

Осенний семестр 2016/2017 учебного года

## **ПРОГРАММА**

**кафедры физики атомного ядра и квантовой теории столкновений, кафедры физики космоса физического факультета МГУ имени М.В.Ломоносова и кафедры медицинской физики МИФИ**

# **”Квантовая электродинамика”**

**Никитин Николай Викторович**

**(к.ф.-м.н., доцент)**

**кафедра физики атомного ядра и квантовой теории столкновений**

**Физический факультет МГУ имени М.В.Ломоносова**

## Цели и задачи курса

Курс лекций рассчитан на студентов, которые желают стать квалифицированными экспериментаторами в области физики высоких энергий и космофизики. Хороший экспериментатор ОБЯЗАН иметь представление о методах, применяемых теоретиками, чтобы грамотно переводить теоретические предсказания на язык эксперимента. В физике элементарных частиц основой большинства теоретических вычислений служат так называемый **диаграммный метод** – в основе которого лежат наглядные и интуитивно понятные рисунки (диаграммы Фейнмана), топологическая структура которых отражают физические свойства рассматриваемых процессов взаимодействия элементарных частиц в рамках релятивистски-инвариантной теории возмущений.

Основной задачей семестрового курса является ознакомление студентов с диаграммным методом на примере простейших процессов квантовой электродинамики (КЭД). Цель курса будет достигнута, если по его окончании среднестатистический студент сможет САМОСТОЯТЕЛЬНО вычислить сечения процессов  $e^- \mu^- \rightarrow e^- \mu^-$ ,  $e^+ e^- \rightarrow \mu^+ \mu^-$ ,  $e^- \gamma \rightarrow e^- \gamma$ ,  $e^+ e^- \rightarrow \gamma \gamma$ ,  $e^- e^- \rightarrow e^- e^-$ ,  $e^+ e^- \rightarrow e^+ e^-$  и аналогичных им в древесном приближении.

Лекционные занятия чередуются с семинарскими. К каждой лекции прилагается набор задач, которые позволяют глубже разобраться в материале и подготовиться к экзамену.

Еще раз необходимо подчеркнуть, что инвариантная теория возмущений – основа физики элементарных частиц, а диаграммы Фейнмана – ее естественный язык. Без знания этого языка невозможно не только понимать все последующие курсы, которые будут читаться на кафедре, но и плодотворно работать в избранной области после окончания Университета.

В электронном виде относительно **НОВУЮ** (образца 2015 года) версию прозрочек курса можно найти на сайте "Ядерная физика в Интернете" по адресу:

*<http://nuclphys.sinp.msu.ru/qel/index.html>*

О всех замеченных неточностях и опечатках просьба сообщать автору курса по телефону (495) 939-50-32 или по электронной почте *679nik@mail.ru*. В заголовке письма необходимо поставить метку "QFT-4 чтобы данное письмо можно было отличить от спама.

# Программа курса

## I. Общие принципы построения квантовой теории поля (КТП) (одна лекция)

### Лекция N1:

- Стандартные обозначения, верхние и нижние индексы.
- Система единиц  $\hbar = c = 1$ .
- Система единиц Хевисайда ( $\alpha_{em} = e^2/4\pi$ ).
- Закон Кулона и уравнения Максвелла в новой системе единиц.
- Ограничения, накладываемые на измеряемые величины соотношением неопределенности при конечной скорости света.
- Основное отличие КТП от КМ: возможность рождения и уничтожения частиц.
- Чем характеризуются элементарные частицы в эксперименте?
- Типичная постановка задачи в КТП: сечения рассеяния и ширины распадов. Примеры некоторых интуитивно ясных диаграмм Фейнмана.

## II. Основы лагранжева формализма в КТП (одна лекция).

### Лекция N2:

- Принцип наименьшего действия. Лагранжиан и плотность лагранжиана.
- Уравнения Лагранжа.
- Гамильтониан, импульс, момент количества движения.
- Пример лагранжева подхода для уравнений Максвелла.
- Тензор напряженности электромагнитного поля.

