц/цикл)

Частицы	Неполяризованные	Поляризованные
p	$7 \cdot 10^{11}$	$2 \cdot 10^{11}$
d	$5 \cdot 10^{11}$	$3 \cdot 10^{11}$
^{3}**He**	$4 \cdot 10^{11}$	
^{4}**He**	$4 \cdot 10^{11}$	
^{12}**C**	10^{9}	
^{14}**N**	10^{9}	
^{16}**O**	$2 \cdot 10^{8}$	
^{20}**Ne**	$2 \cdot 10^{8}$	
^{40}**Ar**	10^{8}	
^{84}**Kr**	$2 \cdot 10^{6}$ (30^{+})	
^{84}**Kr**	$8 \cdot 10^{6}$ (26^{+})	
^{128}**Xe**	$2.5 \cdot 10^{6}$	

14.3 Проект коллайдера НИКА в ОИЯИ.

Исследовательскую программу ОИЯИ в области физики частиц и атомных ядер промежуточных энергий на 2010-2017 годы планируется сосредоточить вокруг следующих проблем:

- Прощупывание разных областей диаграммы состояния для горячей и плотной адронной материи, а именно:

- поиск фазовых переходов:
  - КХД материи в адронную и ("ароматизированную") барионную материю,
  - переходы типа "жидкость-туман" (в том числе, на последней стадии эволюции сильно взаимодействующей КХД материи, то есть на стадии адронизации/конденсации).
- Поиск смешанной фазы и критической точки (или точек): существуют ли они?

- Свойства экзотических ядер (в том числе понимание природы стабилизирующей роли странности, внедренной в ядерную материю; свойства гипер-ядер).

- Поиск и исследование сигналов о нарушениях фундаментальных симметрий при столкновениях релятивистских тяжелых ионов.

- Исследования поляризационных (зависящих от спина) явлений в реакциях взаимодействия нуклонов и легчайших ядер между собой и с атомными ядрами (от легких до тяжелых).

Для осуществления этой программы необходимы новые инструменты, и в ближайшие 5-6 лет в ОИЯИ планируется создать новый ускорительный комплекс для физики релятивистских тяжелых ионов, включающий в себя Нуклотрон, накопитель-коллайдер тяжелых ионов НИКА и соответствующие современные многоцелевые детекторы.

Коллайдер будет составлен из двух колец со сверхпроводящими магнитами с максимальной магнитной жесткостью 45 Тм и периметром $\geq$ 340 м; максимальное поле в диполях будет $\sim$ 2.0 Т. В настоящее время рассматривается схема с двумя точками пересечения пучков; в этих точках будут расположены детекторы MPD (многоцелевой детектор для исследований горячей и плотной сильно взаимодействующей КХД материи) и SPD (детектор для изучения поляризационных явлений).

Комплекс Нуклотрон-НИКА должен обеспечить:

1. проведение экспериментов по физике ядро-ядерных взаимодействий в интервале кинетических энергий пучков 1$\div$4.6 ГэВ/нуклон (с возможностью pA столкновений);

2. работу с поляризованными пучками протонов (протон-протонные столкновения) в области кинетических энергий пучков $5 \div 12.3$ ГэВ (с возможностью $p^{\uparrow}A$ столкновений);

3. работу с поляризованными пучками дейтронов (и возможностью $d^{\uparrow}A$ столкновений) в интервале кинетических энергий пучков $2 \div 5.7$ ГэВ/нуклон.

Предусматривается сохранение возможности проведения экспериментов с пучками, выведенными из Нуклотрона в экспериментальный зал на неподвижные (в лаб. системе) мишени, равно как и с внутренними мишенями в кольцах Нуклотрона и коллайдера.

Работа коллайдера планируется при фиксированной энергии (без ускорения пучка в кольцах): она будет определяться Нуклотроном.

Важнейшей целью создания коллайдера является обеспечение экспериментов пучками релятивистских тяжелых ионов типа Au, Pb или U с кинетическими энергиями в области $1 \div 4.5$ ГэВ/нуклон при светимости не менее $1 \cdot 10^{27}$ см$^{-2}$·с$^{-1}$ (при $T_{kin} \approx 3.5$ ГэВ/нуклон). В протон-ядерной моде работы ожидается примерно такой же уровень светимости.

При работе с пучками поляризованных протонов и дейтронов ускорительный комплекс должен обеспечить уровень светимости не ниже $1 \cdot 10^{30}$ см$^{-2}$·с$^{-1}$ во всем планируемом диапазоне энергий. Необходимость использования бустера для получения пучка поляризованных протонов анализируется. Для получения пучка поляризованных дейтронов явной необходимости использовать бустер нет.

Вторичные пучки поляризованных протонов и нейтронов для экспериментов на покоящихся мишенях могут быть получены из пучка поляризованных дейтронов, если использовать реакцию развала дейтрона.

Для сохранения поляризации *протонных* пучков во время ускорения в Нуклотроне и проведения измерений после их накопления в коллайдере, предусматривается установка соответствующего оборудования в кольцах этих машин. Проблемы пересечения деполяризующих резонансов в Нуклотроне для дейтронных пучков практически нет, т. к. для дейтронов в нем нет резонансов "неидеальности".

Глава 15

Для любознательных

15.1 Преобразования систем координат.

Обсудим здесь вопрос о преобразованиях компонент поляризации и поляризационных состояний при преобразованиях систем координат, следуя работе [88].

Перед тем как рассматривать преобразования спиновых состояний при вращениях системы координат с началом в точке O, напомним, что происходит при этом с компонентами обычного трехмерного вектора.

Будем обозначать через r обычное *физическое вращение*: утверждение, что некий предмет испытывает, например, вращение $r_z(\theta)$, где θ положителен, означает, что этот предмет физически двигается вокруг оси OZ на угол θ так же, как вращается правый винт, ввинчивающийся в направлении оси OZ.

Обозначим через $\mathbf{A}^r$ результат операции вращения, произведенного над данным трехмерным вектором $\mathbf{A}$. Заметим, что можно либо повернуть объект, не меняя системы координат, либо повернуть систему координат, не трогая объект. Пока речь идет только об одном-единственном объекте в поле нашего зрения, это одно и то же, хотя иногда эти два случая различают, говоря об "активной" и "пассивной" интерпретации преобразования. Когда же речь идет об объекте нашего внимания в окружении других, то эти две ин-

терпретации преобразования ("активная" и "пассивная") начинают различаться[1].

Компоненты A_i^r повернутого вектора $\mathbf{A}^r$ связаны с компонентами A_i исходного вектора $\mathbf{A}$ линейным соотношением

$$A_i^r = R_{ij} \cdot A_j \tag{15.1}$$

в котором 3×3 матрица R с элементами R_{ij}, очевидно, зависит от r. Если записать компоненты A_i в виде вектор-столбца, то в матричных обозначениях соотношение (15.1) будет выглядеть как

$$\mathbf{A}^r = R \cdot \mathbf{A} \ . \tag{15.2}$$

Например, если $r = r_y(\theta)$ (вращение на угол θ вокруг оси Y), то

$$R\left[r_y(\theta)\right] = \begin{pmatrix} cos(\theta) & 0 & sin(\theta) \\ 0 & 1 & 0 \\ -sin(\theta) & 0 & cos(\theta) \end{pmatrix} \tag{15.3}$$

Как правило, обычно используется набор трех ортогональных единичных базисных векторов $\mathbf{e}_{(i)}$, направленных вдоль трех координатных осей. Если поворачивается один из них, скажем, $\mathbf{e}_{(j)}$, то компоненты вектора $\mathbf{e}_{(j)}^r$ будут связаны с компонентами $\mathbf{e}_{(j)}$ в соответствии с (15.1). Но можно представить $\mathbf{e}_{(j)}^r$ в виде линейной комбинации $\mathbf{e}_{(i)}$ и увидеть, что

$$\mathbf{e}_{(j)}^r = R_{ij} \cdot \mathbf{e}_{(i)} = \left(R^T\right)_{ji} \cdot \mathbf{e}_{(i)} \tag{15.4}$$

где R^T есть транспонированная матрица R. (Напомним, что матрица вращений R ортогональная: $R^T R = R R^T = 1$.)

Подчеркнем, что в (15.1) для преобразования координат фигурирует R, а для преобразования ортов (в формуле (15.4)) – транспонированная матрица этого вращения.

Обсудим вопрос о том, как связаны между собой описания одного и того же физического объекта, которые дают разные наблюдатели, использующие разные координатные системы (здесь речь идет пока только о вращениях, т. е. используемые системы координат различаются только тем, что они повернуты относительно друг друга).

[1] Сравните "локальное" и "глобальное" калибровочное преобразование в случае электромагнитного поля, например.

Пусть $\mathbf{A}$ есть *фиксированный* вектор, компоненты которого в системе S наблюдателя O есть A_j. То есть,

$$\mathbf{A} = \sum_j A_j \cdot \mathbf{e}_{(j)} \ . \tag{15.5}$$

Пусть O' – наблюдатель, использующий систему отсчета S^r, повернутую относительно S вращением r. Естественно, что он использует свои базисные вектора $\mathbf{e}^r_{(l)}$ и для него

$$\mathbf{A} = \sum_l (A_l)_{S^r} \cdot \mathbf{e}^r_{(l)} \ . \tag{15.6}$$

То есть, с учетом (15.4),

$$(A_i)_{S^r} = R_{ij}\left(r^{-1}\right) \cdot A_j \ , \tag{15.7}$$

где использовано соотношение

$$[R(r)]^{-1} = R\left(r^{-1}\right) \ . \tag{15.8}$$

Иными словами, если *система отсчета поворачивается вращением* r, то компоненты *фиксированного вектора*, наблюдаемого в системах S^r и S, связаны через $R(r^{-1})$, в отличие от (15.1).

Для спиноров спина s рассмотрение проводится в полной аналогии с проведенным выше для обычных трехмерных векторов. Именно, вводятся $(2s+1)$ базисных спинора $\eta_{(m)}$ следующего вида:

$$\eta_{(s)} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ . \\ . \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \ , \ \eta_{(s-1)} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ . \\ . \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \ , \ \ldots \ , \ \eta_{(-s)} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ . \\ . \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \ , \tag{15.9}$$

которые представляют собственные состояния оператора $\hat{s}$ и спинор общего вида записывается в виде

$$\chi = \sum_m \chi_m \cdot \eta_{(m)} \tag{15.10}$$

Числа χ_m имеют смысл "компонент" спинора χ. По аналогии с (15.7), компоненты этого спинора в повернутой системе отсчета $(\chi_m)_{S^r}$ связаны с его компонентами χ_m следующим образом:

$$(\chi_i)_{S^r} = \mathcal{D}^s_{ij}(r^{-1})\left(r^{-1}\right) \cdot \chi_j \ , \tag{15.11}$$

где матрицы $\mathcal{D}^s(r^{-1})$ являются матрицами $(2s+1)$-мерного представления группы вращений r. (Они, как известно, унитарны: $\mathcal{D}^\dagger\mathcal{D}=1$.) По аналогии с (15.4), для базисных спиноров ("ортов"):

$$\eta_{(m)} = \mathcal{D}^{(s)}_{m'm}\cdot\eta^r_{(m')} \tag{15.12}$$

Это уравнение можно истолковать так: состояние, описываемое наблюдателем O в системе S как $\eta_{(m)}$, описывается наблюдателем O^r, работающим в повернутой относительно S системе координат, суперпозицией состояний $\eta^r_{(m')}$, выбранных им в качестве базисных.

Иными словами: когда наблюдатель O в системе отсчета S видит частицу спина s в состоянии $|sm>$, наблюдатель O^r, чьей системой отсчета является S^r, полученная из S вращением r, видит состояние частицы как $|sm>_{S^r}$, где

$$|sm>_{S^r} = \mathcal{D}^{(s)}_{m'm}(r^{-1})\cdot|sm'> \quad . \tag{15.13}$$

Опять, по аналогии с рассмотренным ранее случаем трехмерного обычного вектора, можно говорить об *активном* преобразовании (вращении) состояния $|sm>$ в $|sm>^r$, и сравнивая с (15.4), понимать $|sm>^r$ как вектор состояния, заданный

$$|sm>^r = \mathcal{D}^{(s)}_{m'm}(r)\cdot|sm'> \quad , \tag{15.14}$$

что можно записать немного в другом виде, как это принято в квантовой механике, а именно, ввести оператор $U(r)$, представляющий вращение r и действующий прямо на вектор состояния:

$$|sm>^r = U(r)|sm> \quad . \tag{15.15}$$

Отсюда видно, что

$$\mathcal{D}^{(s)}_{m'm}(r) = <sm'|U(r)|sm> \tag{15.16}$$

и выражение (15.13) приобретает вид

$$|sm>_{S^r} = U\left(r^{-1}\right)|sm> \quad . \tag{15.17}$$

Несколько примечаний о специфике случая спина $\mathbf{1/2}$.
1) Матрицы Паули σ_j с одной стороны, представляют компоненты оператора спина $\hat{s}_j$, а с другой – образуют базис для разложения

2×2 эрмитовых матриц. Для случая более высокого спина s наиболее общая эрмитова матрица характеризуется $(2s+1)^2$ вещественными параметрами, и набор трех матриц S_i, аналогичных матрицам Паули, никак не может дать базис для такого разложения.
2) Двухкомпонентный спинор χ наиболее общего вида может быть охарактеризован четырьмя вещественными параметрами, из которых один, представляющий общую фазу, несуществен. Если этот спинор нормирован на единицу, то остаются два независимых вещественных параметра. То есть, без потери общности можно записать

$$\chi = \begin{pmatrix} cos\,(\theta/2)\, e^{-1\phi/2} \\ sin\,(\theta/2)\, e^{1\phi/2} \end{pmatrix} \ . \tag{15.18}$$

Если теперь вычислить вектор поляризации $\mathcal{P}_\chi$, определенный как

$$\mathcal{P}_\chi \equiv \langle \boldsymbol{\sigma}_\chi \rangle \equiv \chi^\dagger \boldsymbol{\sigma} \chi \ , \tag{15.19}$$

то окажется, что

$$\mathcal{P}_\chi = (sin\theta cos\phi,\, sin\theta sin\phi,\, cos\theta) \ , \quad \mathcal{P}_\chi^2 = 1 \ . \tag{15.20}$$

Вектор $\mathcal{P}\chi$ принято называть вектором поляризации для состояний χ. Его знание полностью характеризует эти состояния.
3) В случае более высоких спинов поляризационный вектор для состояния χ определяется как

$$\mathcal{P}_\chi = \frac{\langle \hat{s} \rangle_\chi}{s} \ , \tag{15.21}$$

но теперь недостаточно знать три компоненты $\mathcal{P}_\chi$, чтобы зафиксировать $[2(2s+1)-2]$ независимых параметра $(2s+1)$-мерного спинора χ.

Наконец, матрицы S_i, представляющие спиновые операторы s_i для спина s преобразуются при вращениях как вектор, то есть

$$\mathcal{D}^{(s)}(r) S_i \mathcal{D}^{+(s)}(r) = R_{ij}\left(r^{-1}\right) S_i \ . \tag{15.22}$$

4) Для спина $\mathbf{1/2}$ соотношение (15.22) хорошо известно в своей эквивалентной, но несколько более простой форме, связывающей ожидаемые (средние) значения в системе S^r с соответствующими средними в S:

$$\langle \sigma_i \rangle_{S^r} = R_{ij}\left(r^{-1}\right) \langle \sigma_j \rangle \ . \tag{15.23}$$

Спин и спиральность в релятивистском случае.

В релятивистской теории частице сопоставляется инвариантное спиновое квантовое число s. Но только в случае, когда частица покоится, можно указать соответствующий набор спиновых операторов $\hat{s}$ и далее действовать так, чтобы использовать обычный формализм нерелятивистской квантовой механики. Можно показать, что действие вектора Паули-Любанского на состояния в системе покоя как раз те же самые, что и у операторов углового момента $\hat{J}_i$, так что все свойства нерелятивистского спина относительно вращений сохраняются и для покоящейся частицы.

Поэтому для частицы в покое удобно зафиксировать систему отсчета и далее классифицировать ее состояния в точности так же, как в нерелятивистском случае, т. е. используя собственные состояния $|ss_z>$ операторов $\hat{s}^2$ и $\hat{s}_z$. Однако, для движущейся частицы классификация состояний не так очевидна.

Стандартный подход к получению состояний произвольного импульса состоит в том, чтобы подействовать на состояния покоя соответствующим Лоренцевым преобразованием. Рассмотрим другой, более физичный, но эквивалентный способ решения этой проблемы. Применим тот же способ рассуждений, что был использован только что, при рассмотрении преобразований вращения.

Обозначим произвольное физическое преобразование Лоренца как l и будем по-прежнему обозначать физическое вращение как r, а чистые Лоренцевы преобразования вдоль осей координат как l_j, $j = x, y, z$.

Надо отметить, что последовательность преобразований важна. Например, если сначала повернуть систему S вокруг ее оси y на угол θ (назовем полученную систему S'), а затем сделать чисто Лоренцево преобразование в новую систему S'', двигающуюся со скоростью v вдоль оси Z системы S', то полное преобразование из S в S'' можно представить как

$$S \to S'' = l_{z'}(v)\, r_y(\theta)\, S \ . \tag{15.24}$$

Чисто Лоренцево преобразование в произвольном направлении обозначается как $l(\mathbf{v})$, где, по соглашению,

$$l(\mathbf{v}) \equiv \left[r^{-1}(\mathbf{v})\right] {}'' l_{z'}(v)\, r(\mathbf{v}) \ . \tag{15.25}$$

Здесь $r(\mathbf{v})$ есть вращение вокруг $\mathbf{e}_{(z)} \times \mathbf{v}$ такое, что оно поворачивает ось Z на направление $\mathbf{v}$, а $\left[r^{-1}(\mathbf{v})\right]$ есть обратное к нему, но приложенное к "убыстренной" системе.

Если на 4-вектор A подействовать физическим Лоренцевым преобразованием l, то оно преобразует этот вектор в новый вектор A^l. Компоненты A^l связаны с компонентами вектора A согласно

$$A^l_\mu = \Lambda_{\mu\nu}(l)A_\nu \ , \tag{15.26}$$

где 4×4 матрица Λ зависит от l. Когда это просто вращение, имеем:

$$\Lambda(r) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & & & \\ 0 & & R & \\ 0 & & & \end{pmatrix} \ , \tag{15.27}$$

где R – матрица, определенная в (15.1). Если же l есть чистое Лоренцево преобразование ("буст") к скорости v вдоль оси z, то

$$\Lambda\left[l_z(v)\right] = \begin{pmatrix} \cosh u & 0 & 0 & \sinh u \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ \sinh u & 0 & 0 & \cosh u \end{pmatrix} \ , \tag{15.28}$$

где $\cosh u = 1/\sqrt{1-v^2}$ или $\tanh u = v$.

Теперь ограничимся случаем частиц ненулевой массы[2]. Возьмем некоторую систему отсчета S_A, в которой частица A массы m покоится и находится в состоянии $|s, s_z>$. Пусть O – наблюдатель, движущийся со скоростью $-\mathbf{v}$ относительно S_A. Возьмем $\mathbf{v} = \mathbf{p}/\sqrt{\mathbf{p}^2+m^2}$, где $\mathbf{p}$ есть некоторый (произвольный) импульс. Тогда наблюдатель O, глядящий на A, которая покоится в S_A, увидит частицу, движущуюся с импульсом $\mathbf{p}$. Поэтому, описывая ее состояние, он пометит это состояние меткой $\mathbf{p}$, т. е. как $|\mathbf{p}...>$. Однако очевидно, что с наблюдателем O связано бесконечно много систем отсчета S, и все они движутся со скоростью $-\mathbf{v}$ относительно S_A. Если одну из этого бесконечного множества систем отсчета пометим как S_1, то все остальные могут быть получены из S_1 некоторым вращением S_1 как жесткого тела вокруг $\mathbf{p}$. Ясно, что все наблюдатели, связанные с этими системами, будут видеть частицу двигающейся с одним и тем же импульсом $\mathbf{p}$, но в разных спиновых состояниях, так как их системы отсчета повернуты относительно друг друга. Т. о. "спиновые"

[2] Напомним, что рассматриваемые здесь вопросы хорошо изложены в литературе и для более исчерпывающего их рассмотрения стоит обратиться к соответствующим монографиям или обзору [88].

метки, задающие состояние движения A, должны зависеть от того, какую систему отсчета выбрал наблюдатель O. Этот выбор является предметом некоторого соглашения. Существуют *две основных конвенции*, а именно:

а) *Канонический выбор.* Здесь O выбирает свою систему отсчета S так, что она получается из S_A *чистым* Лоренцевым преобразованием $l(-\mathbf{v})$ как в (15.25). В этом случае он помечает состояние движения, которое он видит, как $|\mathbf{p}, s_z>$.

б) "*Спиральный*" *выбор.*

Пусть $\mathbf{p}$ имеет полярные углы (θ, ϕ). Тогда наблюдатель O выбирает свою систему отсчета следующим образом: для начала он делает преобразование в систему S', движущуюся со скоростью

$$v = |\mathbf{p}|/\sqrt{\mathbf{p}^2 + m^2}$$

в направлении, противоположном направлению оси Z системы A_A.

Затем наблюдатель выполняет такое преобразование S', чтобы получить импульс A совпадающим с $\mathbf{p} = (p, \theta, \phi)$. Простейшее вращение для этого – сначала на угол $(-\theta)$ вокруг оси OY', затем на угол $(-\phi)$ вокруг новой Z-оси – OZ'', то есть, полное преобразование есть

$$S_A \to S = r_{z''}(-\phi) r_{y'}(-\theta) l_z^{-1}(v) S_A \tag{15.29}$$

Заметим, что если использовать обычное обозначение $r(\alpha, \beta, \gamma)$ для вращений на эйлеровы углы α, β, γ, т. е.

$$r(\alpha, \beta, \gamma) = r_{z''}(\gamma) r_{y'}(\beta) r_z(\alpha) \ , \tag{15.30}$$

то

$$S = r^{-1}\,(\phi, \theta, 0)\, l_z^{-1}(v) S_A \ . \tag{15.31}$$

Если состояние A в системе покоя S_A есть $|\mathring{\mathrm{p}}; s, s_z = \lambda>$, где $\mathring{\mathrm{p}} = (m, 000)$, то O, используя систему S, видит состояние $|\mathring{\mathrm{p}}; s, s_z = \lambda>_S$, которое он обозначает как $|\mathbf{p}; \lambda>$, т.е состояние $|\mathbf{p}; \lambda>$ *определяется* как

$$|\mathbf{p}; \lambda> \equiv |\mathring{\mathrm{p}}; s, s_z = \lambda>_S \ \ , \tag{15.32}$$

а система S определена выше. Математическая связь между левой и правой частями (15.32) дана ниже. Далее в этом разделе, если не оговорено противоположное, будут использоваться именно *спиральные состояния*, так как в этом случае формализм проще. Однако *при*

выполнении экспериментов и представлении данных используется, как правило, именно канонический базис, когда направления спинов даются так, что это именно те направления, которые получаются в системе покоя при переходе в нее из лабораторной системы *чистым* Лоренцевым преобразованием типа (15.25).

Физический смысл спиральных состояний.

Уравнения (15.31,15.32) особенно полезны для понимания физического смысла спиральных состояний. В самом деле, пусть в системе S мы говорим о том, что частица A имеет состояние движения, отвечающее вектору состояния $|\mathbf{p};\lambda>$. Тогда, согласно (15.31) и (15.32), если эту частицу наблюдать из системы S_A, связанной с S через (15.31):

$$S_A = l_{z'}(v) r\,(\phi,\theta,0)\,S\ , \tag{15.33}$$

то она будет видна покоящейся со спиновой компонентой $s_z = \lambda$. Будем называть такую, выделенную из всех возможных, систему отсчета для A "*спиральной системой покоя*".

Преобразование (15.33) часто обозначают специальным образом, определяя специальный оператор $h(\mathbf{p})$:

$$h(\mathbf{p}) \equiv l_{z'}(v) r\,(\phi,\theta,0)\ . \tag{15.34}$$

Другой способ определить $h(\mathbf{p})$, чаще встречающийся в литературе, состоит в том, чтобы все требуемые преобразования относить к одной и той же, уникальной, системе отсчета. В этом случае, как можно убедиться,

$$h(\mathbf{p}) = r\,(\phi,\theta,0)\,l_z(v)\ . \tag{15.35}$$

и отсутствие "штрихов" у меток осей является существенным.

По построению, оператор $h(\mathbf{p})$, действуя на 4-вектор $\mathring{\mathrm{p}}$, переводит его в p. Теперь, в новых обозначениях,

$$S = h^{-1}(\mathbf{p}) S_A\ , \tag{15.36}$$

и в полной аналогии с (15.17),

$$|\mathbf{p};\lambda> \equiv |\mathring{\mathrm{p}};s,s_z=\lambda>_S = U[h(\mathbf{p})]|\mathring{\mathrm{p}};s,s_z=\lambda>\ , \tag{15.37}$$

где U есть оператор, соответствующий Лоренцеву преобразованию $h(\mathbf{p})$.

Обычно, рассматривая спиральные состояния, вектор состояния $|\mathbf{p},\lambda>$ *определяют* посредством (15.37), однако проведенные здесь рассуждения позволяют прояснить смысл "метки" λ.

Действие Лоренцевых преобразований на спиральные состояния. При обсуждении экспериментальных данных зачастую необходимо рассматривать данную физическую ситуацию в разных системах отсчета, а именно, в лабораторной системе и системе центра масс. Поэтому надо понять, как спиральные состояния изменяются при действии преобразований Лоренца. Это необходимо также и для того, чтобы разобраться в слегка затуманивающей суть дела терминологии (Томасовская прецессия, Вигнерово вращение и т. п.)

Ограничимся здесь рассмотрением частиц с ненулевой массой. Пусть в данной системе отсчета S наблюдатель O видит частицу A движущейся с импульсом $\mathbf{p}$ и спиральностью λ, т. е. он говорит о состоянии $|\mathbf{p}, \lambda >$.

Пусть S^l – система отсчета, полученная в результате действия Лоренцева преобразования l на S. Поставим вопрос: как наблюдатель O^l будет описывать движение частицы A?

По аналогии со случаем вращения (см. (15.17)), наблюдатель O^l, будет описывать состояние как

$$|\mathbf{p}, \lambda >_{S^l} = U\left(l^{-1}\right) |\mathbf{p}, \lambda > \ , \tag{15.38}$$

где $U(l)$ – оператор, совершающий преобразование Лоренца l.

Обозначим через $\mathbf{p}'$ вектор импульса, приписываемый наблюдателем O^l частице A. Его компоненты p'^{μ} являются, очевидно, компонентами $\mathbf{p}$, как их видит O^l (см. (15.7)):

$$p'_{\mu} \equiv (p_{mu})_{S^l} = \Lambda_{\mu\nu}\left(l^{-1}\right) p_{\nu} \ . \tag{15.39}$$

Очевидно, мы должны были бы ожидать, что $|\mathbf{p}, \lambda >_{S^l} = |\mathbf{p}', \lambda' >$, где $\mathbf{p}'$ дается выражением (15.39), но что есть при этом λ'? Чтобы ответить на этот вопрос, используя определение спиральных состояний (15.37) запишем:

$$U\left(l^{-1}\right) |\mathbf{p}, \lambda > = U\left(l^{-1}\right) U\left[h(\mathbf{p})\right] |\mathring{\mathrm{p}}, \lambda > \ . \tag{15.40}$$

Умножив обе части этого уравнения на $U\left[h(\mathbf{p}')\right] U^{-1}\left[h(\mathbf{p}')\right] = 1$, где $h(\mathbf{p}')$ есть такое спиральное преобразование, которое нужно, чтобы получить состояние $|\mathbf{p}', \lambda >$:

$$|\mathbf{p}', \lambda > \equiv U\left[h(\mathbf{p}')\right] |\mathring{\mathrm{p}}, \lambda > \ , \tag{15.41}$$

получим, в итоге, из (15.40):

$$U\left(l^{-1}\right) |\mathbf{p}, \lambda > = U\left[h(\mathbf{p}')\right] \mathcal{R} |\mathring{\mathrm{p}}, \lambda > \ , \tag{15.42}$$

где $\mathcal{R}$ есть

$$\mathcal{R} = U^{-1}\left[h(\mathbf{p}')\right] U\left(l^{-1}\right) U\left[h(\mathbf{p})\right] \equiv U\left[h^{-1}(\mathbf{p}')l^{-1}h(\mathbf{p})\right] \ . \qquad (15.43)$$

Из выражения (15.43) видно, что последовательность физических операций, "спрятанных" в U, есть не что иное, как **вращение**, независимо от того, каким является l. Это проще всего увидеть, рассмотрев действие операторов $h^{-1}(\mathbf{p}')l^{-1}h(\mathbf{p})$ на 4-вектор $\mathring{\mathrm{p}} = (m, 0, 0, 0,)$. Действительно:

a) $h(\mathbf{p}) : \mathring{\mathrm{p}} \to \mathbf{p}$

b) $l^{-1} : \mathbf{p} \to \mathbf{p}'$

c) $h^{-1}(\mathbf{p}') : \mathbf{p}' \to \mathring{\mathrm{p}}$

То есть, последовательность (a),(b),(c) дает $\mathring{\mathrm{p}} \to \mathring{\mathrm{p}}$ и из вида $\mathring{\mathrm{p}}$ ясно, что только вращение может иметь такое свойство. Поэтому $\mathcal{R}$ представляет вращение независимо от того, какое у нас l. Обозначим это физическое вращение через $r(l, \mathbf{p})$:

$$r(l, \mathbf{p}) \equiv h^{-1}(\mathbf{p}')l^{-1}h(\mathbf{p}) \ . \qquad (15.44)$$

Его называют "Вигнеровым поворотом спиральности" для преобразования l *осей*, приводящего $\mathbf{p}$ к $\mathbf{p}'$ (это **не** то же самое, что называется "Вигнеровым поворотом", разъясняемым ниже).

Из (15.14) и (15.15) известно, как вращение преобразует состояния для покоящейся частицы. Поэтому

$$\mathcal{R}|\mathring{\mathrm{p}}, \lambda >= \mathcal{D}^{(s)}_{\lambda'\lambda}\left[r\left(l, \mathbf{p}\right)\right] |\mathring{\mathrm{p}}, \lambda' > \qquad (15.45)$$

и поскольку $\mathcal{D}_{\lambda'\lambda}$ есть числа, подставляя это в (15.42), (15.38) и (15.41) приходим к соотношению

$$\begin{aligned} |\mathbf{p}, \lambda >_{S^l} &= \mathcal{D}^{(s)}_{\lambda'\lambda}\left[r\left(l, \mathbf{p}\right)\right] U\left[h\left(\mathbf{p}'\right)\right] |\mathring{\mathrm{p}}, \lambda' >= \\ &= \mathcal{D}^{(s)}_{\lambda'\lambda}\left[r\left(l, \mathbf{p}\right)\right] |\mathbf{p}', \lambda' > \ . \end{aligned} \qquad (15.46)$$

Это и есть то соотношение, которое требовалось для связи между описанием состояния движения частицы в системах S^l и S. В этом виде оно справедливо для любого Лоренцева преобразования из S в S^l. Причина того, что $|\mathbf{p}, \lambda >_{S^l}$ и $|\mathbf{p}', \lambda' >$ связаны вращением состоит в том, что **спиральная система покоя частицы, достигаемая из S не та, которая достигается из S^l!**

Специальные случаи "Вигнерова поворота спиральности".
Чистое вращение осей. С точки зрения эксперимента случай, когда l есть простое вращение относительно оси Y, один из особо важных. Можно показать, что в этом случае $r(l,\mathbf{p}) \equiv 1$, то есть никакого "Вигнерова поворота спиральности" нет. Таким образом, если $l = r_y(\beta)$, $\mathbf{p} = (p,\theta,0)$ и $\mathbf{p}' = (p,\theta-\beta,0)$, то

$$|\mathbf{p},\lambda> \rightarrow |\mathbf{p}',\lambda> \ . \tag{15.47}$$

В частном случае, когда $\mathbf{p}$ направлен по оси вращения, надо пользоваться вместо (15.47) выражением

$$|\mathbf{p},\lambda> \rightarrow \exp\left[-i\alpha\hat{\mathbf{J}}\cdot\mathbf{p}/|\mathbf{p}|\right]|\mathbf{p},\lambda> = e^{-i\alpha\lambda}|\mathbf{p},\lambda> \ . \tag{15.48}$$

Преобразование из системы центра масс в лабораторную систему. Этот случай на практике является наиболее важным. Примем обозначения: $A+B \rightarrow ...+K+...$ и назовем "лабораторной" системой (л.с.) ту, в которой B покоится. Будем считать также, что направления осей в л.с. и системе центра масс (с.ц.м.) параллельны друг другу.

Рассмотрим, для простоты, частицу массы m, рожденную в с.ц.м. при азимутальном угле $\phi = 0$, т. е. в плоскости XZ, так что ее импульс и энергия в с.ц.м. и л.с. есть, соответственно,

$$\mathbf{p} = (p,\theta,0), E \ ; \ \ \mathbf{p}_L = (p_L,\theta_L,0), E_L \ . \tag{15.49}$$

Из (15.35) тогда имеем:

$$h\,(\mathbf{p}) = r_y(\theta)l_z(v) \ ; \ \ h\,(\mathbf{p}_L) = r_y(\theta_L)l_z(v_L) \ , \tag{15.50}$$

где v и v_L есть скорости частицы в с.ц.м. и л.с. соответственно.

Ось Z всегда выбирается вдоль направления начального пучка – как в с.ц.м., так и в л.с. Поэтому преобразование из с.ц.м. системы отсчета S в л.с. систему S_L соответствует "бусту" S вдоль отрицательного направления оси Z со скоростью β_{CM}, где β_{CM} есть скорость с.ц.м. системы как она видна из л.с. Иными словами, следует действовать на S оператором $l_z^{-1}(\beta_{CM})$, чтобы получить S_L.

При таком частном выборе l в (15.44), т. е. $l = l_z^{-1}(\beta_{CM})$, имеем $\mathbf{p}' \equiv \mathbf{p}_L$ и потому вращение $r(l,\mathbf{p}) \equiv r\left[l_z^{-1}(\beta_{CM}),\mathbf{p}\right]$ можно характеризовать только одним параметром – одним углом ω (углом Вика).

Итак, у нас будет

$$r(\omega) = h^{-1}\,(\mathbf{p}_L)\,l_z(\beta_{CM})h\,(\mathbf{p}) \ . \tag{15.51}$$

Очевидно, что *такое* вращение есть просто поворот вокруг оси Y. Самый простой способ это увидеть - посмотреть шаг за шагом, как последовательность операций (15.51) действует на единичные векторы $e_{(y)} = (0010)$ и $e_{(x)} = (0100)$ в направлении осей Y и X соответственно. Очевидно, что при действии на $e_{(y)}$ он не меняется. Поэтому $r(\omega) = r_y(\omega)$, и угол ω проще всего вычислить, посмотрев на результат преобразования, совершаемого над $e_{(x)} = (0100)$. Выполнив последовательность (15.51) над $e_{(x)}$ получаем:

$$\begin{aligned} {e_{(x)}}' &= \{0, \cos\theta\cos\theta_L + \gamma_{CM}\sin\theta\sin\theta_L, \\ &\quad 0, -\frac{m}{E}\left(\sin\theta\cos\theta_L - \gamma_{CM}\cos\theta\sin\theta_L\right)\Big\} \ . \end{aligned}$$

Видим, что при таком преобразовании $e_{(x)}$ действительно испытывает вращение относительно оси Y на угол ω, и этот угол можно найти из соотношений

$$\begin{aligned} \cos\omega &= \cos\theta\cos\theta_L + \gamma_{CM}\sin\theta\sin\theta_L \\ \sin\omega &= \frac{m}{E}\left(\sin\theta\cos\theta_L - \gamma_{CM}\cos\theta\sin\theta_L\right) \\ \gamma_{CM} &= \frac{1}{\sqrt{1-\beta_{CM}^2}} \ . \end{aligned} \tag{15.52}$$

Таким образом, при преобразовании из с.ц.м. в л.с. для частицы с нулевым азимутальным углом имеем:

$$|\mathbf{p},\lambda> \to \mathcal{D}^{(s)}_{\lambda'\lambda}\left[r_y(\omega)\right]|\mathbf{p}_L,\lambda'> = d^s_{\lambda'\lambda}(\omega)|\mathbf{p}_L,\lambda'> \ . \tag{15.53}$$

Отметим, что если работать в пространстве 4-скоростей, имеющем (неевклидову!) геометрию Лобачевского, то угол ω можно не только представить достаточно наглядно, но и вполне просто вычислить (см. [88] или [90, 91, 92]). Вывод соответствующих формул можно найти в указанных работах, но для полноты изложения они даны ниже. При этом используются следующие определения (p и E – импульс и энергия частицы)[3]:

$$\tanh(u) = \frac{p}{E} \ ; \quad \tanh(u_L) = \frac{p_L}{E_L} \ ; \quad \tanh(u_{CM}) = \beta_{CM} \ .$$

$$\frac{\sin\omega}{\sinh u_{CM}} = \frac{\sin\theta_L}{\sinh u} = \frac{\sin\theta}{\sinh u_L} \ , \tag{15.54}$$

[3] Ср. с определением быстроты, данным ранее.

где фактически используется соотношение $p_L \sin\theta_L = p \sin\theta$, и

$$\cosh u_{CM} = \cosh u \cosh u_L - \sinh u \sinh u_L \cos\omega \ . \qquad (15.55)$$

Неевклидовость пространства скоростей приводит к неравенству $\omega < (\theta - \theta_L)$: *в нерелятивистском случае было бы* $\omega = (\theta - \theta_L)$.

Настало время рассмотреть более общий случай, когда частица K испускается с импульсом $\mathbf{p}$ в с.ц.м. при азимутальном угле ϕ в обеих (с.ц.м. и л.с.) системах. Можно убедиться, что и в этом случае Вигнеров поворот спиральности будет даваться оператором $r_y(\omega)$ и не будет зависеть от ϕ.

Весьма часто встречающийся на практике случай – бинарная реакция $A + B \to C + D$. Обозначим угол рассеяния частицы C в л.с. через θ_L а угол вылета частицы отдачи D в л.с. через θ_R. Тогда угол ω можно вычислить, используя следующие полезные формулы:

$$\begin{aligned}
\cos\omega_C &= \cos\theta\cos\theta_L + \gamma_{CM}\sin\theta\sin\theta_L = \\
&= \left(\frac{p_B}{p_C}\right)\left(\frac{E_C}{E_B}\right)\cos\theta_L + \frac{m_B^2 E_C^2 - m_C^2 E_B^2}{m_B p_C p_C^L E_B} \\
\sin\omega_C &= \frac{m_C}{E_C}\left\{\sin\theta\cos\theta_L - \gamma_{CM}\cos\theta\sin\theta_L\right\} = \\
&= \frac{m_C \beta_{CM}\gamma_{CM}}{p_C^L} sin\theta = \left(\frac{m_C}{m_B}\right)\left(\frac{p_B}{p_C}\right)\sin\theta_L \\
\cos\omega_D &= -\cos\theta\cos\theta_R + \gamma_{CM}\sin\theta\sin\theta_R = \\
&= \left(\frac{p_B}{p_D}\right)\left(\frac{E_D}{E_B}\right)\cos\theta_R + \frac{m_B^2 E_D^2 - m_D^2 E_B^2}{m_B p_D p_D^L E_B} \\
\sin\omega_D &= \frac{m_D \beta_{CM}\gamma_{CM}}{p_D^L} sin\theta = \left(\frac{m_D}{m_B}\right)\left(\frac{p_B}{p_D}\right)\sin\theta_R
\end{aligned} \qquad (15.56)$$

.