## III. Электромагнитное поле (две лекции)

### Лекция N3:

- Решение уравнений Максвелла для свободного электромагнитного поля в калибровке Лоренца.
- Энергия и импульс классического электромагнитного поля.

- Задача о гармоническом осцилляторе в пространстве Фока.
- Квантование электромагнитного поля как набора гармонических осцилляторов.
- Операторы рождения и уничтожения. Коммутационные соотношения между операторами рождения и уничтожения.
- 4-потенциал, энергия и импульс квантованного электромагнитного поля.
- Калибровка Лоренца для квантованного электромагнитного поля. Решение проблемы скалярных и продольных фотонов.

Лекция N4:

- Калибровочные преобразования и вектора поляризации.
- Суммирование по поляризациям. Матрица плотности фотонов.
- Коммутационные соотношения для операторов электромагнитного поля. Перестановочная функция  $D_0^{\mu\nu}(x) = i [A^\mu(x), A^\nu(0)]$  электромагнитного поля.
- Вакуумные средние и функции  $D_{\pm}^{\mu\nu}(x)$ .
- Определения нормального и хронологического произведений. Свертка операторов электромагнитного поля.
- Связь свертки с вакуумным средним и причинной функцией Грина  $D_c^{\mu\nu}(x)$ . Введение термина "пропагатор".
- Правила обхода полюсов в пропагаторе виртуального фотона.

**IV. Дираковское поле (семь лекций)**

Лекция N5:

- Что говорит эксперимент о частицах и античастицах?
- Уравнение Паули. Алгебра матриц Паули.
- Уравнение Клейна – Гордона – Фока.
- Вывод уравнения Дирака для свободного фермиона в несимметричной форме. Естественное возникновение биспиноров.
- Симметричная форма уравнения Дирака. Явный вид  $\gamma$ -матриц в стандартном представлении (представлении Паули-Дирака). Спиральное и спинорное представления.

- Решение уравнения Дирака для свободной частицы с положительной энергией  $u(\vec{p}, \lambda)$  в стандартном представлении. Нормировка решения.

Лекция N6:

- Алгебра матриц Дирака.
  - Свойства матриц  $\gamma^5$  и  $\sigma^{\mu\nu}$ .
  - Вычисление следов от произведений матриц Дирака.
  - Разложение произведений матриц Дирака по базису.
  - Свертки по индексам и другие полезные формулы.

Лекции N7–N11:

- Введение внешнего поля в уравнение Дирака ( $p_\mu \rightarrow p_\mu - eA_\mu$ , где  $e = -|e|$ ).
- Уравнение Дирака для античастицы ( $e \rightarrow -e$ ).
- Операция зарядового сопряжения дираковского поля.
- Явный вид оператора зарядового сопряжения в стандартном представлении ( $C = i\gamma^2\gamma^0$ ) и его свойства.
- Решение уравнения Дирака для свободной античастицы в стандартном представлении  $v(\vec{p}, \lambda)$ . Нормировка решения.
- Релятивистское обобщение оператора спина  $1/2$  и проекционного оператора.
- Преобразование Фолди–Вутхайзена.
- Определение спиральности.
- Соотношение  $v(\varepsilon, \vec{p}, \lambda) = u(-\varepsilon, -\vec{p}, -\lambda)$  в плоскости комплексной энергии  $\varepsilon$ .
- Матрица плотности для свободного решения уравнения Дирака.
- Лагранжиан свободного дираковского поля.
- Введение взаимодействия с электромагнитным полем.
- Энергия, импульс и заряд свободного дираковского поля.
- Квантование свободного решения. Принцип Паули. Коммутационные соотношения для операторов рождения и уничтожения.
- Вакуумные средние произведения операторов дираковского поля.

- Определение нормального и хронологического произведений операторов дираковского поля
- Свертка операторов дираковского поля. Связь свертки с вакуумным средним и функцией Грина.
- Пропагатор дираковского поля и правило обхода полюсов.
- Полный лагранжиан КЭД.
- Глобальные калибровочные преобразования. Сохранение заряда.
- Локальные калибровочные преобразования. Фиксация вида взаимодействия.
- Зарядовая четность фотона и теорема Фарри.
- $CPT$  – теорема на примере КЭД. Экспериментальная проверка  $CPT$  – теоремы.