где θ есть угол рассеяния частицы C в с.ц.м.

Для случая упругого рассеяния, когда $m_B = m_D$ и $m_A = m_C$, угол Вика особенно прост:

$$\omega_D = \theta_R \ , \qquad (15.57)$$

а в случае рассеяния тождественных частиц (например, pp), когда $m_A = m_B$, еще проще:

$$\omega_C = \theta_L \ . \qquad (15.58)$$

Наконец, можно убедиться, что при ультрарелятивистских энергиях угол Вика $\theta_C \to 0$, когда $s \to \infty$.

15.2 3π система с изоспином 0.

Рассмотрим состояние с тремя пионами с точки зрения изоспина. Необходимо получить состояние с полным изоспином $I = 0$ из трех состояний типа

$$\begin{aligned} \mid I = 1\,, I_z = 1 > &= \mid \pi^+ > \\ \mid I = 1\,, I_z = 0 > &= \mid \pi^0 > \\ \mid I = 1\,, I_z = -1 > &= \mid \pi^- > \end{aligned} \tag{15.59}$$

Возьмем сначала пару пионов. Состояние из двух пионов может иметь полный изоспин $I = 0\,, 1\,, 2$. Далее это состояние складывается с третьим пионом в состояние с полным изоспином 0. Используем правила сложения угловых моментов для состояний с изоспином 1:

$$\begin{aligned} \mid 1\,, 1 > &= \frac{1}{\sqrt{2}} \left[\mid \pi^+ \pi^0 > - \mid \pi^0 \pi^+ > \right] \equiv \mid \Pi^+ > \\ \mid 1\,, 0 > &= \frac{1}{\sqrt{2}} \left[\mid \pi^+ \pi^- > - \mid \pi^- \pi^+ > \right] \equiv \mid \Pi^0 > \\ \mid 1\,, -1 > &= \frac{1}{\sqrt{2}} \left[\mid \pi^0 \pi^- > - \mid \pi^- \pi^0 > \right] \equiv \mid \Pi^- > \ , \end{aligned} \tag{15.60}$$

Изоскалярное состояние пары пионов:

$$\mid 0\,, 0 > = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[\mid \pi^+ \pi^- > + \mid \pi^- \pi^+ > - \mid \pi^0 \pi^0 > \right] \ . \tag{15.61}$$

Т. о. надо сложить состояния $\mid \Pi >$ с $\mid \pi >$ так, чтобы получить изоскалярное состояние трех пионов. Очевидно, что нужное нам состояние есть

$$\mid 0\,, 0 > = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[\mid \Pi^+ \pi^- > + \mid \Pi^- \pi^+ > - \mid \Pi^0 \pi^0 > \right] \ . \tag{15.62}$$

Подставляя в (15.62) выражения из (15.60), получим (11.2) [4].

Может возникнуть вопрос: а почему для состояния двух пионов мы ограничились (15.60)?

Ответ очевиден: складывая два пионных изоспиновых состояния можно получить состояния с полным изоспином $0\,, 1\,, 2$. Но затем их нужно снова сложить с пионом, т. е. изовектором. Складывая **0** и **1**,

[4] Проверьте последнее утверждение.

получим трехпионное состояние с полным изоспином **1**, которое нас сейчас не интересует. Складывая состояние пары пионов с полным изоспином **2** с пионом, снова получим не то, что нужно, а именно, 3π - состояния с полным изоспином **1**, **2** и **3**. Только изовекторное состояние пары пионов может дать, при сложении с однопионным состоянием, трехпионное состояние с полным изоспином **0**.

15.3 Симметрии решений.

Всякий закон сохранения связан с проявлением какой-либо симметрии. Есть различные виды симметрий, например – проявляющиеся в уравнениях движения. Они достаточно привычны. Однако есть класс симметрий, которым нечасто уделяется внимание в учебниках. Это – так называемые "симметрии решений" уравнений движения. Дело в том, что любое решение уравнений движения требует рассмотрения определенных граничных условий и симметрия решения не обязательно в точности совпадает с симметрией уравнения именно из-за граничных условий.

Существует прекрасный пример, иллюстрирующий некоторые аспекты "симметрии решений". Он помогает также понять, что обычно имеется в виду под "спонтанным нарушением" какой-либо симметрии.

Рассмотрим так называемую "задачу о четырех городах" [97]. Пусть четыре города (A, B, C, D) расположены в углах квадрата со стороной 2 ед. Требуется соединить их железной дорогой наименьшей возможной длины так, чтобы по ней можно было бы проехать из любого одного города в любой другой.

Задача имеет симметрию квадрата (вращение вокруг центра на $\pi/2$ или на π оставляет расположение городов на плоскости неизменным), и (по первому впечатлению) решение тоже должно иметь эту симметрию, например, как на рис. 15.1. Длина железнодорожного пути здесь равна, очевидно, $4\sqrt{2} \approx 5.66$ ед. Это явно меньше, чем в решении рис. 15.2, где длина пути равна 6 ед. Кроме того, вариант рис. 15.2 имеет не все степени симметрии, что у квадрата: он переходит сам в себя при вращении не на $\pi/2$, а на π.

С другой стороны, оба возможных решения являются предельными случаями одного и того же варианта, показанного ниже: при $\varphi = \pi/4$ имеем вариант, показанный на рис. 15.1, при $\varphi = 0$ – вариант рис. 15.2. Но нужно проверить, действительно ли рис. 15.3 дает

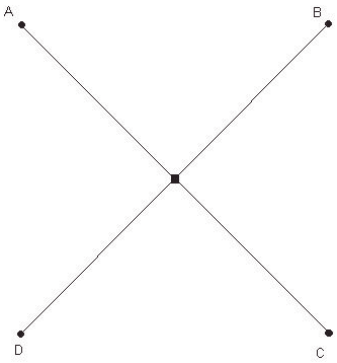


Рис. 15.1. Один из напрашивающихся вариантов прокладки дороги.

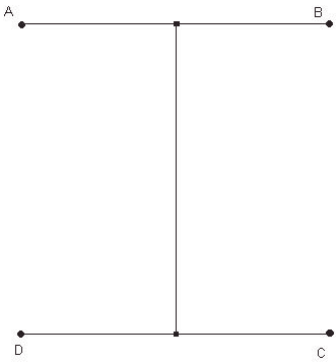


Рис. 15.2. Второй возможный, но явно не кратчайший, вариант прокладки дороги.

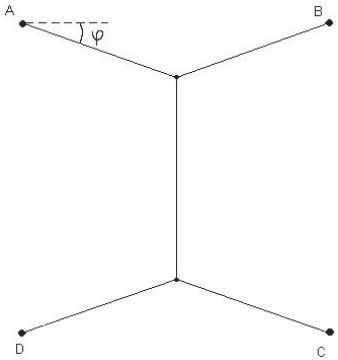


Рис. 15.3. Обобщение предыдущих вариантов прокладки дороги.

решение задачи (т. е. полная длина дороги в этом варианте минимальна). Это легко сделать, отталкиваясь от общего варианта.

Очевидно, что полная длина дороги равна

$$L(\varphi) = \frac{4}{\cos\varphi} + 2\left(1 - \tan\varphi\right) \ . \qquad (15.63)$$

Минимум этого функционала находится стандартным способом:

$$\frac{\partial L}{\partial \varphi} = \frac{4\sin\varphi - 2}{(\cos\varphi)^2} = 0 \; ; \quad 4\sin\varphi - 2 = 0 \; ; \quad \varphi = \frac{\pi}{6} \; , \tag{15.64}$$

то есть вариант, изображенный на рисунке 15.3, дает решение поставленной задачи при $\varphi = \pi/6$. Но это решение не обладает симметрией исходной задачи!

Вместе с тем, найденное решение все же симметрично относительно некоторого подмножества группы симметрии квадрата, а именно, поворотов на угол π.

Вполне очевидно, что данное решение не единственное: если взять уже уже найденное и повернуть его на $\varphi = \pi/2$, то получим другое решение (длина пути та же самая и по-прежнему минимальна). То есть, *все множество решений* сохраняет симметрию исходной задачи, но отдельное решение - нет; все решения можно получить из одного, найденного каким-то образом, применением к нему преобразований, оставляющих квадрат неизменным. Это и есть проявление т. н. "скрытой симметрии" – когда симметрия решения ниже симметрии задачи, но множество всех решений имеет группу симметрии задачи.

Наконец, как только сделан выбор из двух решений, дающих минимальную длину дороги, и дорога оказалась построенной, исходная симметрия задачи разрушается и дальнейшая "жизнь" рассматриваемой системы проходит при меньшей степени симметрии. Это и понимается под "спонтанным нарушением" симметрии; спонтанность - в том, какое именно из двух решений берется. (Один из самых известных примеров "спонтанного" выбора - Буриданов пример об осле и двух вязанках сена.)

Если в рассмотренной задаче откажемся от условия симметричного расположения городов и разрешим им быть расположенными как угодно, (т. е. не обязательно симметрично) то получим проблему, известную как "задача Штайнера" или "задача о кратчайшей сети".

Можно убедиться, что дерево, представляющее кратчайшую сеть, имеет следующие главные свойства:

1. из каждой развилки выходят ровно три отрезка, каждые два из которых образуют угол в 120°;

2. из каждого города выходит один, два или три отрезка, причем если выходит два, то угол между ними не меньше 120°, а если три - то ровно 120°;

3. никакие отрезки кратчайшей сети не образуют замкнутую ломаную;

4. число развилок по крайней мере на две меньше числа городов.

Подробнее об этом круге проблем см. в обзоре А.М.Балдина и А.А.Балдина [98], а также - в лекциях [97].

15.4 "Инвариантная масса"?

В школьных учебниках (да и в других, более серьезных книгах) можно иногда прочесть, что "масса тела зависит от его скорости", или найти задачи типа "чему равна масса фотона, если его энергия 10 МэВ" и т. п. О том, почему подобные утверждения неправильны, сказано в статье Л.Б.Окуня [6].

Бессмысленность термина "инвариантная масса" можно увидеть непосредственно из следующего наблюдения. Известно, что 4-вектор энергии-импульса $\mathcal{P} = (E, \mathbf{p})$, имеет 4 компоненты, причем энергия – одна из них, и эта компонента преобразуется при лоренцевых вращениях в импульсном пространстве. "Мерой длины" 4-вектора $\mathcal{P}$ является скаляр $\mathcal{P}^2 = m^2$: квадрат массы частицы; она не меняется при таких вращениях (т. е. инвариантна по определению!) Соответственно, раз не существует "неинвариантной" массы, не имеет смысла говорить и об "инвариантной" массе.

Достойно сожаления, что даже в такой полезной книге как [3], систематически употребляется бессмысленное (а следовательно, бесполезное) выражение "инвариантная масса". В некотором роде такое выражение даже вредно, так как искажает суть дела.

Часть X

Задачи и упражнения

Глава 16

Задачи и упражнения по теме курса

16.1 Введение.

Нет иного пути по-настоящему усвоить основы кинематики, тем более релятивистской, кроме решения кинематических задач. Во многих случаях весьма полезно не ограничиваться только получением формул, а проделывать численные оценки. Только так можно достичь достаточной для успешной работы легкости понимания условий конкретного исследования, его особенностей, возможностей, а заодно – избежать грубых промахов, могущих свести на нет многолетние усилия работающих вместе коллег. Одновременно, упражнения в решении кинематических задач существенно облегчают понимание статей в журналах и приведенных в них результатов других исследователей.

Во всех книгах по кинематике, рекомендованных в списке литературы, есть задачи и упражнения практически ко всем главам. Их стоит решать: не обязательно все, но хотя бы некоторые. Ответы на них всегда можно найти либо в цитируемых в книге статьях, либо в самом тексте, где эти ответы бывают неплохо замаскированы.

Удивительно, но почти невозможно найти современный специальный задачник по кинематике (да и не только по кинематике, если говорить о физике ядра и частиц)! Поэтому задачники, указанные в рекомендованном списке литературы, относительно почтенного возраста. Правда, стар задачник или нет – не так уж и важно.

С другой стороны, отсутствие специального задачника приводит к необходимости самостоятельного подбора задач и упражнений. Они, как правило, взяты из практики или из других книг. Эти задачи являются неотъемлемой частью данного курса кинематики элементарных процессов и сгруппированы, в основном, по темам лекций. Практически все они обязательны для решения и не слишком сложны. Для серьезных упражнений и тренировки весьма полезно не ограничиваться только ими, а обращаться также к книгам [1, 2, 3, 4].

16.2 Инварианты и системы координат.

1. Для бинарной реакции $a + b \to c + d$ докажите формулу (3.3)

$$s + t + u = m_a^2 + m_b^2 + m_c^2 + m_d^2 \ .$$

2. Выразите энергию частицы b через инвариант s и массы частиц, получив формулу, аналогичную (3.27).

3. Перечислите характерные качественные особенности дифракционного рассеяния, вытекающие из выражения для дифференциального сечения упругого рассеяния на абсолютно черном шаре радиуса R (формулы (3.6)-(3.8), или, в итоге, формула (3.9)):

$$\frac{d\sigma}{dt} \sim \frac{\pi R^2}{-t} \cdot J_1^2 \left(R\sqrt{-t} \right) \ ,$$

а именно:

1. характер зависимости $d\sigma/dt$ от $\mid t \mid$ при фиксированной начальной энергии снаряда,

2. характер зависимости $d\sigma/dt$ от начальной энергии снаряда при фиксированной величине $\mid t \mid$,

3. характер зависимости $d\sigma/dt$ от радиуса шара-мишени при фиксированной начальной энергии снаряда,

4. получите приближенную формулу для $d\sigma/dt$ при малых $R\sqrt{\mid t \mid}$.

4. Выведите формулу, связывающую дифференциальное сечение рассеяния, представленное в зависимости от угла рассеяния θ^* в системе центра масс, с той же величиной, представленной в зависимости от $\mid t \mid$ (то есть, свяжите $d\sigma/d\Omega^*$ и $d\sigma/dt$). Рассмотрите 2 случая: а) в системе центра масс рассеяние обладает аксиальной симметрией (ось симметрии - направление импульса частицы в системе центра масс), б) аксиальной симметрии нет (что возможно, например, в случае поляризованных частиц, когда спин одной из них перпендикулярен плоскости реакции).

5. Попробуйте самостоятельно прояснить смысл мандельстамовской переменной u, рассуждая примерно так же, как при обсуждении переменной t.

6. Рассмотрите кинематику на пороге реакции $a+b \to 1+2+3$ в лабораторной системе, приняв массу снаряда a равной $m_{proj} = M_1$ а массу мишени b равной M_{targ}. (Величину $M_X = M_3 + m_2 - M_{targ}$ можно назвать "рожденной" массой). Проверьте формулу (3.15) для пороговой энергии и выведите формулы (3.16), (3.17), (3.18) для квадрата переданного к частицам 1, 2, 3 4-импульса в частном случае реакции рождения в pp-взаимодействии мезона (мезонов) в ассоциации с барионом (сюда относятся реакции типа $pp \to p + \Lambda + K^+$), обозначив массу частицы 3 (бариона) через M_Y а мезона (или мезонов) через $\sum m_i$.

7. 1) Покажите, что для реакции фоторождения ϕ-мезона на покоящемся протоне (т. е. реакции $\gamma + p \to \phi + p$) лабораторный импульс рожденного ϕ-мезона (в приближении равенства масс протона и ϕ-мезона: $m_p \approx m_\phi \equiv M$) на пороге равен примерно

$$\frac{3}{4} \cdot M \approx 750 \text{ МэВ/с} .$$

2) Как будет выглядеть на пороге угловое распределение рожденных ϕ-мезонов? Под каким углом в л.с. по отношению к направлению импульса фотона будут они вылетать?

8. Задачу 7 полезно обобщить на случай произвольной бинарной реакции фоторождения $\gamma + p \to \mathrm{M} + p$, где бозон M имеет массу M и

квантовые числа фотона (например, это векторный мезон). Протон-мишень с массой m покоится в лабораторной системе. Найдите: 1) пороговую энергию энергию фотона в лабораторной системе, 2) импульс бозона в лабораторной системе на пороге.

9. Пусть на покоящийся в лабораторной системе протон налетает фотон с энергией E и происходит неупругая реакция с рождением частиц так, что в конечном состоянии нет фотонов (фотопоглощение). (Конечно, некоторые из рожденных частиц могут затем распадаться с испусканием фотонов, но эти фотоны вторичные, а не появившиеся в акте взаимодействия фотона с протоном, т. е. не "прямые".) Какова максимальная эффективная масса системы частиц в конечном состоянии?

10. При анализе данных, накопленных в эксперименте по фоторождению ϕ мезонов в реакции $p(\gamma,\phi)X$ с использованием пучка "меченых" фотонов, аспирант попытался ответить на вопрос о количестве зарегистрированных случаев этой реакции при разных энергиях фотонов и получил распределения, показанные на рисунке 16.1. На его нижней панели показано распределение по эффективной массе пары K-мезонов. Пик в этом распределении отвечает каонным парам от распада $\phi \to K^+K^-$. На верхней панели рисунка 16.1 показано распределение событий в зависимости от энергии фотона. Аспирант сделал утверждение, что события в этом распределении те же самые, что и в распределении по эффективной массе каонной пары. Верно ли это утверждение? Что может вызвать сомнение в его истинности?

11. Представьте в явном виде нерелятивистский предел соотношений (3.22) (т. е. предел $\beta \ll 1$, $\gamma \approx 1$):

$$\begin{aligned} u_{12}^0 &= (u_1 \cdot u_2) \\ \mathbf{u}_{12} &= \mathbf{u}_1 - \mathbf{u}_2 \cdot \frac{u_1^0 + u_{12}^0}{1 + u_2^0} \ . \end{aligned}$$

(**NB**: $u_1^0 = E_1/m_1 = \gamma_1$, $\mathbf{u}_1 = \mathbf{p}_1/m_1 = \gamma_1\boldsymbol{\beta}_1$ и т. д.).

12. Переменная Мандельстама s имеет, как известно, смысл полной энергии в системе центра масс сталкивающихся частиц, то есть

$$s = (\mathcal{P}_a + \mathcal{P}_b)^2 = (E_a^* + E_b^*)^2 \ ,$$

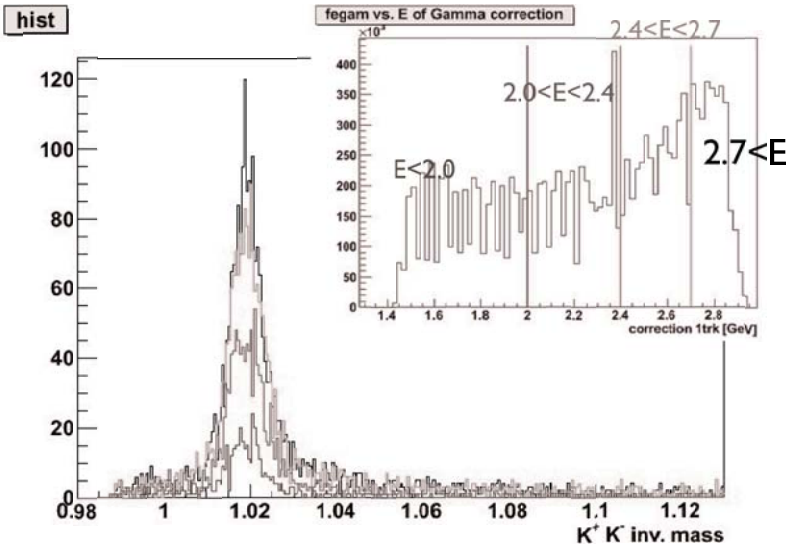


Рис. 16.1. Распределения событий по эффективной массе пары -мезонов и по энергии фотонов пучка, полученные при анализе данных по фоторождению мезонов на протонах. В эксперименте использовалась жидководородная мишень в пучке "меченых" фотонов.

где звездочка в верхнем индексе, как всегда, помечает кинематические величины в системе центра масс реакции. Получите формулы, выражающие E_a^* и E_b^* через инвариант s и массы частиц.

13. (a) Получите формулу (3.29) для импульса частиц a и b в системе центра масс. (b) Получите аналогичную формулу для импульса снаряда (частица a) в системе покоя частицы b (лабораторная система). Какой практический вывод вы бы сделали из сравнения полученной вами формулы с формулой (3.29)? Проверьте этот вывод, перейдя в "антилабораторную" систему, или систему покоя частицы a, и вычислив в ней импульс частицы b. *Напоминание.* "Функция треугольника" $\lambda(x,y,z)$ определена как $\lambda(x,y,z) = x^2+y^2+z^2-2xy-2xz-2yz = (x-y-z)^2-4yz$.

14. Выведите формулы (3.32), выражающие скорость (и гамма-фактор) системы центра масс через инварианты и массы частиц. Вторые части этих формул легко получить в пределе больших (по сравнению с массами) значений s.

15. Для рассеяния $a + b \to a' + b'$ частиц одинаковых масс ($m_a = m_b = m$) сравните скорость системы центра масс β_{cm} (относительно лабораторной системы, где частица b покоится) со скоростью частицы a (или b) β^* в системе центра масс.

16. В реакции $a + b \to c + d$ конец вектора, изображающего лабораторный импульс частицы c, на плоскости $(p_x, p_y = 0, p_z)$ (ось Z направлена по импульсу пучка) лежит на эллипсе (т. н. "эллипс импульсов"). Покажите, что экстремальные значения лабораторного импульса частицы c задаются формулами (3.38), где β^* есть скорость частицы c в системе центра масс:

$$\mathbf{p}_1 = (0,\, 0, \gamma_{cm} E^* \left(\beta_{cm} - \beta^*\right)) \;\; , \;\; \mathbf{p}_2 = (0,\, 0, \gamma_{cm} E^* \left(\beta_{cm} + \beta^*\right)) \;\; .$$

17. Проведите кинематический анализ реакции $n(K, \pi)\Lambda$ и дайте ответы на следующие вопросы:

- имеет ли она порог в физической области энергий и каков он;
- если K-мезон имеет импульс p_K (разумеется, выше порога) то каковы величины минимально возможного и максимально возможного импульсов Λ-гиперона?
- Может ли в этой реакции π-мезон вылететь "назад" в лабораторной системе отсчета?
- Может ли в этой реакции Λ-гиперон вылететь "назад" в лабораторной системе отсчета?
- Постройте график зависимости минимально возможного импульса Λ-гиперона от импульса p_K.

18. Зная, что

$$\begin{aligned} p_\perp &= p^*_\perp \\ p_z &= \gamma_{cm} p^*_z + \gamma_{cm} \beta_{cm} E^* \\ E &= \gamma_{cm} E^* + \gamma_{cm} \beta_{cm} p^*_z \;\; , \end{aligned}$$

свяжите угол вылета частицы c в лабораторной системе отсчета с ее углом вылета в системе центра масс и докажите, что

$$\tan\theta = \frac{\sin\theta^*}{\gamma_{cm}\left(\cos\theta^* + g^*\right)} \;\; , \quad g^* = \frac{\beta_{cm}}{\beta^*} \;\; .$$

19. Выразив, например, энергию частицы c в с.ц.м. через продольный импульс и энергию в лабораторной системе, можно получить уравнение, определяющее величину импульса этой частицы в лабораторной системе отсчета в зависимости от угла ее вылета, т. е. найти функцию $p(\theta)$:

$$E^* + \beta_{cm}\gamma_{cm}p\cos\theta = \gamma_{cm}\left(p^2 + m^2\right)^{1/2} \ .$$

Решите это уравнение (см. (3.40)).

20. Для бинарной неупругой реакции типа $\mu + m \to \mu + M$, где μ – масса снаряда, m – масса мишени, M – масса частицы, в которую после рассеяния превратилась частица-мишень, выведите формулу для t_{min}, считая, что $s \gg m_i^2$ (m_i – массы частиц, участвующих в реакции).

16.3 Задачи к лекциям 5 и 6.

21. (a) Покажите, что векторы $\mathbf{l}$, $\mathbf{m}$, $\mathbf{n}$, определенные в (16.1), попарно ортогональны друг к другу. Выполните аналогичную проверку для ортов, определенных согласно формулам (16.3).

$$\mathbf{l} = \frac{\mathbf{k}_f + \mathbf{k}_i}{\left|\mathbf{k}_f + \mathbf{k}_i\right|} \ , \quad \mathbf{m} = \frac{\mathbf{k}_f - \mathbf{k}_i}{\left|\mathbf{k}_f - \mathbf{k}_i\right|} \ , \quad \mathbf{n} = \frac{\mathbf{k}_i \times \mathbf{k}_f}{\left|\mathbf{k}_i \times \mathbf{k}_f\right|} \ , \tag{16.1}$$

где $\mathbf{k}_i$ и $\mathbf{k}_f$ есть единичные векторы, направленные вдоль импульсов начальной и рассеянной частиц, соответственно. Векторы $\mathbf{l}$, $\mathbf{m}$ и $\mathbf{n}$, определенные в (16.1), удовлетворяют соотношениям

$$\mathbf{l} = \mathbf{m} \times \mathbf{n} \ , \quad \mathbf{m} = \mathbf{n} \times \mathbf{l} \ , \quad \mathbf{n} = \mathbf{l} \times \mathbf{m} \ . \tag{16.2}$$

Существует также другое определение базисных ортов

$$\mathbf{l} = \frac{\mathbf{k}_f + \mathbf{k}_i}{\left|\mathbf{k}_f + \mathbf{k}_i\right|} \ , \quad \mathbf{m} = \frac{\mathbf{k}_i - \mathbf{k}_f}{\left|\mathbf{k}_i - \mathbf{k}_f\right|} \ , \quad \mathbf{n} = \frac{\mathbf{k}_i \times \mathbf{k}_f}{\left|\mathbf{k}_i \times \mathbf{k}_f\right|} \ . \tag{16.3}$$

При таком определении они удовлетворяют соотношениям

$$\mathbf{l} = \mathbf{n} \times \mathbf{m} \ , \quad \mathbf{m} = \mathbf{n} \times \mathbf{l} \ , \quad \mathbf{n} = \mathbf{m} \times \mathbf{l} \ . \tag{16.4}$$

(b) Проверьте формулы (16.2) и (16.4).

(c) Какие из этих двух троек ортов соответствуют правовинтовой системе координат? Если только одна, то какой системе соответствует другая тройка?

22. Объясните, почему в связи с несферичностью дейтрона говорят только о D-состоянии в нерелятивистской волновой функции дейтрона.

23. В "спектаторном" механизме фрагментации дейтрона предполагается, что основной вклад в амплитуду реакции дает левая диаграмма рис. 4.3.
(а) Рассмотрите кинематику вершины "развала" дейтрона на систему "протон+нейтрон" в системе покоя дейтрона и получите формулу ((4.11)). Найдите относительный импульс нейтрона (т. е. импульс, взятый в системе покоя протона-спектатора) в случае, когда нейтрон находится "на массовой поверхности", т. е. выполняется соотношение $E_n^2 - q_n^2 = m_n^2$.
(б) Покажите, что условие: $\mathcal{P}_n^2 \geq 0$ влечет за собой ограничение (4.12) на величину относительного импульса:

$$q \leq \frac{3}{4} m_N \ .$$

24. Для упругого рассеяния типа $1 + 2 \to 1' + 2'$ найдите связь лабораторного угла рассеяния с углом рассеяния в системе центра масс. Выпишите формулу, связывающую тангенсы этих углов (или угла рассеяния в л.с. с половинным углом рассеяния в с.ц.м.).

25. Реакция $n(K, \pi)\Lambda$ с начала 1960-х годов, после появления статьи [60], широко используется в экспериментах по изучению гиперядер, благодаря особенности ее кинематики, впервые замеченным М.И.Подгорецким.

Именно: при определенном значении лабораторного импульса K-мезона, образовавшаяся Λ-частица оказывается покоящейся в лабораторной системе. Найдите это "магическое" значение импульса K-мезона. Проанализируйте полученную общую формулу. В реакциях какого типа могут быть подобные особенности?

26. Рассмотрите реакцию фоторождения мезона на покоящемся в лабораторной системе нуклоне (массу нуклона обозначим как M): $\gamma + N \to \mathcal{M} + N$. Определите, при какой энергии фотона E_γ (и при каком соотношении между массами мезона $\mathcal{M}$ и нуклона) мезон в этой реакции может оказаться покоящимся в лаборатории.

16.4 Задачи к лекциям 7 и 8.

27. Докажите, что эффективная масса группы фотонов, летящих в одном направлении, равна нулю. (Г.И.Копылов)

28. Докажите, что если в какой-нибудь одной системе отсчета направления движения двух фотонов совпадают, то они совпадают в любой другой системе отсчета. (Г.И.Копылов)

29. Для распада $0 \to 1 + 2$ частицы 0 с массой M_0 на частицы 1 и 2 с массами m_1 и m_2 соответственно, выпишите формулы для полных энергий частиц 1 и 2, их кинетических энергий, а также отношения этих кинетических энергий.

30. Пусть имеется в лабораторной системе "родительская" частица 0 с 4-импульсом $\mathcal{P}_0 = (E_0\,, \mathbf{p}_0)$ (выберем направление оси Z по направлению импульса $\mathbf{p}_0$), и пусть она распадается с вылетом распадной частицы 1 с 4-импульсом $\mathcal{P}_1 = (E_1\,, \mathbf{p}_1)$. Под углом вылета этой распадной частицы будем понимать угол между $\mathbf{p}_1$ и направлением оси Z. Чтобы его найти, достаточно вычислить инвариант $(\mathcal{P}_0 \cdot \mathcal{P}_1)$ в системе покоя распадающейся частицы и в лабораторной системе:

$$(\mathcal{P}_0 \cdot \mathcal{P}_1) = E_0 E_1 - \mathbf{p}_0 \mathbf{p}_1 = E_0 E_1 - p_0 p_1 \cos\theta_1 = E_0^* E_1^* \ .$$

Поскольку энергия и импульс распадающейся частицы известны, а энергия распадной частицы связана с ее импульсом и массой, то соотношение (6.4) можно считать уравнением, связывающим импульс распадной частицы с ее углом вылета. Покажите, что искомое решение уравнения (6.4) дается формулами (6.5) и (6.6):

$$p_1 = \frac{M_0 E_1^* p_0 \ \cos\theta_1 \pm E_0 \sqrt{D_1}}{E_0^2 - p_0^2 \cos^2\theta_1} \ ,$$

где

$$D_1 = M_0^2 p_1^{*2} - m_1^2 p_0^2 \sin^2\theta_1 \ .$$

31. Для распада $1 \to 2{+}3$ при условии, что массы частиц 2 и 3 равны нулю (пример: распад π^0 на два фотона) выведите соотношение

$$\sin\frac{\psi_{23}}{2} = \frac{m}{2\sqrt{E_2 E_3}}$$

и покажите с его помощью, что минимальный угол разлета ψ_{23}^{min} получается, когда $\theta_2 = \theta_3$ (симметричные условия). Чему равен синус этого минимального угла? (См. также задачу 34.)

32. Можно связать с углом вылета распадной частицы и ее энергию; найдите это выражение сами и сравните с формулой (23) гл. II (параграф 2) в книге Г.И.Копылова [2].

33. Под углом разлета $\psi(E_1)$ распадных частиц в распаде $0 \to 1+2$ "на лету", когда в лабораторной системе 4-импульс распадающейся частицы равен $(E_0\,, \mathbf{p}_0)$, будем понимать угол между импульсами $\mathbf{p}_1$ и $\mathbf{p}_2$ при энергии распадной частицы 1 равной E_1.

Проделайте самостоятельно выкладки, приводящие к формулам (6.12)-(6.14):

$$\cos\psi = \frac{E_1 E_2 - q^2}{p_1 p_2}\ ,$$

$$\cos\psi = \frac{E_1\left(E_0 - E_1\right) - q^2}{\sqrt{E_1^2 - m_1^2}\sqrt{\left(E_0 - E_1\right)^2 - m_2^2}}\ ,$$

причем предельные значения E_1, очевидно, отвечают вылету частицы 1 в системе покоя 0 "назад" ($E_{1\,,\,\min}$) и "вперед" ($E_{1\,,\,\max}$). Соответственно,

$$E_{1\,,\,min/max} = \frac{E_0 E_1^* \mp p_0 p_1^*}{M_0}\ ,\ \ E_{1\,,\,min} \le E_1 \le E_{1\,,\,max}\ .$$

34. Продолжая анализ распада $0 \to 1+2$ "на лету", в случае, когда распадные частицы – фотоны, выведите формулы (6.16) и (6.17):

$$E_1 = \frac{E_0}{2} \pm \sqrt{\frac{E_0^2}{4} - \frac{M_0^2}{2\left(1-\cos\psi\right)}}\ ,$$

$$E_2 = \frac{E_0}{2} \mp \sqrt{\frac{E_0^2}{4} - \frac{M_0^2}{2\left(1-\cos\psi\right)}}\ .$$

Проанализируйте эти формулы: всякие ли углы разлета разрешены? Как найти минимальный угол разлета?

35. Для упругого рассеяния типа $1+2 \to 1'+2'$ найдите связь лабораторного угла рассеяния с углом рассеяния в системе центра

масс. Выпишите формулу, связывающую тангенсы этих углов (или угла рассеяния в л.с. с половинным углом рассеяния в с.ц.м.).

36. 1) Пусть рассматривается реакция $a+T \to c+X$, имеющая порог при ненулевом импульсе снаряда a с ненулевой массой, который падает на покоящуюся в л. с. мишень T. Частица c регистрируется, а система X имеет минимально возможную массу M (недостающую массу) и не регистрируется. Дайте аналитический вывод соотношения между массой мишени и массой регистрируемой частицы, при выполнении которого всегда существует такое значение импульса снаряда, что условие "безотдачности" выполняется (т. е. импульс частицы c в л. с. равен нулю). 2) Справедливо ли это соотношение, если снаряд является фотоном?

16.5 Фазовый объем.

37. Проделайте самостоятельно выкладку, дающую последнее равенство формулы (9.15):

$$\int d^4\mathcal{P}_i\,\delta\left(\mathcal{P}_i^2-m_i^2\right)=\int d^3\mathbf{p}_i dE_i\,\delta\left(E_i^2-\mathbf{p}_i^2-m_i^2\right)=\int\frac{d^3p_i}{2E_i}\ .$$

38. Покажите, что
(а) вблизи порога реакции, где $\sqrt{s}$ мало отличается от суммы масс частиц конечного состояния, фазовый объем растет от нуля (который имеет место, когда $\sqrt{s}$ равен пороговому значению s_{thresh}) так, как показано в формуле (9.24):

$$R_2(s)\sim\sqrt{\sqrt{s}-(m_1+m_2)}=\sqrt{\varepsilon}\ ,$$

где $\varepsilon\equiv\sqrt{s}-\sqrt{s_{thresh}}$ называется "превышением над порогом";
(б) в ультрарелятивистском пределе (когда всеми массами можно пренебречь), справедлива формула (9.25):

$$R_2^{ur}(s)=\frac{\pi}{2}\ .$$

39. Рассмотрите реакции (a) $n + p \to M + d$ и (b) $n + p \to M + n + p$ вблизи порога рождения мезона M в них. Сравните фазовые объемы этих реакций (R_2^a и R_3^b) при одинаковом превышении над соответствующими порогами, получив в нерелятивистском пределе выражение для отношения R_2^a/R_3^b.

40. Распад Λ -частицы может идти как по каналу $\Lambda \to p + \pi^-$, так и по каналу $\Lambda \to n + \pi^0$. Вычислите отношение фазовых объемов для распадов по этим каналам.

41. Объясните характер распределения событий на рис. 16.2 и рис. 16.3, взятых из статьи [66]:

1. Почему на левой панели есть один изолированный "островок", отделенный незаселенной областью от области, ограниченной "гребнем" с высокой концентрацией событий?
2. Почему на правой панели есть области с очень низкой концентрацией событий?
3. События какого типа группируются в "островок" в форме эллипса?
4. Почему этот островок погружен в область, засеянную событиями?
5. Какие причины могли бы обусловить низкую концентрацию событий возле линии $p_1 = p_2$?
6. Какие физические особенности, помимо перечисленных, вы заметили на распределении, показанном на правой панели?

42. Почему на диаграмме Арментероса-Подолянского (см. рис. 7.1) для V^0 -частицы, распадающейся на две заряженных частиц, распределения событий от распада каонов и от распада Λ^0 не только имеют разный характер, но и разные значения максимального поперечного импульса?

16.6 Задачи к лекциям 11 и 12.

43. Докажите теорему о том, что для любой точки внутри равностороннего треугольника сумма ее расстояний до сторон этого треугольника равна его высоте.

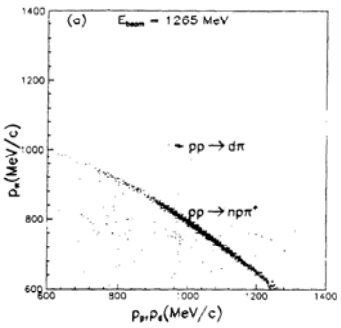


Рис. 16.2. Данные из [66] по реакции неупругого pp взаимодействия. Распределение по импульсам пиона (ось абсцисс) в совпадении с тяжелой положительно заряженной частицей; ее импульс отложен по оси ординат.

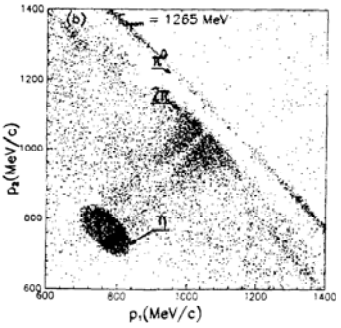


Рис. 16.3. Данные из [66]. Распределение по импульсам протонов для событий с регистрацией не менее 2-х протонов в совпадениях. По осям абсцисс и ординат отложены импульсы каждого из протонов.

44. Для трехчастичного распада $P \to 1 + 2 + 3$ введем следующие переменные: $\Omega_3 = (\cos\theta_{13}, \varphi_3)$, которые описывают ориентацию вектора импульса частицы 3 относительно $\mathbf{p}_1$, и Ω_1 – ориентацию импульса частицы 1 относительно некоторой произвольной оси. Покажите, что справедлива формула (10.6):

$$d^3p_1\, d^3p_3 = p_1^2 dp_1\, d\Omega_1\, p_3^2 dp_3\, d\Omega_3 = p_1 E_1 dE_1 d\Omega_1 p_3 E_3 dE_3 d\cos\theta_{13} d\varphi_3 \ ,$$

а для трехчастичного фазового объема можно и в самом деле написать выражение (10.7)

$$R_3(s) = \frac{1}{8}\int dE_1 dE_3 d\Omega_1 d\varphi_3\, \Theta\left(1 - \cos^2\theta_{13}\right) \ .$$

Здесь Θ – функция ограничивает $\cos\theta_{13}$ его физическими значениями. Значения $\cos\theta_{13} = \pm 1$ соответствуют границе физической области на плоскости $(E_1\,, E_3)$, то есть границе диаграммы Далица.

45. Получите уравнение (10.8), определяющее границы диаграммы Далица:

$$\left(\sqrt{s} - E_1 - E_3\right)^2 = E_1^2 - m_1^2 + E_3^2 - m_3^2 \pm \left[\left(E_1^2 - m_1^2\right)\left(E_3^2 - m_3^2\right)\right]^{1/2} + m_2^2 \,,$$

которое можно переписать и в форме (10.9)

$$\left(\sqrt{s} - E_1 - E_3\right)^2 = \mid p_1 \pm p_3 \mid^2 + m_2^2 \ .$$

46. Покажите, что на границе диаграммы Далица (см. (10.14))

$$\lambda\left(p_1^2\,, p_2^2\,, p_3^2\right) = 0 \ .$$

47. Рассмотрите реакцию типа $a + b \to 1 + 2 + 3$. Ее кинематическая диаграмма представлена на рис. 10.9.