## V. $S$ -матрица и правила Фейнмана (три лекции)

### Лекции N12 – N14:

- Гамильтониан взаимодействия в КЭД.
- Представления Шредингера и Гейзенберга.
- Представление взаимодействия. Особая роль представления взаимодействия в квантовых теориях поля.
- Матрица рассеяния ( $S$ -матрица) и ее запись в виде ряда.
- Теорема Вика (без доказательства).
- Вывод правил Фейнмана для КЭД на примере вычисления матричных элементов первого порядка теории возмущений (нефизические).
- Продолжение вывода правил Фейнмана для КЭД на примере вычисления матричных элементов процессов второго порядка теории возмущений.
- Правила Фейнмана для вычисления петлевых диаграмм (без вывода).

## VI. Сечения, ширины распадов и кинематика

### Лекция N15:

- Выражение для вероятности перехода  $i \rightarrow f$  в единицу времени через  $\langle f | S^{(n)} | i \rangle$ .

- Плотность конечных состояний и фазовый объем.
- Выражение для ширины распадов.
- Выражение для сечения реакции  $2 \rightarrow n$ .
- Выражение для сечения реакции  $2 \rightarrow 2$ .
- Мандельштамовские переменные.
- Кросс-каналы и физические области.

## VII. Вычисление процессов в КЭД (пять лекций)

Лекции N16 – N20:

- Вычисления для эффекта Комптона  $e^- \gamma \rightarrow e^- \gamma$ .
- Рассеяние электрона на ядре.
- Сечение реакции аннигиляции электрон–позитронной пары в мюоны:  $e^+ e^- \rightarrow \mu^+ \mu^-$ .
- Сечение  $e^+ e^-$ -аннигиляции в адроны и заряды кварков.
- *Поля массивных векторных частиц.*
- *Пропагатор нестабильной векторной частицы.*
- Сечение  $e^+ e^-$ -аннигиляции в адроны вблизи резонансов и формула Брейта–Вигнера.
- Поля заряженных скалярных мезонов.
- Рассеяние электрона на пионе  $e^- \pi^- \rightarrow e^- \pi^-$ . Электромагнитный формфактор заряженного пиона  $F_\pi(q^2)$ .
- Эффект Комптона на пионе:  $\pi^- \gamma \rightarrow \pi^- \gamma$ .
- Процессы во внешнем поле. Рассеяние  $e^-$  в кулоновском поле ядра.
- Излучение мягких фотонов. Инфракрасная катастрофа.

## VIII. Основы теории перенормировок (одна лекция)

Лекция N21:

- Общая идея перенормировок.
- Размерная регуляризация.

- Поляризационный оператор в низшем порядке теории возмущений
- Бегущая константа связи электромагнитного взаимодействия.
- Поправка к массе фермиона в низшем порядке теории возмущений.
- Поправка к вершине в низшем порядке теории возмущений.



## Литература к лекциям.

- Основная литература.

1. С.М.Биленький, "Введение в диаграммы Фейнмана и физику электрослабого взаимодействия", М. "Энергоатомиздат" 1990 и последующие издания.
2. В.Б.Берестецкий, Е.М.Лифшиц, А.П.Питаевский, "Квантовая электродинамика", М. "Наука" 1989 и последующие издания.
3. К.Ициксон, Ж.Б.Зюбер, "Квантовая теория поля" в двух томах, М. "Мир" 1984.
4. А.А.Соколов, И.М.Тернов, "Релятивистский электрон М. "Наука" 1983.

- Дополнительная основная литература.