Для реакции этого типа получите самостоятельно все формулы для инвариантов t_{a2}, t_{b2}, t_{a3}, t_{b1}, s_{13} и скалярных произведений типа $\mathcal{P}_i\,\mathcal{P}_j$. Указанные инварианты определите по аналогии с определениями (10.18).

16.7 Задачи к лекциям 13 и 14.

48. Как известно, плотность плотность событий на диаграмме Далица определяется квадратом матричного элемента реакции, который содержит чисто кинематическую часть и часть, зависящую от динамики (механизма) реакции (распада). Для распада векторного мезона на три пиона **покажите**, что если эта (зависящая от динамики) часть не зависит, тем не менее, от кинематических переменных, то плотность событий на диаграмме Далица определяется формулами (11.7) и (11.8):

$$\frac{d\rho_{c.m.}}{dS} = \mathrm{const}\,\frac{\lambda\left(\mathbf{p}_1^2\,, \mathbf{p}_2^2\,, \mathbf{p}_3^2\right)}{4} \ ,$$

что в полярных координатах сводится к выражению

$$\frac{d\rho_{c.m.}}{dS} = \mathrm{const}\left[1 - \left(1 + \frac{2\varepsilon}{(1-\varepsilon)^2}\right) r^2 - \frac{2\varepsilon}{(2-\varepsilon)^2}\, r^3 \cos(3\varphi)\right] \ ,$$

где величина ε определена раньше и уже знакома.

49. Получите самостоятельно выражение (11.11) для плотности событий на диаграмме Далица при распаде псевдовекторного мезона

на три пиона.

$$\frac{d\rho_{c.m.}}{dS} = \text{const}\left[1 - \frac{2}{2-\varepsilon}\, r\, \cos(3\varphi)\right] r^2 \ .$$

50. Напишите свою программу генерации нормально распределенного случайного числа и проверьте, что полученное распределение действительно совпадает с нормальным законом $N(0,1)$.

51. Обобщите приведенные в разделе 12.2 главы 12 формулы и вашу программу так, чтобы она генерировала случайные числа, распределенные по закону $N(X_0, \sigma)$.

52. Обратите внимание на ф-лу (12.6): приведенное в ней распределение для величины ρ называется *распределением Рэлея*. Фактически, это распределение по расстоянию от начала координат некоторой случайной точки на плоскости при условии, что каждая из декартовых координат этой точки распределена нормально со средним значением 0 и единичной дисперсией. Пусть теперь параметр σ не равен 1. Для такого распределения:

1. Найдите наиболее вероятное значение ρ, когда эта величина распределена по закону Рэлея.
2. Найдите среднее значение ρ.
3. Найдите среднее значение ρ^2.
4. Обобщите эту задачу и получите обобщение закона Рэлея (12.6), рассмотрев случай, когда декартовы координаты (x, y) случайной точки на плоскости распределены нормально, но с ненулевыми средними: координата x распределена по закону $N_x(X_0, \sigma)$, а координата y – по закону $N_y(Y_0, \sigma)$, $X_0 \neq 0$, $Y_0 \neq 0$.

53. Пусть на плоскости (X, Y) вокруг начала координат случайным образом разбросаны точки с координатами (x, y), причем координаты x и y независимы и распределены по нормальному закону с одинаковой дисперсией σ и средним значением 0. Каково распределение этих точек по расстоянию r от начала координат? Каково наиболее вероятное значение r, среднее значение $< r >$ и среднеквадратичное значение $\sqrt{< r^2 >}$?

54. Ответьте на эти же вопросы для случая, когда точки равномерно распределены на той же плоскости внутри круга радиуса R.

55. Пусть две независимые случайные величины x и y распределены (каждая) по закону Брейта-Вигнера с одним и тем же параметром ширины Γ:

$$w(z) \sim \frac{\Gamma^2/4}{(z_0 - z)^2 + \Gamma^2/4} , \tag{16.5}$$

где $z = x$ или $z = y$ соответственно, и центры распределений находятся в нуле осей соответствующих координат (т. е. $x_0 = y_0 = 0$).

Найдите и проанализируйте уравнение для "линий уровня" (т. е. постоянного значения) двумерного распределения $W(x, y)$ этих случайных величин на плоскости. Дайте графическое представление этих линий при нескольких значениях параметра ρ (например, 0.1, 0.3, 0.5, 0.8), определенного как

$$\rho_i = \frac{W(x, y) = \text{const}_i}{W(x, y)_{max}} .$$

Можно дать графическое представление, полученное Монте-Карло методом розыгрыша этих случайных величин в соответствии с заданным распределением.

16.8 Разные задачи.

56. Есть 4 города, расположенных в вершинах квадрата со стороной 2 единицы. Нужно соединить их железной дорогой так, чтобы из любого города можно было бы проехать в любой другой, и при этом полная длина железной дорого была бы минимально возможной. Насколько короче эта минимальная длина (если она действительно короче) суммы длин диагоналей данного квадрата?

57. Известно, что нуклон состоит из трех конституентных кварков. Глюоны связывают их наподобие упругих струн так, что чем дальше расходятся кварки, тем сильнее глюонная струна препятствует этому. Иными словами, запасенная в глюонной струне энергия пропорциональна ее длине (в принципе, почти ничего для данной задачи не изменится, если она пропорциональна длине, возведенной в некоторую ненулевую положительную степень).

Рис. 16.4. Вариант конфигурации кварков и глюонных струн в нуклоне. Цветные кварки: кружки разного оттенка. Кружок в центре: трехглюонная связь. Спирали - эффективные глюонные струны.

Рис. 16.5. Второй возможный вариант конфигурации кварков и глюонных струн. Примечательно, что в этом варианте каждый кварк связан сразу с двумя глюонными струнами.

Радиус нуклона известен: примерно 0.8 Фм. Из соображений симметрии (легкие кварки u и d для глюонов неразличимы и их массы одинаковы) ясно, что (1) задачу можно рассматривать на плоскости, так как через 3 точки можно провести одну, и только одну плоскость, и (2) расстояния между кварками одинаковы. Таким образом, кварки находятся в вершинах равностороннего треугольника.

В настоящее время считается, что вклад эффективных глюонных струн в массу нуклона составляет почти $2/3$ его массы.

Рис. 16.4-16.5 указывают также на то, что орбитальный момент количества движения кварков и глюонных струн может давать заметный вклад в полный спин нуклона, так как ни одна вершина треугольников не выделена и система обладает вращательной симметрией (представьте себе эти треугольники вращающимися).

Какой из рисунков 16.4-16.5 адекватно отражает структуру нуклона, то есть, соответствует наинизшей энергии трехкваркового состояния? Обоснуйте свой выбор.

58. Пусть параллельный монохроматический пучок падает нормально на плоскопараллельную пластинку толщины x по направлению пучка.

1. Найдите вероятность $P_k(x)$ того, что частица пучка испытает **ровно** $k > 0$ столкновений.

2. При какой толщине пластинки вероятность $P_k(x)$ максимальна? Чему равна эта максимальная вероятность?

3. Найдите вероятность $P_{scatt}(x)$ того, что частица пучка испытает хотя бы одно столкновение.

59. Характерный пространственный угол многократного рассеяния, как известно, есть

$$\theta_{moliere} = \sqrt{2}\,\frac{13.6\,\mathrm{MeV}}{\beta cp}\cdot z\cdot\sqrt{\frac{x}{X_0}}\cdot\left[1+0.038\cdot\ln\left(\frac{x}{X_0}\right)\right]\,, \qquad (16.6)$$

где p, $c\beta$ и z есть импульс (в МэВ/с), скорость и заряд частицы соответственно, x и X_0 – толщина слоя вещества и его радиационная длина.

Почему в приведенной здесь формуле (16.6) поставлен множитель $\sqrt{2}$?

60. Пусть в лабораторной системе сталкиваются два релятивистских ядра с одинаковой энергией на нуклон; заряды ядер, соответственно, Z_1 и Z_2, атомные номера A_1 и A_2. Массы ядер в ГэВ/с^2 оцените с учетом средней энергии связи на нуклон. Оцените величину напряженности магнитного поля, возникающего при максимальном сближении ядер при "касательном" столкновении (прицельный параметр соударения возьмите равным сумме радиусов ядер). Дайте численную оценку напряженности магнитного поля в гауссах для следующих случаев:

1. столкновение ядер Au с Au (ядра золота);

2. столкновение ядер Cu с Cu (ядра меди);

3. столкновение ядер d с Au (ядра дейтерия с золотом);

4. столкновение протонов с протонами.

В каждом из этих случаев сделайте оценки при следующих двух значениях полной энергии каждого из ядер в расчете на один нуклон: (а) 10 ГэВ; (б) 1 ТэВ. Оцените характерное время пребывания ядер в таком индуцированном магнитном поле для этих же случаев.

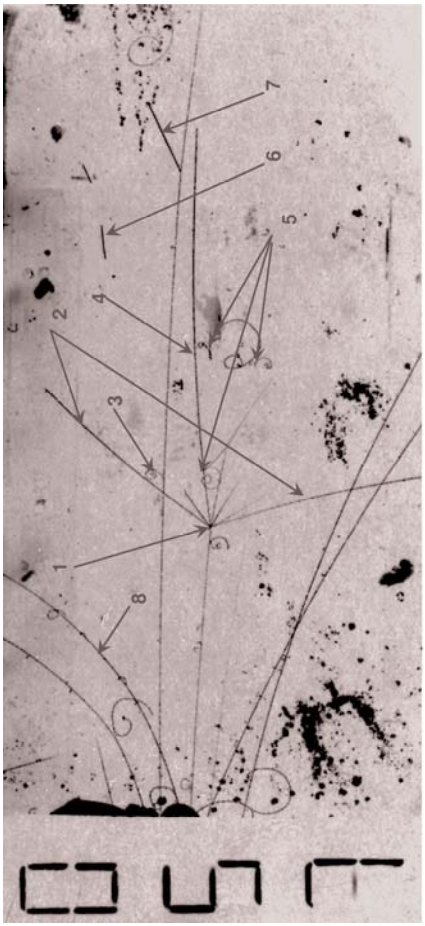
61. Оцените частоту (в Гц) прецессии спина протона и нейтрона в вычисленных вами магнитных полях.

62. Сделайте численную оценку энергии взаимодействия протона и нейтрона с внешним постоянным магнитным полем напряженностью 10^{17} Гаусс. Ответ дайте в единицах, характерных для ядерной физики, т. е. в МэВ.

63. Вспомнив, что одноименные электрические заряды отталкиваются, оцените численно величину энергии электрического взаимодействия, выталкивающего протоны из сталкивающихся ядер при их сближении на такое наименьшее возможное расстояние, когда сильное взаимодействие между ними еще отсутствует. Оценку дайте в единицах, характерных для ядерной физики, т. е. в МэВ. Оцените (в единицах Фм) величину расстояния наибольшего сближения без включения сильного взаимодействия для столкновения двух ядер золота друг с другом.

16.9 Распознавание событий в детекторах.

64. Дайте ответы на вопросы, поставленные на рисунках:



1. Что здесь произошло? Опишите качественно, определив знак заряда пучковой частицы.
2. Охарактеризуйте качественно (знак заряда, энергии) каждый из треков и что произошло с каждой из частиц.
3. Что за частица оставила этот след? Назовите термин, которым пользуются для них.
4. Почему меняется степень «черноты» этого следа?
5. Что за частицы оставили эти следы? Предложите наиболее вероятную причину появления таких следов.
6. Кто мог оставить этот след и каково его возможное происхождение?
7. Что здесь произошло?
8. Какие частицы (знак заряда, энергия) могли оставить эти следы?
9. Как выглядел бы этот кадр в современном детекторе (без ТРС, в ТРС)?
10. Можно ли было бы сегодня получить такой же кадр без использования фотоплёнки?

Рис. 16.6. Регистрация событий: пример. Фото с пузырьковой водородной камеры длиной (по пучку) 1 м.

Что произошло на этом кадре? Опишите качественно.

1. **Охарактеризуйте этот след.**
2. **Что это за событие и чем оно может быть вызвано?**
3. **Охарактеризуйте качественно (знак заряда, энергии, события на этом треке) этот след.**

Рис. 16.7. Регистрация событий: пример второй. Та же пузырьковая камера.

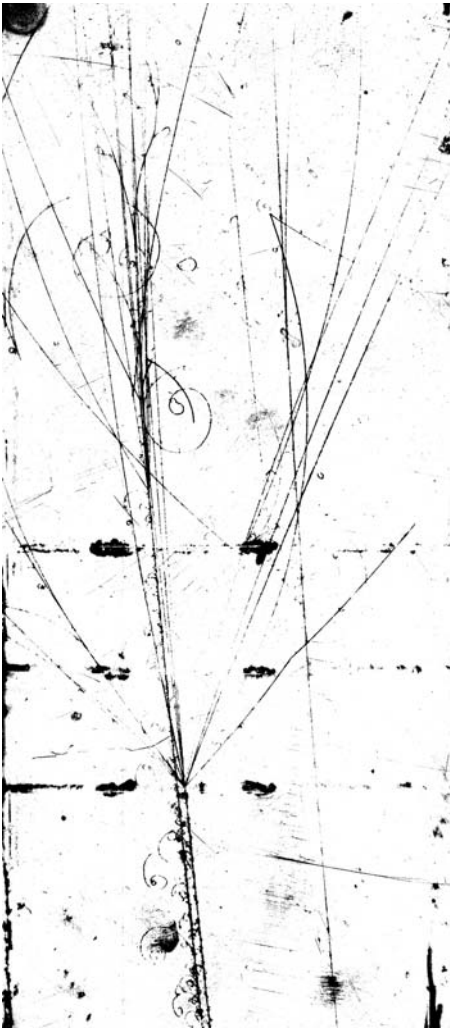


Рис. 16.8. Регистрация событий: пример третий. Пропановая пузырьковая камера с 3-мя танталовыми пластинами-мишенями. Найдите на снимке дельта-электроны, далицевские электрон-позитронные пары. Попытайтесь разделить, на глаз, треки заряженных частиц с зарядом 1 и с более высоким зарядом. Разделите вторичные треки на треки положительно заряженных и отрицательно заряженных частиц.

Глава 17

Советы, указания, решения

Задача 1. Взяв определение мандельстамовских переменных, имеем:

$$\begin{aligned} s &= (\mathcal{P}_a + \mathcal{P}_b)^2 = m_a^2 + m_b^2 + 2\mathcal{P}_a\mathcal{P}_b \ , \\ t &= (\mathcal{P}_a - \mathcal{P}_c)^2 = m_a^2 + m_c^2 - 2\mathcal{P}_a\mathcal{P}_c \ , \\ u &= (\mathcal{P}_a - \mathcal{P}_d)^2 = m_a^2 + m_d^2 - 2\mathcal{P}_a\mathcal{P}_d \ , \\ s+t+u &= \sum_{i=a}^{c} m_I^2 + 2\mathcal{P}_\dashv \left(\mathcal{P}_b - \mathcal{P}_c - \mathcal{P}_d\right) + 2m_a^2 \ ; \end{aligned}$$

а после учета закона сохранения полного 4-импульса $\mathcal{P}_a + \mathcal{P}_b = \mathcal{P}_c + \mathcal{P}_d$ или $\mathcal{P}_a = -\mathcal{P}_b + \mathcal{P}_c + \mathcal{P}_d$, вспомнив при этом, что $\mathcal{P}_a^2 = m_a^2$, приходим к формуле (3.3).

Задача 3. Дифференциальное сечение рассеяния на абсолютно черном шарике радиуса R, записанное в форме

$$\frac{d\sigma}{dt} \sim \frac{\pi R^2}{-t} \cdot J_1^2\left(R\sqrt{-t}\right) \ ,$$

- не зависит от начальной энергии и от того, в какой системе отсчета оно вычисляется;

- имеет максимум при $t = 0$, минимумы при значениях t таких, что $R\sqrt{-t} = Z_i$, где Z_i есть $i-$й нуль функции Бесселя $J_1(x)$, т. е. при $t_i = -(Z_i/R)^2$ и вторичные максимумы между ними, высота которых убывает с ростом $\mid t \mid$;

- Высота первого максимума (т. е. величина сечения $d\sigma/dt(0)$)) связана с полным сечением рассеяния и определяется радиусом R шарика;

- "Параметр наклона" дифракционного конуса (первого дифракционного максимума), определенный как $d\left(\ln\left(d\sigma/dt\right)\right)/dt(t = 0)$, также связан с полным сечением рассеяния, определяется радиусом R шарика и не зависит от начальной энергии (и системы отсчета).

Чтобы получить приближенную формулу для $d\sigma/dt$ при малых $R\sqrt{\mid t \mid}$ (а также понять происхождение термина "дифракционный конус"), необходимо вспомнить некоторые асимптотические свойства функций Бесселя.

1. Представление в виде ряда:

$$\begin{aligned} J_m(z) &= \left(\frac{z}{2}\right)^m \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{k!\Gamma(m+k+1)} \left(\frac{z}{2}\right)^{2k} = \\ &= \left(\frac{z}{2}\right)^m \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-z^2/4)^k}{k!} \cdot \frac{1}{\Gamma(m+k+1)} \ . \end{aligned}$$

Вспоминая, что $e^x = \sum_{k=0}^{\infty} x^k/k!$ легко увидеть, что

$$J_1(2x) = x \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-x^2)^k}{k!} \cdot \frac{1}{(k+1)!}; \quad \frac{J_1(2x)}{x} - e^{-x^2/2} =$$

$$= \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-x^2)^k}{k!} \cdot \left[\frac{1}{(k+1)!} - \frac{1}{2^k}\right] \ ;$$

$$\frac{J_1(2x)}{x} = e^{-x^2/2} - \frac{x^4}{24} + O\left(x^6\right) \ . \qquad (17.1)$$

2. Положение нулей функций J_0 и J_1 можно найти с помощью формул:

$$J_0(x_n)=0 \;\Rightarrow\quad \frac{x_n}{\pi} \;=\; n-\frac{1}{4}+\frac{0.050661}{4n-1}-\frac{0.053041}{(4n-1)^3}+O\left([4n-1]^{-5}\right)\;,$$

$$J_1(Z_n)=0 \;\Rightarrow\quad \frac{Z_n}{\pi} \;=\; n+\frac{1}{4}-\frac{0.151982}{4n+1}+\frac{0.015399}{(4n+1)^3}-O\left([4n+1]^{-5}\right)\;.$$

Первые нули функции $J_1(x)$ приведены ниже:

$$Z_0=0\,;\quad Z_1\simeq 2.233\pi\,;\quad Z_2\simeq 3.238\pi\,;\quad Z_3\simeq 4.241\pi$$

Возвращаясь к формулам (3.8) (для чего надо лишь заменить $x \;\Rightarrow\; k\vartheta R \;=\; R\sqrt{-t}$) получаем связь между положением первого дифракционного минимума в дифференциальном сечении упругого рассеяния и полным сечением рассеяния:

$$x_1=k\vartheta_1 R\simeq 2.233\pi\,;\quad (k\vartheta_1)^2\simeq\frac{4.986\pi^2}{R^2}\simeq\frac{309}{\sigma_{tot}}\,;$$

$$\mid t\mid_1\simeq (k\vartheta_1)^2\simeq\frac{309}{\sigma_{tot}} \tag{17.2}$$

Предел малых $\mid t \mid$. Из формул (3.9) и (17.1) можно сразу получить знаменитую параметризацию дифференциальных сечений упругого рассеяния, о происхождении которой уже в 70-е годы мало кто помнил; повидимому, впервые этот предел и эту параметризацию в физике частиц рассмотрел С. Беленький (работа [75]) в 1956 году:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}=\mid f\mid^2=\frac{k^2R^4}{4}\cdot e^{-k^2R^2\vartheta^2/4} \tag{17.3}$$

$$\frac{d\sigma}{dt}=\frac{\pi}{k^2}\cdot\frac{d\sigma}{d\Omega}=\pi\cdot\frac{R^4}{4}\cdot e^{-R^2\cdot|t|/4}=\frac{\sigma_{tot}^2}{16\pi}\cdot e^{-R^2\cdot|t|/4} \tag{17.4}$$

Последнее из выражений в цепочке равенств (17.4) было, повидимому впервые, введено в физику частиц в работе [76] В.Г. Гришина и И.С. Саитова в 1957 г. и использовано для оценки радиуса взаимодействия частиц из экспериментальных данных. Именно с тех пор стала общепринятой эта параметризация дифференциальных сечений упругого рассеяния при высоких энергиях в дифракционной зоне и появился термин "параметр наклона дифракционного конуса"

b. В модели рассеяния на абсолютно черном шарике с резким краем это не что иное, как

$$b = \frac{R^2}{4} = \frac{\sigma_{tot}}{8\pi} \tag{17.5}$$

К задаче 5. Рассмотрите упругое рассеяние "назад" в центре масс, считая ϑ^* величиной отклонения от 180°.

Задача 6. a) Выведем формулу

$$T^{thresh}_{projectile} = M_X + \frac{M_X}{M_{targ}} \cdot \left(m_{proj.} + \frac{M_X}{2} \right) \ , \ M_X = M_{proj} + m_2 - M_{targ} \, .$$

По определению порога реакции имеем:

$$s_{thresh} = \left(\mathcal{P}_{proj} + \mathcal{P}_{targ} \right)^2 = \left(M_{proj} + M_{targ} + M_X \right)^2 \ , \tag{17.6}$$

где M_X есть "рожденная масса", т. е. избыток массы конечной системы по сравнению с суммой масс начальных частиц. Именно в нее и превратилась (на пороге) кинетическая энергия начального состояния. Вычислим величину s_{thresh} в лабораторной системе отсчета (мишень покоится), т. е. раскроем выражение для квадрата полного 4-импульса начального состояния:

$$s_{thresh} = M^2_{proj} + M^2_{targ} + 2 \left(T_{thresh} + M_{proj} \right) M_{targ} \ ,$$

где уже учтено, что $\mathcal{P}_{proj} = \left(\left(T + M_{proj} \right), \mathbf{p}_{proj} \right)$ и $\mathcal{P}_{targ} = \left(M_{targ}, \mathbf{p}_{targ} = 0 \right)$. Раскрывая скобки самой правой части формулы (17.6) и приравняв полученное выражение к выражению для s_{thresh} в лабораторной системе, после несложных алгебраических преобразований получим искомую формулу.

b) Вычислим величину $t_{p \to meson}$ на пороге реакции типа $pp \to p + Y + \text{meson}$ (формулы (3.16)-(3.18)).

По определению, $t_{p \to meson} = \left(\mathcal{P}_a - \mathcal{P}_{meson} \right)^2$, где частица a - протон (массу протона обозначим как M_p), частица Y - барион (может быть со странностью, но для выкладок это несущественно) с массой M_Y, массу мезонной системы (это не обязательно один мезон) обозначим как m.

Проведем вычисления в системе центра масс. Тогда 4-импульс мезонной системы (рассматриваем кинематику на пороге!) $\mathcal{P}_{meson} = (m, 0)$, и

$$\begin{aligned} t_{p \to meson} &= \left(\mathcal{P}_a - \mathcal{P}_{meson} \right)^2 = \left(E^{*\,2}_a - m, \, \mathbf{p}^*_a \right)^2 = \\ &= M^2_p + m^2 - 2 E^*_a \cdot m \ , \end{aligned} \tag{17.7}$$

где E_a^* - энергия пучкового протона в системе центра масс, $\mathbf{p}_a$ - его импульс (в той же системе, естественно). Поскольку рассматриваем реакцию с двумя протонами в начальном состоянии, то полная энергия в системе центра масс есть, очевидно, $2E_a^*$. Она же, с другой стороны, согласно определению мандельстамовской переменной s, есть $\sqrt{s}$, и значит, $E_a^* = \sqrt{s}/2$. Поскольку задача рассматривается на пороге, то

$$E_a^* = \frac{1}{2}\sqrt{s} = \frac{1}{2}\left(M_p + M_Y + m\right) \ .$$

Подставив полученное выражение в формулу (17.7), после небольшой алгебраической выкладки приходим к искомой формуле:

$$t_{p\to meson} = M_p^2 \cdot \left[1 - \frac{m}{M_p}\left(1 + \frac{M_Y}{M_p}\right)\right] \ .$$

Действуя аналогичным образом, нетрудно найти формулы для квадратов 4-импульсов, переданных от пар "пучковый протон – рассеянный протон" или "пучковый протон – барион Y ".

Задача 7. Указания к первому пункту задачи: 1) используйте определение порога реакции и вычислите энергию фотона E_γ^{thresh} в лабораторной системе на пороге рассматриваемой реакции; 2) найдите скорость β_{cm} системы центра масс при E_γ^{thresh}; 3) зная энергию и импульс рожденного ϕ-мезона в системе центра масс, найдите ответ на поставленный вопрос, выполнив лоренцевское преобразование из с.ц.м. в л.с. для импульса ϕ-мезона. После ответа на вопросы первого пункта задачи, указания для поиска ответа на вопросы ее второго пункта не требуются.

Задача 8.

Действуя так же, как и при решении задачи 7, но учитывая, что $M \neq m$, нетрудно увидеть, что пороговая энергия фотона в л.с. есть

$$E_\gamma^{thr} = M \cdot \left(1 + \frac{M}{2m}\right) \ .$$

Далее можно воспользоваться соотношениями

$$\beta_{cm} = \frac{p_{\,tot}}{E_{tot}} \ , \ \ \gamma_{cm} = \frac{E_{tot}}{M_{tot}} \ ,$$

где $E_{tot} = E_\gamma + m$ есть полная лабораторная энергия, при которой происходит реакция, M_{tot} есть полная масса системы (снаряд+мишень), то есть, просто $\sqrt{s}$, а $p_{\,tot} = p_\gamma + p_{targ} = p_\gamma$ есть

полный импульс в этой реакции. Зная энергию фотона в л.с. на пороге и помня об определении порога реакции, нетрудно увидеть, что искомый импульс бозона в л.с. равен

$$|p_{lab}^{M,\,thr}| = M \cdot \frac{1+\frac{M}{2m}}{1+\frac{m}{M}} \ .$$

Проверьте, что в частном случае $M = m$ этот ответ совпадает с ответом задачи 7.

Задача 9. Указание: используйте результаты, полученные при решении задачи 8.

Задача 10. Указания:

1. воспользуйтесь результатами решения задач 7- 9 и проверьте, есть ли на верхней панели рисунка 16.1 события, отнесенные аспирантом к рассматриваемой реакции, которые находятся в запрещенной ее кинематикой области;

2. сравните характер распределения событий по энергии фотонов в области $E_\gamma < 2$ ГэВ с поведением, ожидаемым из общего характера энергетической зависимости сечений околопорогового рождения для реакций типа $2 \to 2$.

Задача 11. Выпишем соотношения (3.22) для нерелятивистского случая $\beta \ll 1$, $\gamma \approx 1$:

$$\begin{aligned} u_{12}^0 &= (u_1 \cdot u_2) \\ \mathbf{u}_{12} &= \mathbf{u}_1 - \mathbf{u}_2 \cdot \frac{u_1^0 + u_{12}^0}{1+u_2^0} \ . \end{aligned}$$

В этом случае $u_1^0 \approx 1$ и $u_2^0 \approx 1$, т. е. знаменатель во второй строчке формулы (3.22) равен 2. Рассмотрим числитель, то есть, вычислим скалярное произведение $u_{12}^0 = (u_1,\, u_2) = u_1^0 \cdot u_2^0 - (\mathbf{u}_1 \cdot \mathbf{u}_2) = 1 - (\boldsymbol{\beta}_1 \cdot \boldsymbol{\beta}_2) \approx 1$, и в итоге получаем нерелятивистскую формулу для относительной трехмерной скорости:

$$\mathbf{u}_{12} = \mathbf{u}_1 - \mathbf{u}_2 \ .$$

Задача 13. Выразим лабораторный импульс снаряда через инварианты (аналогично формуле (3.29)). Вначале выпишем выражение для мандельстамовской s в лабораторной системе:

$$s = (\mathcal{P}_a + \mathcal{P}_b)^2 = m_a^2 + m_b^2 + 2E_a m_b \ ;$$

то есть,

$$E_a = \frac{s - m_a^2 - m_b^2}{2m_b} \ .$$

Абсолютная величина импульса частицы связана с величиной ее энергии: $p^2 = E^2 - m^2$; подставив в это соотношение выраженную через s энергию снаряда и проделав простые алгебраические выкладки, получаем:

$$p_a = \frac{\lambda^{1/2}\left(s, m_a^2, m_b^2\right)}{2m_b} \ ,$$

что и требовалось найти.

Задача 14. Выведем формулы (3.32):

$$\beta_{cm} = \frac{p_a}{E_a + m_b} \approx 1 - \frac{2m_b^2}{s} \ , \ \gamma_{cm} = \frac{s - m_a^2 + m_b^2}{2m_b\sqrt{s}} \approx \frac{\sqrt{s}}{2m_b} \ .$$

Способ 1. Лоренцевский гамма-фактор, по определению, есть отношение полной энергии частицы (или системы частиц) к ее эффективной массе (для свободной частицы это просто масса частицы). Гамма-фактор для системы центра масс (в лаб. системе) есть, т.о.

$$\gamma_{cm} = \frac{E_a + m_b}{\sqrt{s}} \ ,$$

так как полная энергия начального состояния есть $E_a + m_b$, а эффективная масса начального состояния есть не что иное, как $\sqrt{s}$. Выражение для E_a через величину s было получено в предыдущей задаче. Используя ту формулу, получаем:

$$\gamma_{cm} = \frac{s - m_a^2 + m_b^2}{2m_b\sqrt{s}} = \frac{s\left(1 - \frac{m_a^2 - m_b^2}{s}\right)}{2m_b\sqrt{s}} \ ,$$

что в пределе $s \gg m_a^2$, $s \gg m_b^2$, когда в числителе можно пренебречь вторым членов в скобках, дает искомое выражение

$$\gamma_{cm} = \frac{s - m_a^2 + m_b^2}{2m_b\sqrt{s}} \approx \frac{\sqrt{s}}{2m_b} \ .$$

Замечая далее, что

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} \ , \ \ \beta^2 = 1 - \frac{1}{\gamma^2} \ ,$$

а также используя малость величины $m_b/\sqrt{s} \ll 1$, легко получить искомую формулу для β_{cm}:

$$\beta_{cm} = \frac{p_a}{E_a + m_b} \approx 1 - \frac{2m_b^2}{s} \ .$$

Способ 2. По определению лоренцевского фактора β, он есть не что иное, как отношение полного импульса частицы (или системы частиц) к ее полной энергии. Полная энергия начального состояния есть $E_a + m_b$ и соответствующее выражение уже выписано выше. Полный импульс начального состояния в лабораторной системе равен p_a. Выражение для него через переменную s получено в предыдущей задаче. Таким образом,

$$\beta_{cm} = \frac{\lambda^{1/2}\left(s,\, m_a^2,\, m_b^2\right)}{s - m_a^2 + m_b^2} \ , \tag{17.8}$$

и остается только учесть, что $s \gg m_a^2$, $s \gg m_b^2$. Для этого обратимся к определению функции λ, запишем ее в виде:

$$\lambda^{1/2}\left(s,\, m_a^2,\, m_b^2\right) = s\left(1 - 2\frac{m_a^2 + m_b^2}{s} + \frac{\left(m_a^2 - m_b^2\right)^2}{s^2}\right)^{1/2} \ ,$$

и разложим в ряд квадратный корень, удерживая только члены первого порядка по величине $1/s$:

$$\lambda^{1/2}\left(s,\, m_a^2,\, m_b^2\right) \approx s\left(1 - \frac{m_a^2 + m_b^2}{s}\right) \ .$$

Аналогично поступим со знаменателем в (17.8):

$$\frac{1}{s - m_a^2 + m_b^2} = \frac{1}{s\left(1 - \frac{m_a^2 - m_b^2}{s}\right)} \approx \frac{1}{s}\left(1 + \frac{m_a^2 - m_b^2}{s}\right) \ .$$

Собрав оба выражения вместе, получим искомое выражение:

$$\beta_{cm} = \frac{p_a}{E_a + m_b} \approx 1 - \frac{2m_b^2}{s} \ .$$

Далее нетрудно найти выражение для γ_{cm}, пользуясь связью между гамма-фактором и скоростью β.

Задача 15. Из задачи 13 уже известно, что

$$p_a = \frac{\lambda^{1/2}\left(s, m_a^2, m_b^2\right)}{2m_b} \ , \ E_a = \frac{s - m_a^2 - m_b^2}{2m_b} \ , \ E_a + m_b = \frac{s - m_a^2 + m_b^2}{2m_b} \ .$$

Подставляя эти выражения в формулу (см. предыдущую задачу) для скорости движения системы центра масс относительно лабораторной системы имеем, с учетом $m_a = m_b = m$:

$$\beta_{cm} = \frac{p_a}{E_a + m_b} = \frac{\lambda^{1/2}\left(s, m^2, m^2\right)}{s} \ .$$

Для скорости частицы a относительно системы центра масс, то есть для величины

$$\beta_a^* = \frac{p^*}{E^*} \ ,$$

подставим выражения для импульса и энергии, получаемые через инварианты (см. формулы (3.27) и (3.29)), с учетом $m_a = m_b = m$ имеем:

$$\beta_a^* = \frac{p^*}{E^*} = \frac{\lambda^{1/2}\left(s, m^2, m^2\right)}{s} \ ,$$

то есть:

$$\beta_{cm} = \beta_a^* \text{ или } \ g_a^* = \frac{\beta_{cm}}{\beta_a^*} = 1 \ .$$

Иными словами, **для рассеяния двух частиц одинаковой массы, скорость движения центра масс относительно лабораторной системы (где одна из них покоится) равна скорости одной из этих частиц в системе центра масс**.

Задача 16. В системе центра масс лабораторная система движется со скоростью $-\beta_{cm}$ (знак "-" означает, что направление скорости лабораторной системы в с.ц.м. противоположно направлению скорости с.ц.м. в лабораторной системе). Тогда импульс рассматриваемой частицы в лабораторной системе есть, согласно правилам лоренцева преобразования,

$$p_z = \gamma_{cm}\left(\beta_{cm} E^* + p_z^*\right) \ , \ \mathbf{p}_\perp = 0 \ .$$

Но тогда $\mid p_z \mid$ есть модуль полного импульса рассматриваемой частицы, а значит $\mid p_z \mid = \mid \boldsymbol{\beta}^* \mid \cdot E^*$. Отсюда имеем

$$p_z = \gamma_{cm} E^* \left(\beta_{cm} + \beta^*\right) \ , \ \mathbf{p}_\perp = 0 \ ,$$

если направление движения рассматриваемой частицы совпадает с направлением движения системы центра масс в лабораторной системе отсчета, и

$$p_z = \gamma_{cm} E^* \left(\beta_{cm} - \beta^*\right) \ , \ \ \mathbf{p}_\perp = 0 \ ,$$

если частица движется в противоположном направлении.

Задача 18. Очевидно, что лабораторный угол рассеяния θ можно найти из соотношения

$$\tan\theta = \frac{\mid \mathbf{p}_\perp \mid}{p_z} \equiv \frac{p_\perp}{p_z} \ .$$

С другой стороны, очевидно, что $p_\perp = p^*_\perp = p^* \sin\theta^*$ и $p^*_z = p^* \cos\theta^*$. Используя решение предыдущей задачи, легко увидеть, что

$$p_z = \gamma_{cm} E^* \left(\beta_{cm} + \beta^* \cos\theta^*\right) \ , \ \ p^* = \beta^* E^* \ .$$

Собирая все вместе в выражении для тангенса угла рассеяния, получаем требуемое выражение:

$$\tan\theta = \frac{\sin\theta^*}{\gamma_{cm}\left(g^* + \cos\theta^*\right)} \ , \ \ g^* = \frac{\beta_{cm}}{\beta^*} \ .$$

К задаче 19: решить уравнение (3.40)

$$E^* + \beta_{cm}\gamma_{cm} p \cos\theta = \gamma_{cm}\left(p^2 + m^2\right)^{1/2} \ .$$

Поступая стандартным способом, то есть, возводя обе части этого уравнения в квадрат и заменив E^* на $m\gamma^*$, получим:

$$p^2\left(1 - \beta^2_{cm}\cos^2\theta\right) - 2p\, m\beta_{cm}\frac{\gamma^*}{\gamma_{cm}}\cos\theta + m^2\left(1 - \frac{\gamma^{*\,2}}{\gamma^2_{cm}}\right) = 0 \ .$$

Рассмотрим детерминант $4\tilde{D}$ этого уравнения:

$$4\tilde{D} = 4m^2\beta^2_{cm}\frac{\gamma^{*\,2}}{\gamma^2_{cm}}\cos^2\theta - 4\left(1 - \beta^2_{cm}\cos^2\theta\right)\cdot m^2\left(1 - \frac{\gamma^{*\,2}}{\gamma^2_{cm}}\right) \ ,$$

и преобразуем его, раскрыв скобки и приведя подобные члены. Это даст:

$$\tilde{D} = m^2\left[\beta^2_{cm}\cos^2\theta + \frac{\gamma^{*\,2}}{\gamma^2_{cm}} - 1\right] \ .$$

Теперь вынесем фактор $1/\gamma_{cm}^2$ из квадратных скобок, а также используем соотношения

$$\cos^2\theta + \sin^2\theta = 1\ ,\ \ \gamma^{*\,2} - 1 = \gamma^{*\,2}\beta^{*\,2}\ .$$

В результате чего, после небольших преобразований, получаем выражение

$$4\tilde{D} = 4\frac{m^2}{\gamma_{cm}^2}\left[\gamma^{*\,2}\beta^{*\,2} - \gamma_{cm}^2\beta_{cm}^2\sin^2\theta\right]\ . \qquad (17.9)$$

Теперь нетрудно записать решение исходного уравнения в форме (сравните с (3.41))

$$p^{\pm} = \frac{m}{\gamma_{cm}}\cdot\frac{\beta_{cm}\gamma^*\cos\theta \pm \left[\gamma^{*\,2}\beta^{*\,2} - \gamma_{cm}^2\beta_{cm}^2\sin^2\theta\right]^{1/2}}{1-\beta_{cm}^2\cos^2\theta}\ .$$

К задаче 20. Рассмотрим бинарную неупругую реакцию типа $\mu + m \to \mu + M$, где μ – масса снаряда, m – масса мишени, M – масса частицы, в которую после рассеяния превратилась частица-мишень. **Будем помечать величины, относящиеся к частицам с массами μ, m и M, этими же буквами как нижними индексами.** То есть, 4-импульс частицы пучка с массой μ обозначим как $\mathcal{P}_\mu$, 4-импульс рассеянной частицы с этой же массой обозначим как $\mathcal{P}'_\mu$ и т. д.