1. Р.Фейнман, "Квантовая электродинамика М. "Наука" 1964.
2. А.И.Ахиезер, В.Б.Берестецкий, "Квантовая электродинамика М. "Наука" 1984.
3. А.А.Соколов, И.М.Тернов, В.Ч.Жуковский, А.В.Борисов, "Квантовая электродинамика", М. "Из-во МГУ" 1983.
4. В.В.Сыщенко, "Квантовая электродинамика для начинающих", НИЦ "РХД" 2013.
5. A.Grozin, "Lectures on QED and QCD: Practical Calculation and Renormalization of One- and Multi-Loop Feynman Diagrams ", "World Scientific" 2007.

- Дополнительная литература.

1. М.Пескин, Д.Шредер, "Введение в квантовую теорию поля", М. "РХД" 2001.
2. М.Б.Волошин, К.А.Тер-Мартirosян, "Теория калибровочных взаимодействий элементарных частиц", М. "Энергоатомиздат", 1984.
3. Ф.Хелзен, А.Мартин, "Кварки и лептоны", М. "УРСС" 2000.
4. W.Greiner, D.A. Bromley, "Relativistic Quantum Mechanics", "Springer" 2000.
5. W.Greiner, J.Reinhardt, "Field Quantization", "Springer" 2000.
6. W.Greiner, J.Reinhardt, "Quantum Electrodynamics", "Springer" 2008.
7. W.Greiner, B.Muller, J.Rafelski, "Quantum Electrodynamics of Strong Fields", "Springer-Verlag" 1985.

- Литература для углубленного изучения.

1. Э.Зи, "Квантовая теория поля в двух словах", М. "РХД" 2009.
2. Н.Н.Боголюбов, Д.В.Ширков, "Квантовые поля", М. "Наука" 1993.
3. В.И. Ритус, "Квантовая электродинамика явлений в интенсивном поле", "Труды ФИАН", т. 111, 1979.

4. В.А.Рубаков, "Классические калибровочные поля", М. "УРСС" 1999.
  5. Л.Б.Окунь, "Лептоны и кварки", М. "Наука" 1990.
  6. К.В.Степаньянц, "Классическая теория поля", М. "ФИЗМАТЛИТ" 2009.
  7. А.А.Соколов, И.М.Тернов, В.Ч.Жуковский, А.В.Борисов, "Калибровочные поля", М. "Из-во МГУ" 1986.
  8. Q.Но-Kim, P.Х.Yem, "Elementary Particles and Their Interactions", "Springer" 1998.
  9. I.P.Grant, "Relativistic Quantum Theory of Atoms and Molecules. Theory and Computation" "Springer", 2007.
  10. Сборник статей "Quantum Electrodynamics" под редакцией Т.Kinoshita, "World Scientific", 1990.
- Электронные ресурсы.
    1. Н.В.Никитин, "Квантовая электродинамика", отсканированную версию прозрачек можно найти на странице: <http://nuclphys.sinp.msu.ru/qel/index.html>
    2. В.С.Фадин, "Лекции по квантовой электродинамике" размещены на странице: <http://www.inp.nsk.su/students/theor/videlectures/videlectures.html#HEPsem>.

## Требования к сдаче экзамена

Для того чтобы успешно сдать экзамен по курсу, каждый студент обязан **правильно** решить больше 75% задач из задания, которые не отмечены знаком ”\*” (в настоящее время это составляет **45** задач), ответить на один теоретический вопрос (по выбору экзаменатора) из программы курса и самостоятельно выполнить полное вычисление предложенного преподавателем процесса. Вычисление каждого процесса в обязательном порядке должно содержать:

- Диаграммы Фейнмана для процесса;
- Выражение для  $iM_{fi}$ , полученное по правилам Фейнмана и выражение для комплексно сопряженного матричного элемента;
- Дифференциальное сечение процесса, записанное в терминах мандельстамовских переменных;
- Угловое распределение дифференциального сечения в системе центра масс сталкивающихся частиц;
- Полное сечение (в тех случаях, когда его возможно вычислить);
- Исследование ультррелятивистского случая (в задачах, где  $m \neq 0$ );
- Исследование нерелятивистского случая (там, где это имеет смысл).

Решение любой задачи “со звездочкой” заменяет решение любой задачи “без звездочки”.