По определению переменной t имеем:

$$t = (\mathcal{P}_\mu - \mathcal{P}'_\mu)^2 = (\mathcal{P}_m - \mathcal{P}_M)^2 = 2\mu^2 - 2\mathcal{P}_\mu\mathcal{P}'_\mu\ ,$$

что в системе центра масс можно записать как

$$t = 2\mu^2 - 2\left(E_\mu^* E'^*_\mu - p_\mu^* p'^*_\mu\cos\theta^*\right)\ .$$

Здесь θ^* - угол рассеяния в системе центра масс. Это позволяет выразить $\cos\theta^*$ через инварианты:

$$\cos\theta^* = \frac{t - 2\mu^2 + 2E_\mu^* E'^*_\mu}{2p_\mu^* p'^*_\mu}\ ,$$

а условие $|\cos\theta^*| \leq 1$ накладывает ограничения на допустимые значения мандельстамовских переменных (в дополнение к другим

ограничениям). Предельные значения $\cos\theta^*$ есть $+1$ и -1; им соответствуют предельные допустимые значения величины t. Очевидно, что минимальное значение $\mid t_{min} \mid$ отвечает $\cos\theta^* = +1$ (достаточно убедиться в этом для упругого рассеяния, когда $\mid t_{min} \mid = 0$).

Положив $\cos\theta^* = +1$, получаем уравнение для t_{min}:

$$t_{min} = 2\mu^2 - 2E^*_\mu E'^*_\mu + 2p^*_\mu p'^*_\mu \ . \tag{17.10}$$

Видно, что квадрат переданного 4-импульса t связан, для неупругих реакций, не только с передачей поперечного импульса (как это было для упругого рассеяния), но и с передачей продольного импульса и переходом части кинетической энергии в дополнительную массу вторичной частицы. Минимальное значение t_{min} определяется теперь минимально необходимой для реализации рассматриваемой реакции передачей продольного импульса и соответствующей передачей энергии.

Теперь вместо энергии и импульсов в системе центра масс можно подставить их выражения через инварианты (см. Часть II):

$$\begin{aligned} t_{min} &= 2\mu^2 - \frac{1}{2s}\Big[\left(s+\mu^2-m^2\right)\left(s+\mu^2-M^2\right) - \\ &- \lambda^{1/2}\left(s,\mu^2,m^2\right)\lambda^{1/2}\left(s,\mu^2,M^2\right)\Big] \ . \end{aligned} \tag{17.11}$$

Сделаны почти все нужные заготовки для получения ответа на поставленный в задаче вопрос. Осталось только рассмотреть предел $s \gg m_i^2$. Оказывается, что для этого удобно ввести следующие параметры:

$$\varepsilon_{\mu\, m} = \frac{\mu}{2E_\mu} = \frac{m\mu}{s-\mu^2-m^2} \ , \ \varepsilon_{\mu\, M} = \frac{\mu}{2E'_\mu} = \frac{M\mu}{s-\mu^2-M^2} \ .$$

Действительно: рассмотрим $\lambda^{1/2}\left(s,\mu^2,m^2\right)$. Пользуясь определением функции λ, легко увидеть, что

$$\begin{aligned} \lambda^{1/2}\left(s,\mu^2,m^2\right) &= \left[\left(s-\mu^2-m^2\right)^2 - 4m^2\mu^2\right]^{1/2} = \\ &= \left(s-\mu^2-m^2\right)\left(1-4\varepsilon^2_{\mu\, m}\right)^{1/2} = \\ &= \left(s-\mu^2-m^2\right)\left(1-2\varepsilon^2_{\mu\, m} - 2\varepsilon^4_{\mu\, m} + O\left(\varepsilon^6_{\mu\, m}\right)\right) \ ; \end{aligned}$$

аналогичное разложение получается для $\lambda^{1/2}\left(s,\mu^2,M^2\right)$. Остается подставить полученные разложения в выражение для t_{min} и педантично провести простые, но громоздкие, выкладки.

Однако, можно стартовать прямо от формулы (17.10). При этом пригодится разложение

$$(1+x)^{1/2} = 1 + \frac{1}{2}x - \frac{1}{8}x^2 + \ldots \,. \tag{17.12}$$

Вначале заметим, что

$$E'^{*}_{\mu} = \frac{s+\mu^2-M^2}{2\sqrt{s}} = E^{*}_{\mu} - \frac{M^2-m^2}{2\sqrt{s}} \,, \tag{17.13}$$

и поэтому

$$E^{*}_{\mu}E'^{*}_{\mu} = E^{*\,2}_{\mu} - E^{*}_{\mu}\frac{M^2-m^2}{2\sqrt{s}} \,. \tag{17.14}$$

Теперь займемся произведением $p^{*}_{\mu}p'^{*}_{\mu}$. Поскольку $p'^{*\,2}_{\mu} = E'^{*\,2}_{\mu} - \mu^2$, то подставляя сюда E'^{*}_{μ} из (17.13) имеем, после небольшой выкладки:

$$p'^{*}_{\mu} = p^{*}_{\mu}\left[1 - \frac{E^{*}_{\mu}}{p^{*\,2}_{\mu}}\cdot\frac{M^2-m^2}{\sqrt{s}} + \frac{1}{p^{*\,2}_{\mu}}\frac{\left(M^2-m^2\right)^2}{4s}\right]^{1/2} \,.$$

Таким образом, произведение $p^{*}_{\mu}p'^{*}_{\mu}$ есть

$$p^{*}_{\mu}p'^{*}_{\mu} = p^{*\,2}_{\mu}\left[1 - \frac{E^{*}_{\mu}}{p^{*\,2}_{\mu}}\cdot\frac{M^2-m^2}{\sqrt{s}} + \frac{1}{p^{*\,2}_{\mu}}\frac{\left(M^2-m^2\right)^2}{4s}\right]^{1/2} \,.$$

Настало время использовать формулу (17.12):

$$\begin{aligned} p^{*}_{\mu}p'^{*}_{\mu} &= p^{*\,2}_{\mu}\left[1 - \frac{1}{2}\frac{E^{*}_{\mu}}{p^{*\,2}_{\mu}}\cdot\frac{M^2-m^2}{\sqrt{s}} + \frac{1}{2p^{*\,2}_{\mu}}\frac{\left(M^2-m^2\right)^2}{4s} - \right. \\ &- \frac{1}{8}\frac{p^{*\,4}_{\mu}+\mu^2}{p^{*\,2}_{\mu}}\cdot\frac{\left(M^2-m^2\right)^2}{s} + \\ &+ \left.\frac{1}{4}\frac{E^{*}_{\mu}}{p^{*\,4}_{\mu}}\cdot\frac{\left(M^2-m^2\right)^3}{4s\sqrt{s}} - \ldots\right] \,. \end{aligned} \tag{17.15}$$

Разность $E^{*}_{\mu}E'^{*}_{\mu} - p^{*}_{\mu}p'^{*}_{\mu}$ получаем, используя формулы (17.14) и (17.15), а также формулу $p^{*}_{\mu} = \lambda^{1/2}\left(s,\mu^2,m^2\right)/2\sqrt{s}$:

$$\begin{aligned} E^{*}_{\mu}E'^{*}_{\mu} - p^{*}_{\mu}p'^{*}_{\mu} &= \mu^2 + \frac{1}{8}\frac{\mu^2\left(M^2-m^2\right)^2}{sp^{*\,2}_{m}u} + \ldots = \\ &= \mu^2 + \frac{1}{2}\frac{\mu^2\left(M^2-m^2\right)^2}{\lambda\left(s,\mu^2,m^2\right)} + \ldots \,. \end{aligned} \tag{17.16}$$

Подставляя $E^*_\mu E'^*_\mu - p^*_\mu p'^*_\mu$ из (17.16) в формулу (17.10), в пределе $s \gg m_i^2$, когда массами в функции λ уже можно пренебречь, приходим к искомому результату:

$$t_{min} \approx -\frac{\mu^2 \left(M^2 - m^2\right)^2}{s^2} + \ldots \,. \tag{17.17}$$

К задаче 21.

(б) Пусть базисная система ортов в центре масс определена согласно формулам (16.1):

$$\mathbf{l} = \frac{\mathbf{k}_f + \mathbf{k}_i}{\left|\mathbf{k}_f + \mathbf{k}_i\right|} \,, \quad \mathbf{m} = \frac{\mathbf{k}_f - \mathbf{k}_i}{\left|\mathbf{k}_f - \mathbf{k}_i\right|} \,, \quad \mathbf{n} = \frac{\mathbf{k}_i \times \mathbf{k}_f}{\left|\mathbf{k}_i \times \mathbf{k}_f\right|} \,,$$

где $\mathbf{k}_i$ и $\mathbf{k}_f$ есть единичные векторы, направленные вдоль импульсов начальной и рассеянной частиц, соответственно (разумеется, в системе центра масс).

Необходимо убедиться в том, что вектора $\mathbf{l}$, $\mathbf{m}$ и $\mathbf{n}$ удовлетворяют соотношениям:

$$\mathbf{l} = \mathbf{m} \times \mathbf{n} \,, \quad \mathbf{m} = \mathbf{n} \times \mathbf{l} \,, \quad \mathbf{n} = \mathbf{l} \times \mathbf{m} \,.$$

Проведем выкладку для проверки того, что $\mathbf{l} = \mathbf{m} \times \mathbf{n}$.

$$\mathbf{m} \times \mathbf{n} = \frac{\mathbf{k}_f - \mathbf{k}_i}{\left|\mathbf{k}_f - \mathbf{k}_i\right|} \times \frac{\mathbf{k}_i \times \mathbf{k}_f}{\left|\mathbf{k}_i \times \mathbf{k}_f\right|} = \frac{\mathbf{k}_f \times [\mathbf{k}_i \times \mathbf{k}_f] - \mathbf{k}_i \times [\mathbf{k}_i \times \mathbf{k}_f]}{\left|\mathbf{k}_f - \mathbf{k}_i\right| \cdot \left|\mathbf{k}_i \times \mathbf{k}_f\right|} \,.$$

Рассмотрим числитель; воспользуемся правилом $\mathbf{a} \times [\mathbf{b} \times \mathbf{c}] = \mathbf{b}\,(\mathbf{ac}) - \mathbf{c}\,(\mathbf{ab})$:

$$\begin{aligned}
\mathbf{k}_f \times [\mathbf{k}_i \times \mathbf{k}_f] &= \mathbf{k}_i\,(\mathbf{k}_f\,\mathbf{k}_f) - \mathbf{k}_f\,(\mathbf{k}_f\,\mathbf{k}_i) = \mathbf{k}_i - \mathbf{k}_f \cos\theta \,, \\
\mathbf{k}_i \times [\mathbf{k}_i \times \mathbf{k}_f] &= \mathbf{k}_i\,(\mathbf{k}_i\,\mathbf{k}_f) - \mathbf{k}_f\,(\mathbf{k}_i\,\mathbf{k}_i) = \mathbf{k}_i \cos\theta - \mathbf{k}_f \,, \\
\mathbf{k}_f \times [\mathbf{k}_i \times \mathbf{k}_f] - \mathbf{k}_i \times [\mathbf{k}_i \times \mathbf{k}_f] &= (\mathbf{k}_i + \mathbf{k}_f)\,(1 - \cos\theta) \,,
\end{aligned}$$

где θ - угол между единичными векторами $\mathbf{k}_f$ и $\mathbf{k}_i$.

Теперь рассмотрим знаменатель:

$$\left|\mathbf{k}_f - \mathbf{k}_i\right| \cdot \left|\mathbf{k}_i \times \mathbf{k}_f\right| = \sin\theta \sqrt{2\,(1 - \cos\theta)} = 2 \cos\frac{\theta}{2} (1 - \cos\theta) \,,$$

то есть,

$$\mathbf{m} \times \mathbf{n} = \frac{\mathbf{k}_i + \mathbf{k}_f}{2\cos\theta/2} \,.$$

Однако, $\left|\mathbf{k}_f + \mathbf{k}_i\right| = \sqrt{2\,(1+\cos\theta)} = 2\cos\theta/2$, то есть, окончательно,

$$\mathbf{m} \times \mathbf{n} = \frac{\mathbf{k}_i + \mathbf{k}_f}{\left|\mathbf{k}_f + \mathbf{k}_i\right|} = \mathbf{l}\ .$$

Аналогичным образом, без особых затруднений, делаются выкладки для проверки оставшихся соотношений.

К задаче 23. Вначале покажите, что справедливо выражение (4.11)

$$\mathcal{P}_n^{rel} = \left(\frac{M_d}{m_p}E_p - m_p\,,\ -\mathbf{q}\frac{M_d}{m_p}\right)\ .$$

Из него следует, что если $\mathcal{P}_n^{rel} = m_n^2$, то относительный импульс нейтрона равен нулю. Это соответствует ситуации, когда дейтрон разваливается на систему нейтрон+протон и каждый из фрагментов несет (в лабораторной системе отсчета) половину импульса дейтрона (если дейтрон движется относительно лабораторной системы).

Затем решите относительно q уравнение $\mathcal{P}_n^2 = 0$. Не забудьте, что в рассматриваемой кинематической модели дейтрон всегда остается на массовой поверхности, то есть $\mathcal{P}_d^2 = (\mathcal{P}_p + \mathcal{P}_n)^2 = M_d^2$!

К задаче 25. Выпишите уравнения закона сохранения энергии и трехмерного импульса. Учтите условие, что в лабораторной системе отсчета Λ-гиперон покоится ("условие безотдачности"): это поможет решить выписанные уравнения относительно энергии K-мезона:

$$E_K = \frac{m_K^2 - m_\pi^2}{2(m_\Lambda - m_n)} + \frac{m_\Lambda - m_n}{2}\,.$$

Подставляя численные значения масс частиц, нетрудно получить значение магического импульса (около 530 МэВ/с).

К задаче 26. Действуя так же, как при решении предыдущей задачи, получим

$$E_\gamma = \frac{m\cdot(2M-m)}{2(M-m)}\,.$$

Из условия неотрицательности энергии немедленно видим, что "условие безотдачности" или "условие Подгорецкого" может реализоваться только при $m < M$, то есть, масса рожденного фотоном мезона не должна превосходить массу поглотившей фотон мишени.

К задаче 27. Совет: выпишите определение эффективной массы группы частиц. Не забудьте, что имеете дело с фотонами.

К задаче 28. Совет: посмотрите еще раз на решение предыдущей задачи.

К задаче 31. Проконсультируйтесь у Г.И.Копылова [2] (гл. II, параграф 4, после формулы (29)).

К задачам 33-34. Заметим, что:

$$(\mathcal{P}_1 + \mathcal{P}_2)^2 = \mathcal{P}_0^2 \ ,$$

(см. 6.11), а также определим:

$$q^2 = \frac{1}{2}\left(M_0^2 - m_1^2 - m_2^2\right) \ .$$

Из формулы (6.11) легко увидеть, выполнив возведение в квадрат и все остальное, что (6.12) на самом деле справедливо. Теперь остается только выразить E_2 и p_2 через E_1. Далее, в случае затруднений, проконсультируйтесь у Г.И.Копылова [2] (гл. II, параграф 4).

К задаче 41. При поиске ответа на первый вопрос этой задачи, сначала найдите ответ на основной вопрос о "щели" между островком и областью, ограниченной "гребнем", а уж затем попробуйте найти объяснение "гребню".

Если вам трудно преодолеть возникшие при поисках ответа затруднения, поищите ответы в оригинальной статье.

К задачам 48-49. Проконсультируйтесь у Г. Челлена [8]

К задаче 56. Эта задача (см. параграф 15.3, взятая из лекций [97], – частный случай т. н. "задачи Штайнера", или "задачи о кратчайшей сети". В деталях с ней можно познакомиться в статье Е.Абакумова и др. "Кратчайшие сети" (журнал "Квант"). Ряд полезных на практике теорем, связанных с задачей о кратчайшей сети, можно найти в упомянутой статье.

К задаче 57. Правильный ответ на этот вопрос показан на рис. 16.4. Он немедленно следует из теорем, связанных с задачей Штайнера.

КХД расчеты на решетке (без обращения к этим теоремам) его подтверждают.

К задаче 59. Обратите внимание на численный коэффициент 13.6 МэВ в числителе. Чтобы увидеть ответ на поставленный в задаче вопрос, обратитесь, например, к справочнику о свойствах частиц [29].

Часть XI

Рекомендуемая литература

Глава 18

Книги и статьи общего характера

Литература ко всему курсу

Рекомендуемые книги по кинематике элементарных частиц

[1] **А.М.Балдин, В.И.Гольданский, В.М.Максименко, И.Л.Розенталь,** "**Кинематика ядерных реакций**", изд. 2, Атомиздат, М., 1968.

[2] **Г.И.Копылов,** "**Основы кинематики резонансов**", "Наука", М., 1970.

[3] **Е.Бюклинг, К.Каянти,** "**Кинематика элементарных частиц**", пер. с англ. под ред. Г.И.Копылова, "Мир", М., 1975.

[4] **В.И.Гольданский, Ю.П.Никитин, И.Л.Розенталь,** "**Кинематические методы в физике высоких энергий**", М., "Наука", гл. ред. ф.-м. литературы, М. 1987.

[5] П.К.Рашевский, "Риманова геометрия и тензорный анализ", изд. 3-е, "Наука", главн. ред. физико-математической литературы, М., 1967.

[6] L.B.Okun, hep-ph/0602037

[7] Основные идеи партонной картины взаимодействия адронов высоких энергий были сформулированы в сжатом виде (1969 г.) в знаменитой статье "Very high energy collisions of hadrons", R.P.Feynman, Phys. Rev. Lett. (1969) v.23 p.1415.

Рекомендуемые книги по физике частиц

[8] Г. Челлен, "Физика элементарных частиц", пер. с англ. Г.В. Ефимова, под ред. Р.М. Рындина, "Наука", Главн. ред. физико-математической литературы, М. 1966.

[9] Л.Д.Ландау и Е.М.Лифшиц, "Теория поля". Серия: Л.Д.Ландау и Е.М.Лифшиц, "Теоретическая физика", том II. "Наука", Главн. ред. физико-математической литературы, М. 1967.

[10] В.Б.Берестецкий, Е.М.Лифшиц, Л.П.Питаевский, "Релятивистская квантовая теория", часть I. Серия: Л.Д.Ландау и Е.М.Лифшиц, "Теоретическая физика", том IV. "Наука", Главн. ред. физико-математической литературы, М. 1968.

[11] С.Газиорович, "Физика элементарных частиц", пер. с англ. А.Д.Суханова, М., "Наука", Главн. ред. физико-математической литературы, М. 1969.

[12] Р. Блин-Стойл, "Фундаментальные взаимодействия и атомное ядро", пер. с англ. под ред. И.С.Шапиро, "Мир", М., 1976.

[13] Дж.Д.Бьеркен, С.Д.Дрелл, "Релятивистская квантовая теория", т.1 и 2, пер. с англ. Б.О.Кербикова (т.1), И.М.Народецкого (т.2) под ред. В.Б.Берестецкого, М., "Наука", Главн. ред. физико-математической литературы, 1978.

[14] Ф.Клоуз, "Кварки и партоны", пер. с англ. П.Б.Вигмана под ред. Н.Н.Николаева, М., "Мир", 1982.

[15] Х.Пилькун, "Физика релятивистских частиц", пер. с англ. И.И.Иванчика под ред. И.М.Дремина, М., "Мир", 1983.

[16] Л.Б. Окунь, "Физика элементарных частиц", М., "Наука", Главн. ред. физико-математической литературы, 1984.

[17] Ф.Хелзен, А.Мартин, "Кварки и лептоны", пер. с англ. А.П.Каряки, Г.В.Григоряна, Н.Л.Тер-Исаакяна под ред. А.Ц.Аматуни, М., "Мир", 1987.

[18] Ф.Комминс, Ф.Буксбаум, "Слабые взаимодействия лептонов и кварков", пер. с англ. А.В.Беркова, М., Энергоатомиздат, 1987.

[19] Т.Эриксон, В.Вайзе, "Пионы и ядра", пер. с англ. В.М.Колыбасова, К.В.Протасова под ред. И.С.Шапиро, М., "Наука", Главн. ред. физико-математической литературы, 1991.

[20] Д.Перкинс, "Введение в физику высоких энергий", изд. 3-е, пер. с англ. А.В.Беркова под ред. Б.А.Долгошеина, М., Энергоатомиздат, 1991; существует также дополненное и переработанное 4-е издание этой книги.

[21] И.М.Тернов, "Введение в физику спина релятивистских частиц", МГУ, 1997.

[22] А.Любимов, Д.Киш, "Введение в экспериментальную физику частиц", изд. 2-е, М., Физматлит, 2001.

[23] М.Е.Пескин, Д.В.Шредер, "Введение в квантовую теорию поля", пер. с англ. А.В.Беркова под ред. А.А.Белавина, Научно-изд. центр "Регулярная и хаотическая динамика", Ижевск, 2001 г.

[24] С.Вайнберг, "Квантовая теория поля", т.1 и 2, пер. с англ.; под ред. В.Ч.Жуковского, М., "Физматлит", 2003-2004.

[25] И.М. Капитонов, "Введение в физику ядра и частиц", изд. 3-е, М.: КомКнига, 2006.

Рекомендуемые сборники задач

[26] А.Камал, "Задачи по физике элементарных частиц", пер. с англ. К.П.Павлова, А.Д.Суханова под ред. Ю.М.Широкова, "Наука", Гл. ред. физ.-мат. литературы, М., 1968.

[27] Л.Г.Гречко и др., "Сборник задач по теоретической физике", "Высшая школа", М., 1972.

[28] Дж.Кронин, Д.Гринберг, В.Телегди, "Сборник задач по физике с решениями", пер. с англ. Г.В.Даниляна под ред. П.А.Крупчицкого, изд. 2-е, "Атомиздат", М., 1975.

Глава 19

Литература к отдельным темам

Как правило, здесь не приводятся ссылки на Интернет-сайты, так как они могут оказаться устаревшими по многим причинам (существующие сайты реорганизуются, перестают поддерживаться и т. п.). Предпочтение отдается тем материалам, которые существуют в печатном виде и их можно найти в библиотеках (в том числе – в электронных). Исключение составляют ссылки на статьи, впервые опубликованные в архиве электронных препринтов (http://xxx.lanl.gov/ или http://ru.arxiv.org/).

Сборники, статьи, сайты

[29] Review of Particle Physics (Particle Data Group), Eur. Phys. J. C3 (1998) 1-794; см. также http://pdg.lbl.gov/ и http://pdg.lbl.gov/2000/contents_plots.html

Дополнительная литература к лекциям 3-4

[30] V.N.Strel'tsov, E.A.Strokovsky, Eur. Journ. of Phys. (1992) v.13, p.14.

[31] В.Вайскопф, "Видимая форма быстродвижущихся тел", УФН, (1964), т.LXXXIV, вып.1, с.181-188.

Дополнительная литература к лекциям 5-6

[32] А.Н.Вяльцев, "Легчайшие атомные ядра", изд. АН СССР, М., 1963 г. Открытие дейтрона: Urey, Brickwedde, Murphy, Phy. Rev. (1932) v. 39, p.164; там же, p.864; там же,(1932) v. 40, p.1.

[33] Магнитный момент дейтрона: первые измерения: Estermann, Stern, Z. Phys. (1933) v.86, p.132; Nature (19934), v.133, p.911; Phys. Rev. (1934) v.45, p.761. Rabi, Kellogg, Zacharias, Phys. Rev. (1934) v.46, p.163; Kellogg, Rabi, Zacharias, Phys. Rev. (1936) v.49, p.641; Nature (1936) v.137, p.658.

[34] Квадрупольный момент: Kellogg, Rabi, Ramsey, Zacharias, Phys. Rev. (1939) v.55, p.318; Kellogg, Rabi, Ramsey, Zacharias, Phys. Rev. (1939) v.56, p.213; Kellogg, Rabi, Ramsey, Zacharias, Phys. Rev. (1940) v.57, p.677.

[35] P.A.M.Dirac, Rev.Mod.Phys. **21** (1949) p.392.

[36] S.Weinberg, Phys.Rev. **150** (1966) p.1313.

[37] L.L.Frankfurt and M.I.Strikman, Phys.Reports **76** (1981) p.215.

[38] V.A.Karmanov, Part. and Nucl. **19** (1988) p.525.

[39] A.P.Kobushkin and V.P.Shelest, Part. and Nucl. **14** (1983) p.1146.

[40] W.N.Polizou, Ann. Phys. **193** (1989) p.367.

[41] Ф.М.Лев, ЭЧАЯ, т.21 вып. 5 (1990). с.1251.

[42] Г.И.Лыкасов, ЭЧАЯ, т.24 вып. 1 (1993). с.140.

[43] V.A.Karmanov, Few-Body Problems in Physics, the 19-th European Conference on Few-Body Problems in Physics, Groningen, The Netherlands, 23-27 August 2004, ed. by N.Kalantar-Nayestanaki, R.G.E.Timmermans, B.L.G.Bakker, AIP Conference Proceedings, vol. 768, p.360, Melville-New York, 2005.

[44] B.Desplanques, Few-Body Problems in Physics, the 19-th European Conference on Few-Body Problems in Physics, Groningen, The Netherlands, 23-27 August 2004, ed. by N.Kalantar-Nayestanaki, R.G.E.Timmermans, B.L.G.Bakker, AIP Conference Proceedings, vol. 768, p.377, Melville-New York, 2005.

[45] V.G.Ableev, D.A.Abdushukurov, S.A.Avramenko et al, Nucl.Phys. A393 (1983) p.491, ibid, A411, p.541(E).

[46] Первые теоретические рассмотрения реакции упругого дейтрон-протонного рассеяния "назад" в с.ц.м.: см. S.S.Vasan, Phys. Rev. (1973) v.D8, p.4092; В.А.Карманов, ЯФ (1981) т.34 с.1020.

[47] Некоторые общие вопросы, связанные с извлечением информации о волновой функции дейтрона из данных по рассеянию и развалу дейтронов, рассмотрены, например, в работах B.Kuehn, C.F.Perdrisat, E.A.Strokovsky, ЯФ (1995) т.58 (N10) с.1898; E.A.Strokovsky, JINR Rapid Comm. (1995) N2[70] p.29; также см. ссылки в них.

[48] Данные по развалу дейтрона протонами см. в работе L.S.Azhgirey et al, Phys. Lett. B387 (1996) p.37 и ссылки в ней.

[49] M.Lacombe et al., Phys.Rev. C21, (1980) p.861; Phys.Lett. B101 (1981) p.139.

[50] См. например, V.G.J. Stoks, R.A.M. Klomp, C.P.F. Terheggen and J.J. de Swart, Phys. Rev. C49 (1994) p.2950 и ссылки в ней.

[51] A.P. Kobushkin, Ya.D. Krivenko-Emetov, e-Print: arXiv:0712.1151 [nucl-th].

[52] Последние данные по упругому дейтрон-протонному рассеянию "назад" в с.ц.и.: напр., V.Punjabi et al, Phys. Lett. (1995) B350, p.178; L.S.Azhgirey et al, Phys. Lett. (1997) B391, p.22, Л.С.Ажгирей и др, ЯФ (1998) 61, с.494 и ссылки в этих работах.

[53] Анализ всех возможных поляризационных наблюдаемых для упругого дейтрон-протонного рассеяния "назад" в с.ц.и. см. в работах А.П.Кобушкин и др, Phys. Rev. (1994) v.C50, p.2627; И.М.Ситник, В.П.Ладыгин, М.П.Рекало, ЯФ (1994) т.57 с.2170.

[54] E.A.Strokovsky, ЯФ 62 (1999), с.1120; в том же номере см. статью А.П.Кобушкина.

[55] "Proceedings of the 20th European Conference on Few-Body Problems in Physics(EFB20), Pisa, Italy, 10-14 September 2007", editors: A.Kievsky, M.Viviani, Few-Body Systems, vol. 43 (No 1-4), pp.1-258 and 44, (No.1-4), pp.1-382 (2008).

Дополнительная литература к лекциям 7-8

[56] J.Podolyanski, R.Armenteros, Phil. Magazine (1954) $N°$ 360, v.45, p.13.

[57] L.S.Azhgirey et al, JINR Rapid Comm. (1998) 2[88]-98, p.17; также P.P.Korovin, L.V.Malinina, E.A.Strokovsky, JINR Rapid Comm. (1998) 6[92]-98, с.35; http://xxx.lanl.gov/e-print/hep-ph/9811516.

[58] Е.А.Строковский, Ф.А.Гареев, Ю.Л.Ратис, ЭЧАЯ (1993) т.24, вып.3, с.603.

[59] W.R.Falk et al, Phys. Rev. C33 (1986), p.988.

[60] М.И.Подгорецкий, ЖЭТФ 44 (1963) с.695.

[61] О гипер-ядрах – см. обзор Yu.Batusov et al, ЭЧАЯ 36 (вып. 2, 2005) с.319 и ссылки в нем; идея использования реакции перезарядки каонов в пионы и указание величины "магического" импульса принадлежат М.И.Подгорецкому [60].

Дополнительная литература к лекциям 9-10

[62] G.Moliere, Z. Naturforsch. **2a** (1947) 133, **3a** (1948) p.78; H.A.Bethe, Phys. Rev., **89** (1953) p.1256; W.T.Scott, Rev. Mod. Phys. **35** (1963) p.231; J.W.Motz, H.Olsen, H.W.Koch, Rev. Mod. Phys. **36** (1964) p.881.

[63] A.Citron et al., Phys. Rev. Lett. (1964) 13, p.205; Phys. Rev. 144 (1966) p.1101.

[64] G.Giacomelli, Phys. Reports 23C (1976) p.123; U.Amaldi et al, Nouvo Cim. 34 (1964) p.825; D.V.Bugg et al, Phys. Rev. 146 (1966) p.980; R.F.George et al, Phys. Rev. Lett. 15 (1965) p.214; Н.Гиорденеску и др., препринт ОИЯИ Р1-5460, Дубна, 1970; G.B.West, Phys. Reports C18 (1975), p.263.

[65] P.Moskal et al, hep-ph/0208002 (2002).

[66] A.M.Bergdolt et al, Phys. Rev. D48 (1993) p.R2969.

Дополнительная литература к лекциям 11-12

[67] A.V.Anisovich et al, Phys. Lett. B452 (1999) p.180.

[68] A.Bertin et al. (OBELIX collaboration), Phys. Lett. B408 (1997) p.476.

[69] E.Klempt, в трудах 15-й Европейской конференции по малочастичным системам (European Few Body Conference), 1995 г.

[70] E.Klempt, C.Batty, J.-M.Richard, Phys. Rep. 413 (2005) p.197.

Дополнительная литература к лекциям 13-14

[71] , В.В.Ужинский, Сообщение ОИЯИ Е2-93-462 (1983), ОИЯИ, Дубна, 1983.

Дополнительная литература к заключительной лекции

[72] С.В.Афанасьев и др., Краткие сообщения ОИЯИ (JINR Rapid Comm.), 5[85] (1997) с.69.

[73] K.Miwa et al, Phys. Lett. B 635 (2006) p.72.

[74] К.Клайнкнехт, "Детекторы корпускулярных излучений", пер. с нем. к.ф-м.н. А.С.Барабаша и к.ф-м.н. А.В.Копылова, под ред. д.ф-м.н. А.А.Поманского, М., "Мир 1990.

Дифракционное рассеяние частиц

[75] С. Беленький, Письма ЖЭТФ, **30** (1956), с.983.

[76] В.Г. Гришин и И.С. Саитов, Письма ЖЭТФ **33** (1957), с.105.

[77] R.M.Lombard, G.D.Alkhazov, O.A.Domchenkov, Nucl. Phys. **A360** (1981) 233.

[78] Г.Д.Алхазов, ЯФ **34** (1981) 691.

[79] Л.Л.Енковский, ЭЧАЯ 34 (2003) с.1195.

[80] V.A.Abramovsky, A.V.Dmitriev A.V., A.A.Schneider, hep-ph/0512199.

[81] Б.Л.Бирбраир и др., ЯФ **28** (1978) с.625.

[82] В.Г.Аблеев и др., ЯФ **36** (1982) с.1197.

[83] В.А.Никитин, ЭЧАЯ **1** (1970) с.9.

[84] Н.Далхажав и др., ЯФ **8** (1968) 342.

[85] В.Д.Бартенев и др., ЯФ **15** (1972) 1174.

[86] R.Glauber, V.Schomaker, Phys. Rev. **89** (1953) p.667.

Вращения, поляризация и т. п.

[87] "Madison Convention" in: Proceedings of the 3d International Symposium on Polarization Phenomena in Nuclear Reactions, Madison 1970, edited by H.H.Barshall, and W.Haeberli (University of Wisconsin, Madison, WI, 1971) pages xxv-xxix; см. также W.Lakin, Phys. Rev. (1955) v.98 p.139; M.Simonius, Lecture Notes in Physics (1974) v.30 p.38; Goldfarb, Nucl. Phys. (1958), v.7, p.622.

[88] C.Bourrely, E.Leader, J.Soffer, Phys. Reports 59 (1980) p.95.

[89] M.Jacob, G.C.Wick, Ann. Phys. 7 (1959) p.404.

[90] Я.А.Смородинский, ЖЭТФ 43 (1962) 2217

[91] G.C.Wick, Ann. Phys. 18 (1962) p.65.

[92] Л.И.Лапидус, ЭЧАЯ **15** (1984) с.493.

[93] J.Bystricky, F.Lehar and P.Winternitz, "*Formalism of Nucleon-Nucleon Elastic Scattering Experiments*", Le Journal de Physique, v.39 (N 1) (1978), p.1.

[94] О поляриметрии пучков релятивистских электронов см. например работы: А.А.Креснин, Л.Н.Розенцвейг, ЖЭТФ 32 (1957) с.353, где этот вопрос был рассмотрен впервые (на эту статью всегда ссылаются в последующих работах по поляриметрии электронов); В.Н.Байер, В.А.Хозе, ЯФ 9 (1969) с.409; D.B.Gustavson et al, NIM A 165 (1979) p.177; L.G.Levchuk, NIM A345 (1994) p.496; A.V.Glamazdin et al, FIZIKA B (Zagreb) 8 (1999) p.91 и ссылки в этих работах.

Дополнительная литература для любознательных

[95] Э.Резерфорд, в кн. "Избранные научные труды, Строение атома и искусственное превращение элементов", серия "Классики науки", отв. ред. акад. Г.Н.Флеров, сост. и переводчик Ю.М.Ципенюк, "Наука", М. 1972 г., см. статьи из Phil. Mag. 37 (1919) 537 (I, с.246), там же, с.562 (II, с.268), там же, с.571 (III, с.277), там же, с.581 (IV, с.286), Proc. Roy. Soc. A97 (1920) 374 (V, с.292). См. также статьи о серии экспериментов по расщеплению элементов α-частицами, опубликованные в 1922 году (VI, с.332) и о "законе силы" из данных по опытам по рассеянию α-частиц ядрами (VII, с.391). По своей сути, это статьи о рождении ядерной физики и об основах экспериментальных методов исследований в этой области – как выглядели первые установки, из которых выросли современные экспериментальные комплексы и какие методы и приемы продолжают жить сегодня, изменив свой облик, но не принцип действия.

[96] А.А.Тяпкин, "Об истории возникновения "теории относительности" ", 2-е изд., испр.; Дубна, ОИЯИ, 2004. (ISBN 5-9530-0068-5)

[97] Proceedings of the Summer School on Hidden Symmetries and Higgs Phenomena, Zuoz (Engadin), Switzerland, Aug. 16-22 (1998), PSI Proceedings 98-02 (Dec. 1998), Villigen, PSI, 1998.

[98] А.М. Балдин, А.А.Балдин, ЭЧАЯ т.29 (1998), вып.3, с.577.

Циклические ускорители для промежуточных энергий

[99] **Нуклотрон.** А.М.Балдин, в кн: "Нуклотрон и релятивистская ядерная физика", ОИЯИ, 8309. с.7, Дубна, 1974; ОИЯИ, Е2-9138, Дубна, 1975 (также в Proc. of IV International Conf. on High Energy Physics and Nuclear Structure, Santa Fe, USA, June 1975.); A.M.Baldin, in: Proc. of the XI International Seminar on High Energy Physics Problems (ISHEPP-XI), ed. A.M.Baldin, V.V.Burov, p.672, Dubna, 1994; A.D.Kovalenko et al, JINR Rapid Comm. 2[59]-93, JINR, Dubna; A.D.Kovalenko, in: Proc. of the 4-th European Particle Accelerator Conference, June 27 – July 1, 1994, London, v.1 ed. V.Suller, Ch.Petit-Gean-Genaz, World Sci., 1994; Anoshina E.V. et al, препринт НИИЯФ МГУ 95-6/370, Москва, 1995; A.M.Baldin et al, Nucl. Phys. A583 (1995) p.637; A.Kirillov et al, in: Proc. of the 14-th International Conf. PANIC, May 22-28 1996, Williamsburg, USA, ed. C.E.Carlson and J.J.Domingo, World Sci., 1997, p.749. См. ссылки в указанных работах и http://nucloweb.jinr.ru/ (в конце 2010 года этот сайт является действующим).

[100] Н.И.Голубева и др. Сообщения ОИЯИ Р9-2002-289, Дубна, ОИЯИ, 2002; С.Вокал, А.Д.Коваленко, А.М.Кондратенко и др., Письма в ЭЧАЯ, т.6 №1(150) (2009) с.81.

[101] **Ускоритель ПИЯФ.** Н.К.Абросимов и др., ЖТФ 41 (1971) с.1769; там же, с.1222; NIM 126 (1975) 221; NIM A242 (1985) p.121; также в: Труды III Всесоюзной Конф. по ускорителям заряженных частиц, Москва, (1973), т.2, с.94; Труды V Всесоюзной Конф. по ускорителям заряженных частиц, Москва, (1977), т.1, с.183; Труды VI Всесоюзной Конф. по ускорителям заряженных частиц, Дубна, (1979), т.1, с.227; Труды X Всесоюзной Конф. по ускорителям заряженных частиц, Дубна, (1987), т.2, с.174. См. также сайт ПИЯФ: http://www.pnpi.spb.ru/ (в конце 2010 года этот сайт является действующим).

[102] **Ускоритель COSY.** Например, см. H.S.Plendl, H.Machner, в кн. Proc. of the International Conference on Mesons and Nuclei

at Intermediate Energies, Dubna, Russia, May 3-7 1994, ed. by M.Kh.Khankhasaev, Zh.B.Kurmanov, World Sci., Singapore, 1994, p.808. Также см. http://www.kfa-juelich.de/ikp/ikp-general/cosyh_e.html (в конце 2010 года этот сайт является действующим).

[103] **Ускорители GSI.** P.Kienle et al, in: "Proc. of the Workshop on Physical Experiments and First Results on Heavy Ion Storage and Cooling Rings, Smolenice, June 1-5, 1992; E7-94-270, JINR, Dubna, p.13; там же: B.Franzke et al, p.173; также: H.Folgers et al, NIM A303 (1991), p.33. О проекте FAIR можно найти дополнительную информацию на сайте http://www.gsi.de/portrait/index.html (в конце 2010 года этот сайт является действующим).

[104] **Ускоритель PSI.** User's Guide, Accelerator Facilities, Paul Sherrer Institut, 1994.

[105] **Ускоритель университета Осаки.** http://www.rcnp.osaka-u.ac.jp/Divisions/plan/yoran/ring-e.html (в конце 2010 года этот сайт является действующим).

[106] **Ускоритель CELSIUS.** S.Holm et al, Phys. Scripta 34 (1986) p.513; C.Ekstrom, там же. (1988) p.256; H.Calen et al, NIM A379 (1996) p.57.

[107] **Ускоритель САТУРН-II.** "The 20 years of the synchrotron SATURNE-2." Proceedings of the Conference, Paris, France, May 4-5, 1998. Editors: A. Boudard, P.A. Chamouard (DAPNIA, Saclay). Singapore: World Scientific (2000).

Учебное пособие

Евгений Афанасьевич Строковский

Лекции по основам кинематики элементарных процессов

Редактор:
Работа поступила в ОНТИ

Тираж экз.